

# Física II

## Segunda parte: Magnetismo

Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos(Responsable)

Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano

Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui

Dr. Santos Jesús Castillo

Webpage: <http://paginas.fisica.uson.mx/qb>

©2017 Departamento de Física

Universidad de Sonora

# Temario de Física II

## B. Magnetismo

### 6. Campo magnético. (6 horas)

1. El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.
2. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento
3. Movimiento de cargas eléctricas en un campo magnético uniforme. Selector o filtro de velocidades. El espectrómetro de masas
4. Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica.
5. Momento de torsión sobre una espira de corriente. Motor eléctrico.
6. El efecto Hall.
7. Ley de Biot-Savart. Fuerza entre dos conductores paralelos
8. Ley de Ampère. El solenoide.
9. Ley de Faraday-Lenz. Fuerza electromotriz. Generadores.

# Temario de Física II

7. Propiedades magnéticas de la materia. (3 horas)
  1. Dipolo magnético.
  2. Magnetismo atómico y nuclear.
  3. Magnetización.
  4. Materiales magnéticos: Paramagnetismo, diamagnetismo, ferromagnetismo, curva de histéresis.
  5. Efectos de la temperatura sobre el ferromagnetismo.
  6. Magnetismo de los planetas.

# Tema 6: Campo magnético.

- i. El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.
- ii. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento
- iii. Movimiento de cargas eléctricas en un campo magnético uniforme. Selector o filtro de velocidades. El espectrómetro de masas
- iv. Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica.
- v. Momento de torsión sobre una espira de corriente. Motor eléctrico.
- vi. El efecto Hall.
- vii. Ley de Biot-Savart. Fuerza entre dos conductores paralelos
- viii. Ley de Ampère. El solenoide.
- ix. Ley de Faraday-Lenz. Fuerza electromotriz. Generadores.

# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.



---

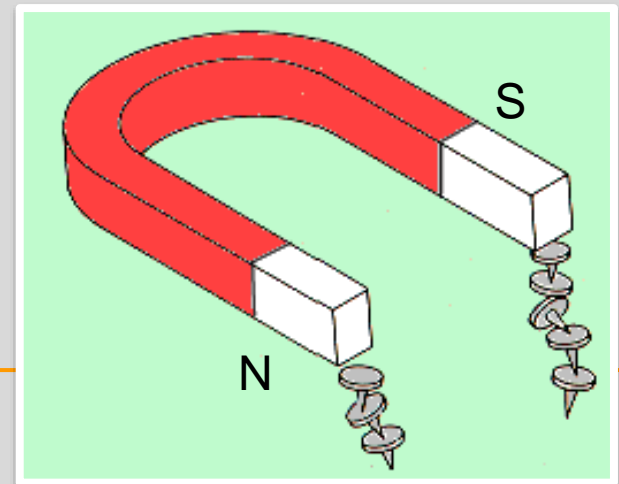
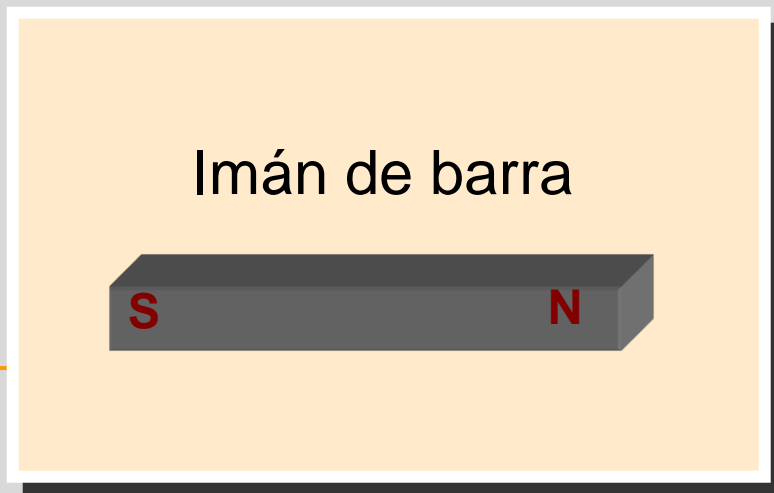
Objetivos: Después de completar ese módulo deberá:

- Definir el **campo magnético**, los polos magnéticos y las líneas de flujo.
  - Resolver problemas que involucren la magnitud y dirección de **fuerzas sobre cargas** que se mueven en un **campo magnético**.
  - Resolver problemas que involucren la magnitud y dirección de **fuerzas sobre conductores** portadores de corriente en un **campo B**.
-

# Magnetismo, líneas de campo magnético y flujo magnético.

La historia del magnetismo comienza con las civilizaciones de Asia Menor, ya que fue en una región de Asia Menor conocida como magnesia donde se encontró algunas rocas que se atraían entre sí. A estas rocas se les llamó “magnetos”, en alusión al lugar de su descubrimiento.

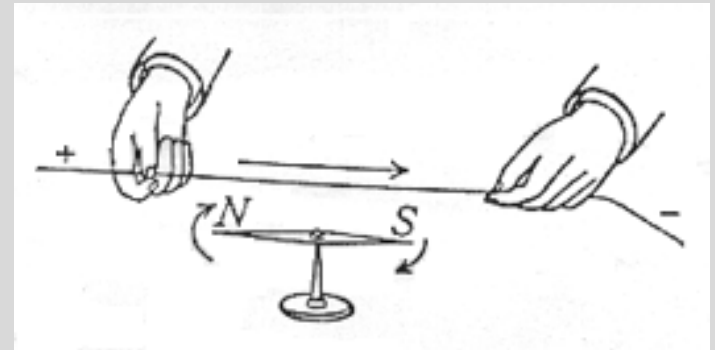
Estos materiales, los conocemos como **imanes**, tienen la propiedad de atraer pequeños trozos de metal. Esta propiedad atractiva se llamó **Magnetismo**.



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

## El experimento de Oersted.

En 1820 H. Oersted descubrió la relación entre la electricidad y el magnetismo en un experimento que hoy se nos presenta como muy sencillo, y que llevó a cabo ante sus alumnos.



En su experimento demostró empíricamente que un hilo conductor de corriente podía mover la aguja imantada de una brújula, de tal forma que esta se orientaba perpendicularmente al alambre.



---

# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

Hoy en día sabemos que el magnetismo y la electricidad se relacionan estrechamente al producirse como consecuencia de la existencia de cargas, y dependiendo de su estado de movimiento dan lugar a uno o a otro fenómeno. Sin embargo, esta relación fue descubierta hasta el siglo XIX, mediante una serie de experimentos realizados por diversos científicos, que culminan hacia 1873 con el trabajo de J.C. Maxwell, que postuló las leyes del electromagnetismo que actualmente se conocen como *Ecuaciones de Maxwell*.

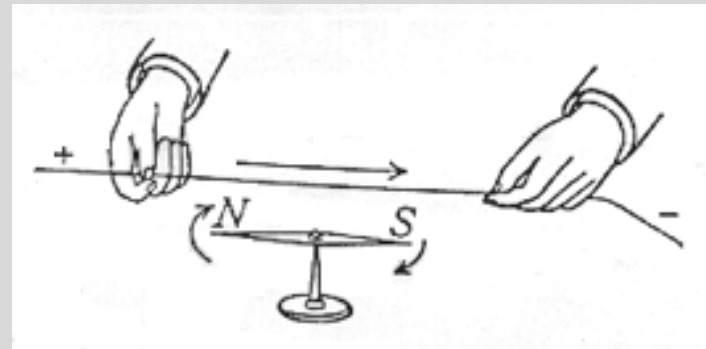
---

# El magnetismo. Líneas de campo magnético

El estudio de la interacción entre cuerpos cargados ha sido descrito en términos del *campo eléctrico*, el cual rodea a cualquier carga eléctrica, ya sea en reposo o en movimiento.

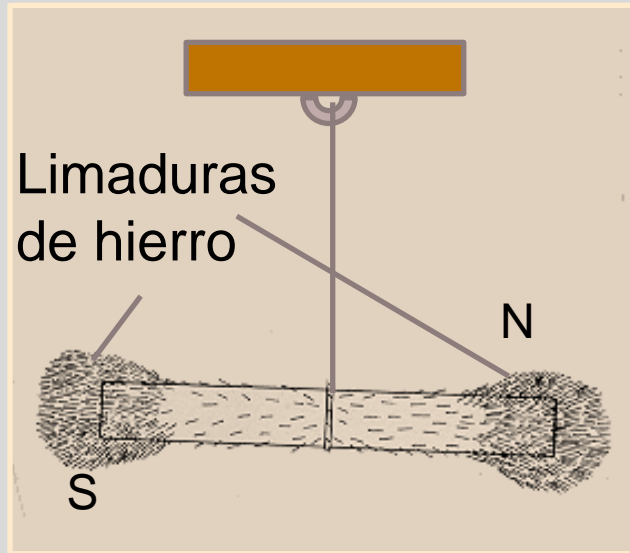
Además de un campo eléctrico, la región que rodea a una carga eléctrica móvil también contiene un *campo magnético*; de hecho todas las sustancias magnéticas, como los imanes, están rodeadas por un campo magnético.

Históricamente se ha usado el símbolo  $\mathbf{B}$  para representar el campo magnético, debido a que es una cantidad vectorial.



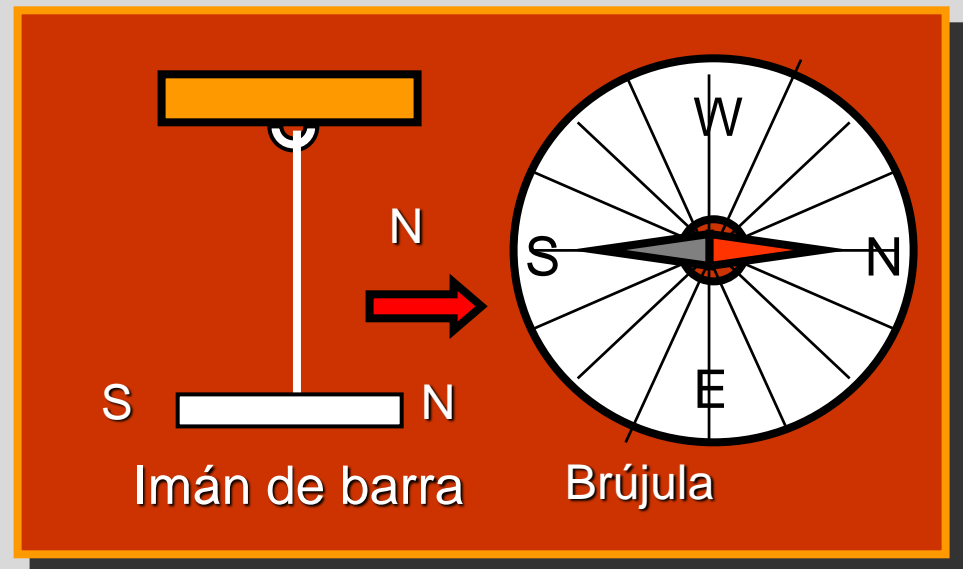
La dirección del campo magnético en un punto dado está en la dirección en que apunta la aguja de una brújula en dicha ubicación.

# Polos magnéticos

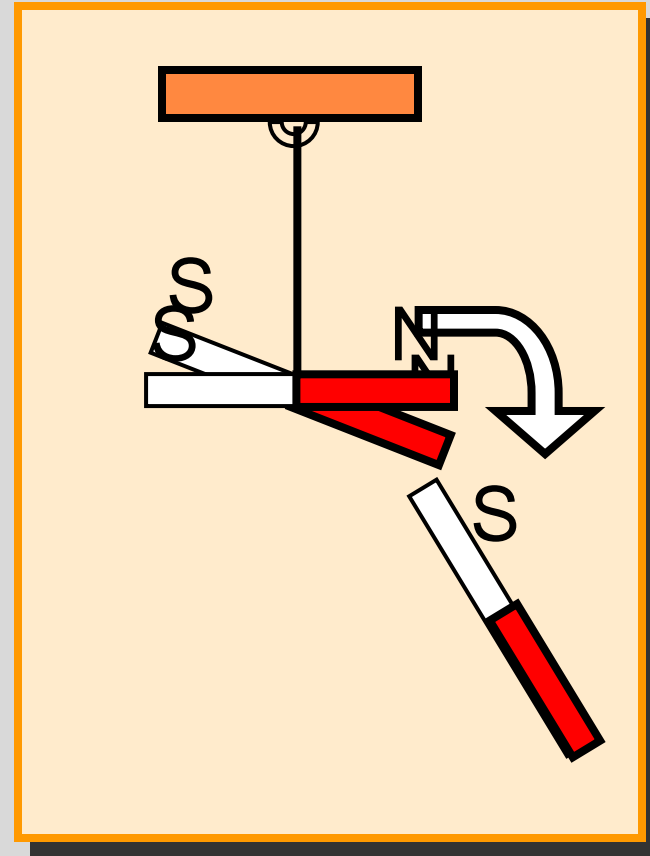
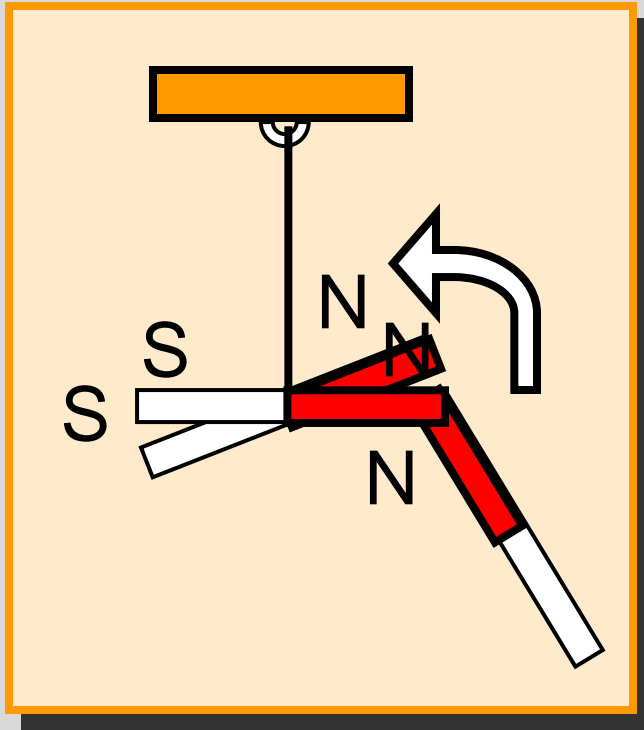


Imán suspendido: el extremo que busca el **N** y el extremo que busca el **S** son los polos **N** y **S**.

La intensidad de un imán se concentra en los extremos, llamados “polos” norte y sur del imán.



# Atracción-repulsión magnética



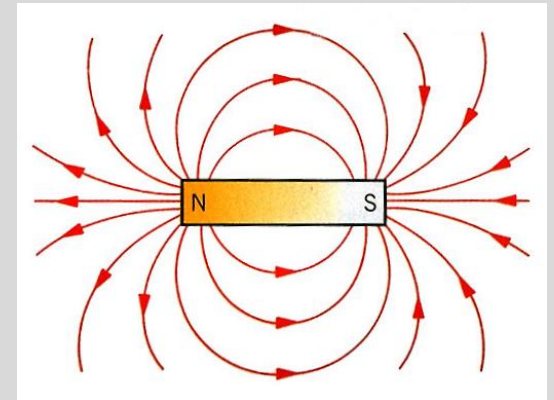
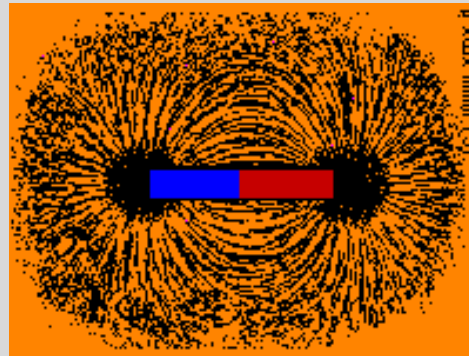
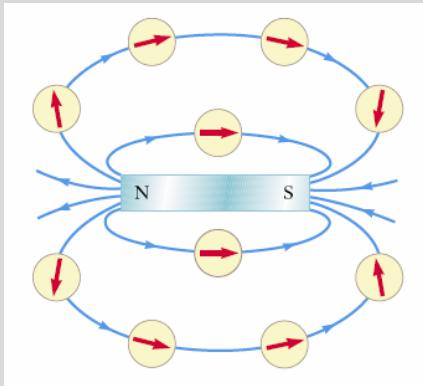
Fuerzas magnéticas:

~~polos iguales se repelen~~ ~~Polos distintos se atraen~~

# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

## Líneas de campo magnético.

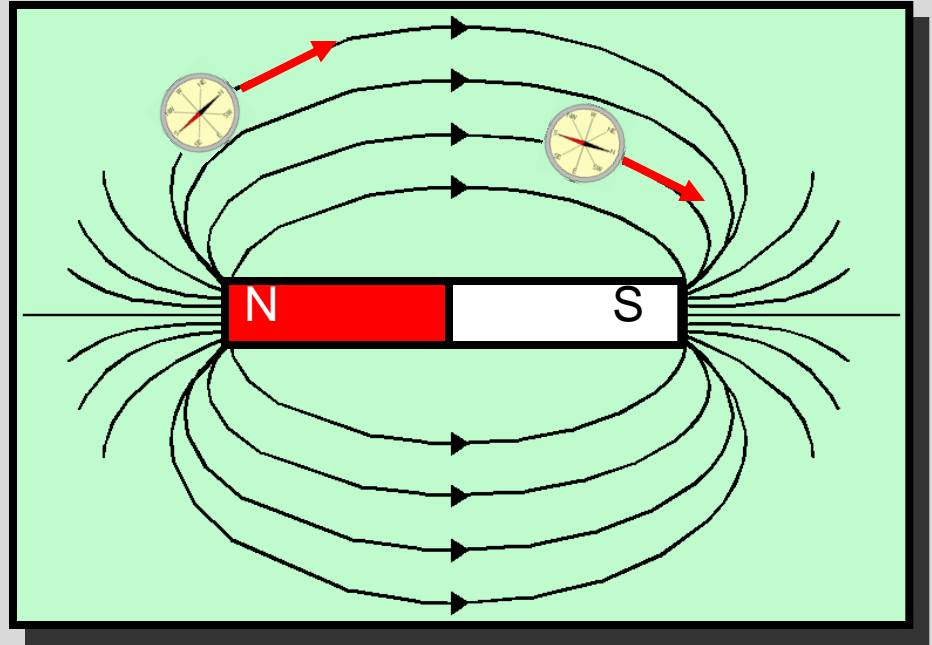
Experimentalmente, se encuentra que las sustancias magnéticas presentan dos polos, que se denominan polo norte y polo sur. Lo anterior se puede visualizar mediante pequeñas limaduras de hierro, tal como se muestra en la siguiente imagen de un imán en forma de barra.



# Líneas de campo magnético

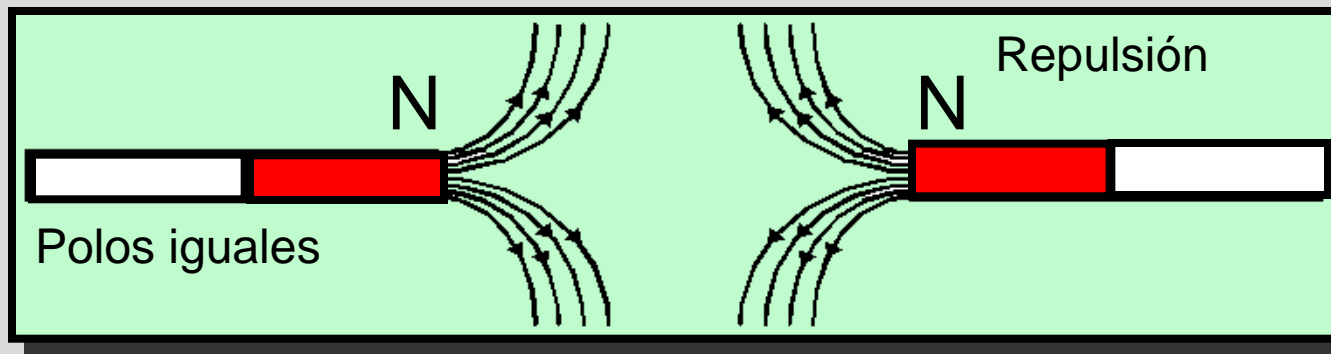
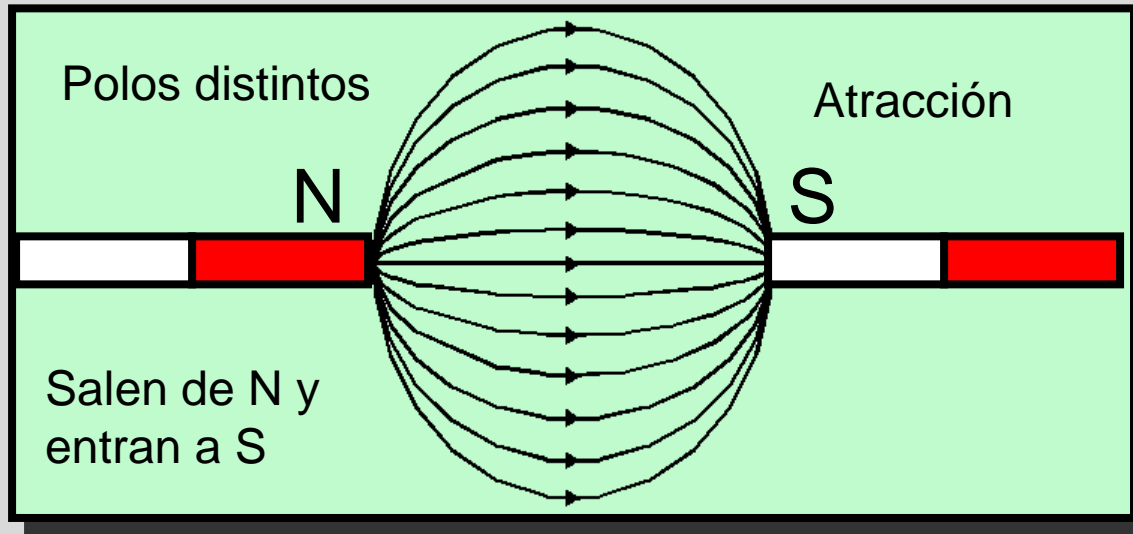
Las **líneas de campo magnético** se pueden describir al imaginar una pequeña brújula colocada en puntos cercanos.

La **dirección** del campo magnético **B** en cualquier punto es la misma que la dirección que indica esta brújula.

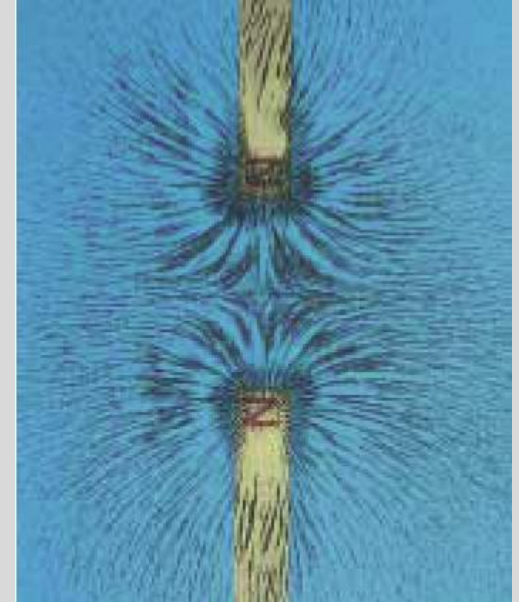
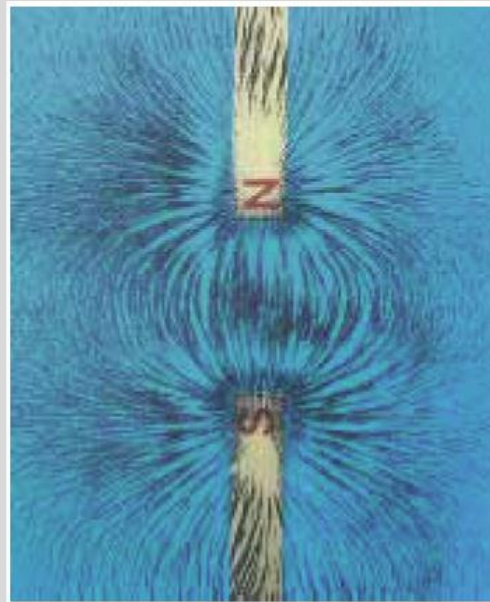
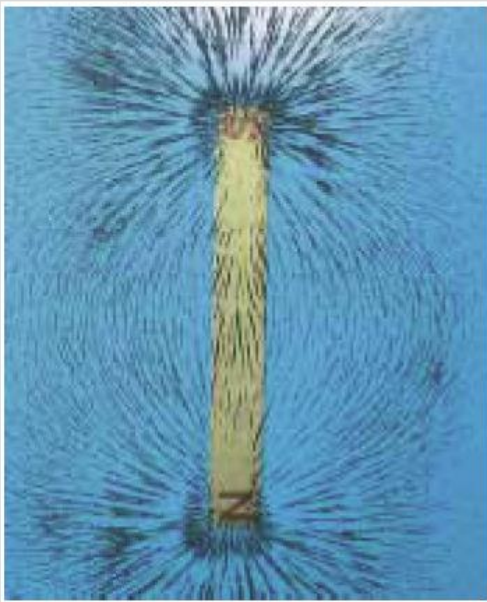


El campo **B** es fuerte donde las líneas son densas y débil donde las líneas están esparcidas.

# Líneas de campo entre imanes



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.



Es importante mencionar que **no hay evidencia de la existencia de polos de manera aislada**, ya que siempre han sido encontrados ambos polos en todas las sustancias magnéticas.

<https://www.youtube.com/watch?v=XCbSF-ZenKo>



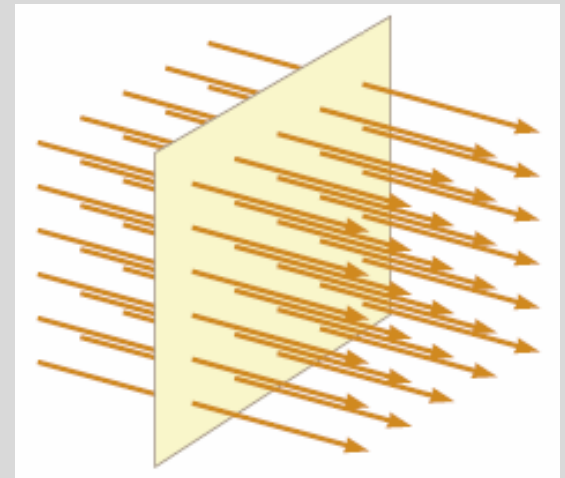
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

## Flujo magnético.

Como vimos anteriormente, el campo magnético puede ser descrito *cualitativamente* mediante el uso de líneas de campo; sin embargo, ha llegado el momento de hacerlo *cuantitativamente*, para ello es preciso definir el concepto de *flujo magnético* ( $\phi_B$ )

Para tener una idea más clara del concepto de flujo, consideremos la figura siguiente:

Las líneas de campo  $B$  penetran una superficie rectangular de área  $A$  perpendicular a tales líneas; considerando que el número líneas es proporcional a la magnitud de  $B$ , se tiene que el número de líneas que atraviesan la superficie es proporcional al producto  $BA$ .



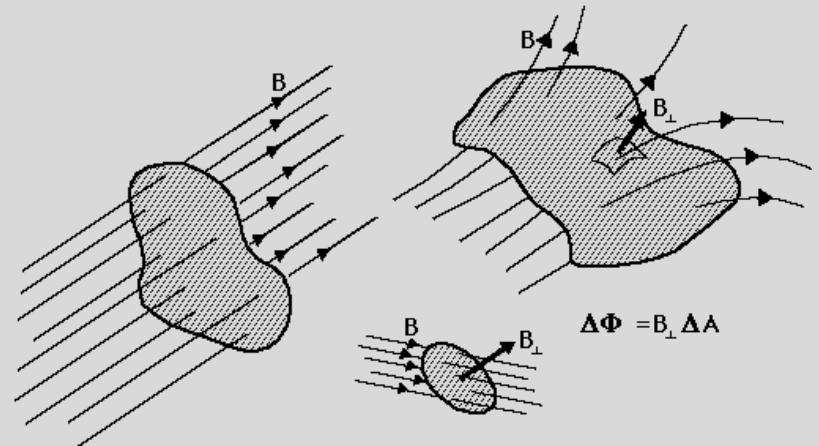
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

Este producto de la magnitud de  $B$  y el área  $A$  de la superficie perpendicular al campo es llamado **flujo magnético ( $\Phi_B$ )**, es decir

$$\Phi_B = BA$$

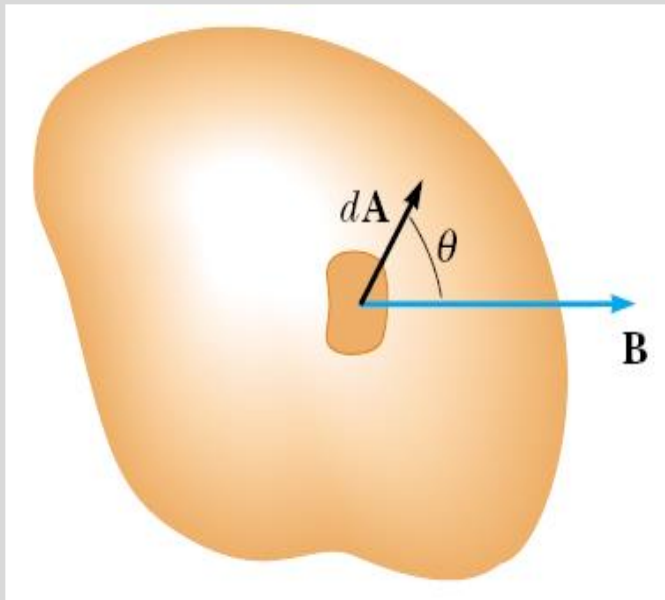
En el SI la unidad de flujo magnético es  $T \cdot m^2$ , que se define como *weber* ( $1Wb=1T \cdot m^2$ ).

*El flujo magnético es proporcional al número de líneas de campo magnético que penetran una superficie arbitraria perpendicular al propio campo  $B$ .*



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

¿Qué sucede si la superficie es irregular? Para responder esta pregunta, consideremos, en vez de una superficie de área  $A$ , un diferencial de la misma superficie, a saber  $dA$ , tal como se muestra en la figura siguiente:



En este caso, el flujo magnético a través de un elemento diferencial de área  $dA$  es

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A},$$

donde  $dA$  es un vector perpendicular a la superficie y con magnitud  $dA$ .

De tal forma que el flujo magnético total a través de la superficie está dado por

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

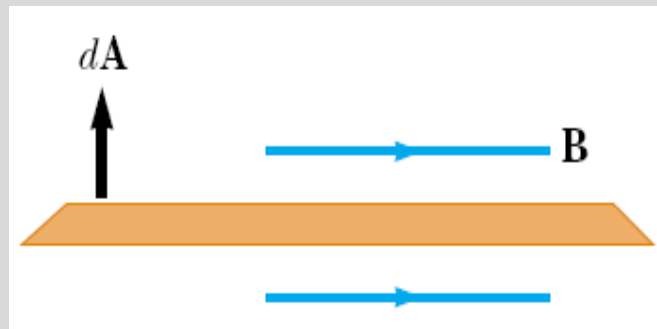
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

Si tomamos en cuenta la existencia de un ángulo entre el campo magnético  $\mathbf{B}$  y la superficie (plana)  $d\mathbf{A}$ , podemos escribir el flujo magnético a través de dicha superficie como

$$d\Phi_B = B \cos\theta dA$$

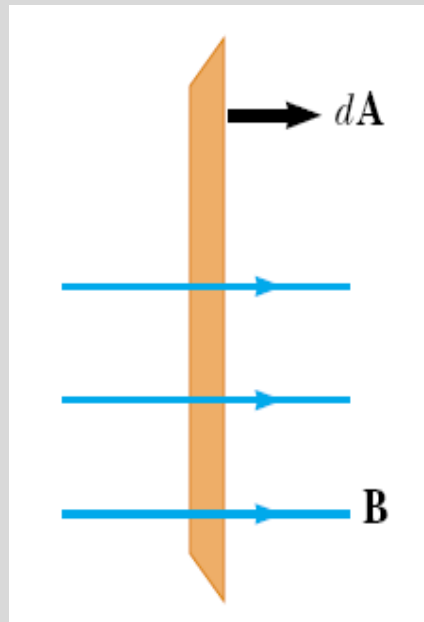
A partir de aquí podemos considerar, como ejemplo, dos casos:

(1) campo magnético perpendicular al vector normal a la superficie (con lo que  $\theta=90^\circ$ ). En este caso, dado que  $\cos 90^\circ=0$ , se tiene que el flujo magnético es nulo.



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

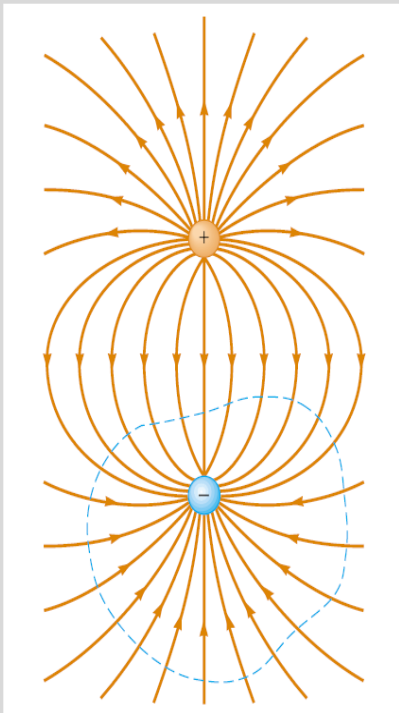
(2) campo magnético paralelo al vector normal a la superficie (con lo que  $\theta=0^\circ$ ). En este caso, dado que  $\text{Cos } 0^\circ=1$ , tenemos un flujo magnético máximo ( $\Phi_{B \text{ max}}=BdA$ ).



Lo anterior implica que el flujo magnético se encontrará entre  $- BdA$  y  $BdA$ , ya que el valor de  $\text{Cos } \theta$  se ubica entre -1 y 1.

# El magnetismo. Flujo magnético y ley de Gauss en el magnetismo.

Cuando estudiamos el campo eléctrico, relacionamos el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga neta encerrada por dicha superficie, a esta relación la llamamos Ley de Gauss.

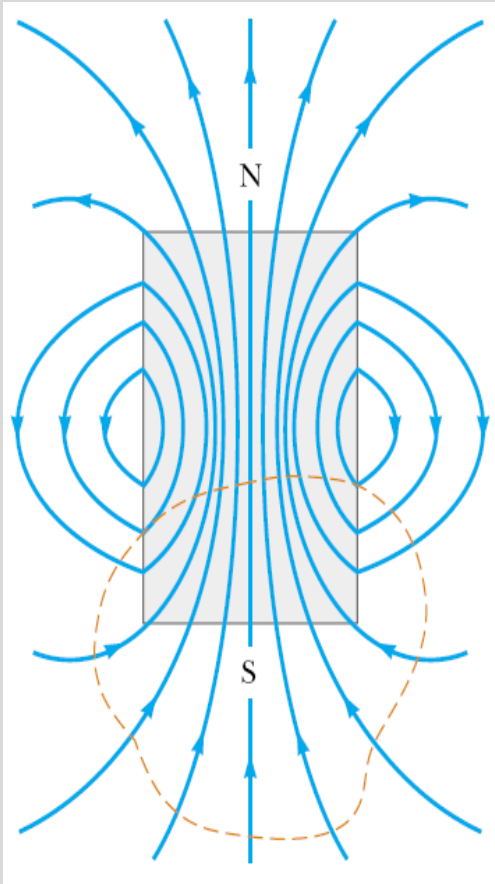


$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Por ejemplo, las líneas de campo eléctrico alrededor de un dipolo eléctrico inician en la carga positiva y terminan en la carga negativa.

En este caso, el flujo eléctrico a través de una superficie que encierre a una de las cargas NO es cero. ¿Porqué?

# El magnetismo. Ley de Gauss en el magnetismo.



En el caso del magnetismo, también podemos aplicar la Ley de Gauss a una superficie cerrada.

En este caso, la ley de Gauss establece que **el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada siempre es cero**, es decir

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

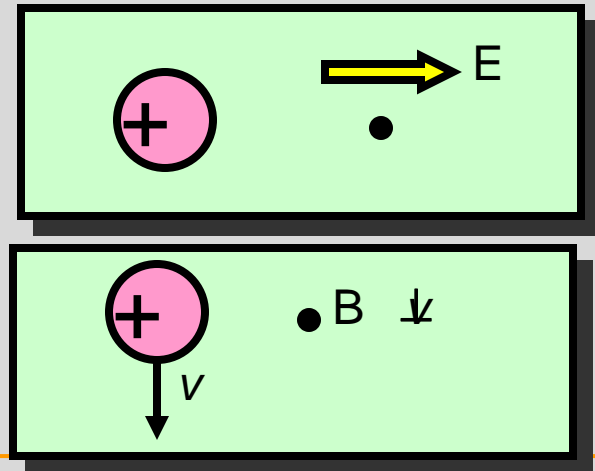
Las líneas de campo magnético de una barra imantada forman trazos cerrados. Nota que el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada alrededor de uno de los polos (o cualquier otra superficie cerrada) es cero, lo cual es evidente al notar que el número de líneas que entran es igual al de líneas que salen.

# Origen de campos magnéticos

Recuerde que la intensidad de un campo eléctrico  $E$  se definió como la fuerza eléctrica por unidad de carga.

Puesto que no se han encontrado polos magnéticos aislados, no se puede definir el campo magnético  $B$  en términos de la fuerza magnética por unidad de polo norte.

En vez de ello se verá que los campos magnéticos resultan de cargas en movimiento, no de carga o polos estacionarios. Este hecho se cubrirá más tarde.



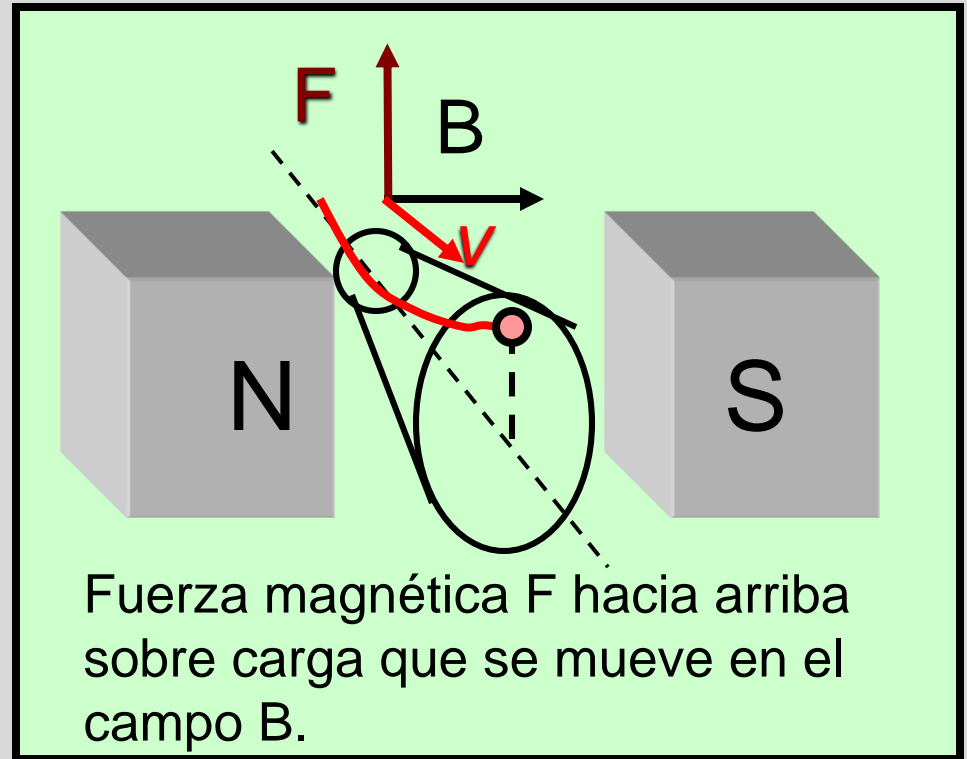


# Fuerza magnética sobre carga en movimiento

Imagine un tubo que proyecta carga  $+q$  con velocidad  $v$  en el campo  $B$  perpendicular.

El experimento muestra:

$$F \propto qvB$$

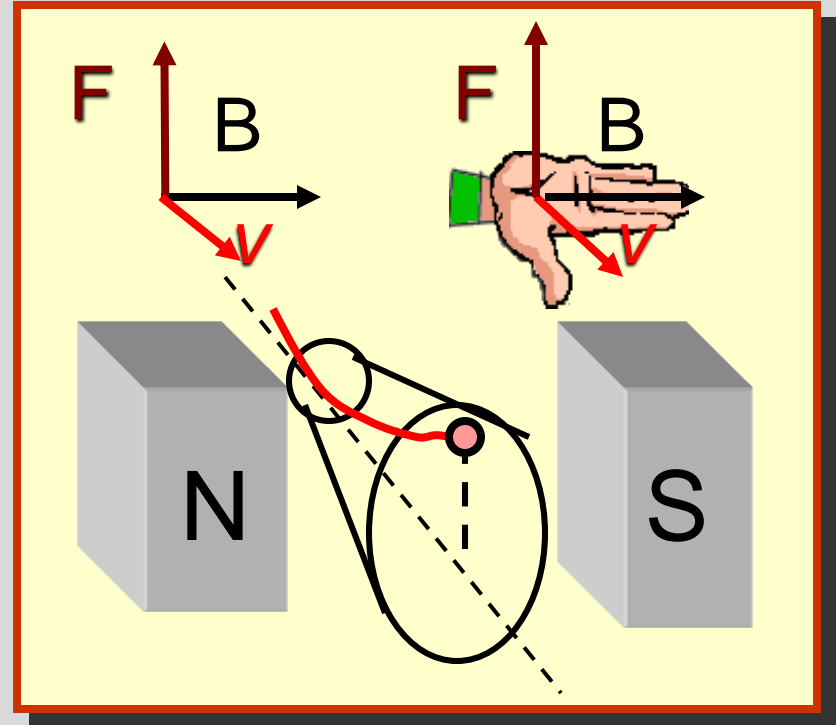


Lo siguiente resulta en una mayor fuerza magnética  $F$ : aumento en velocidad  $v$ , aumento en carga  $q$  y un mayor campo magnético  $B$ .

# Dirección de la fuerza magnética

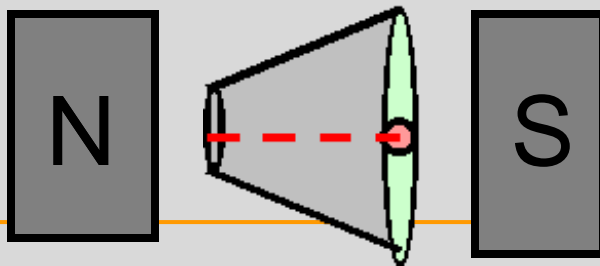
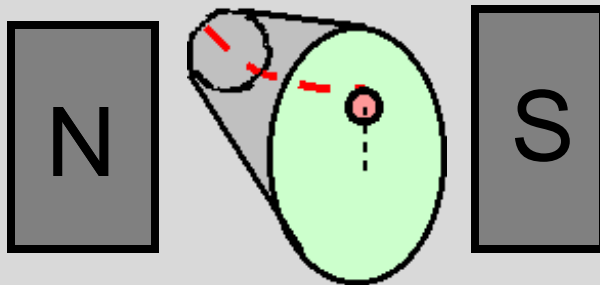
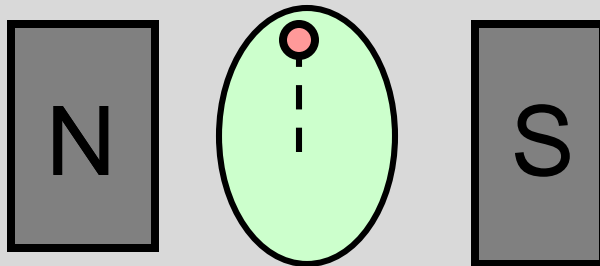
Regla de la mano derecha:

Con la mano derecha plana, apunte el pulgar en dirección de la velocidad  $v$ , dedos en dirección del campo  $B$ . La palma de la mano empuja en dirección de la fuerza  $F$ .



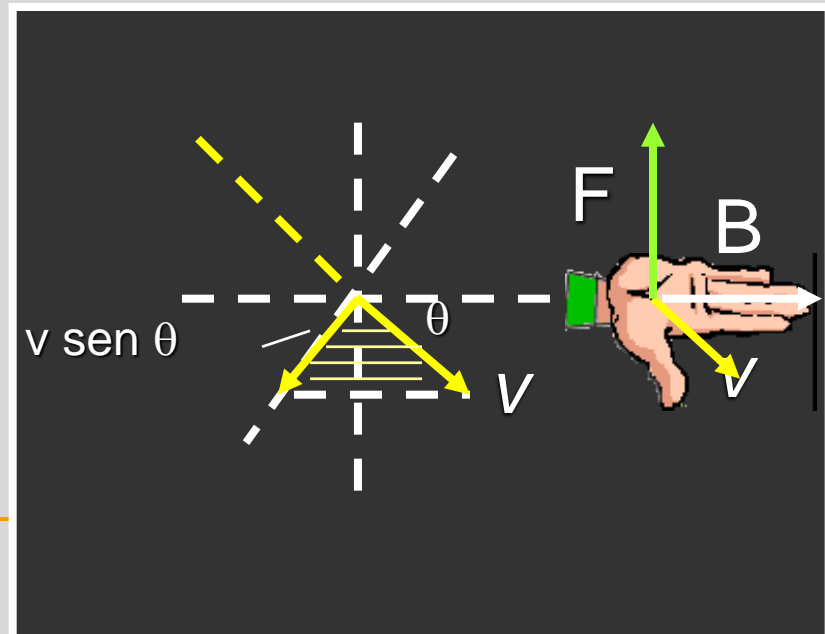
La fuerza es mayor cuando la velocidad  $v$  es perpendicular al campo  $B$ . La desviación disminuye a cero para movimiento paralelo

# Fuerza y ángulo de trayectoria



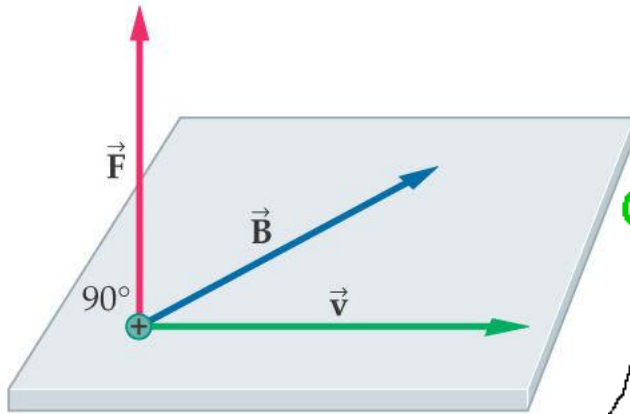
La fuerza de desviación es mayor cuando la trayectoria es perpendicular al campo. Es menor en paralelo.

$$F \propto v \sin \theta$$

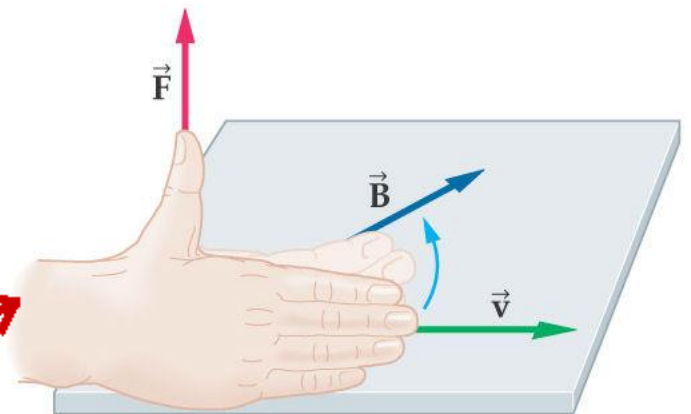
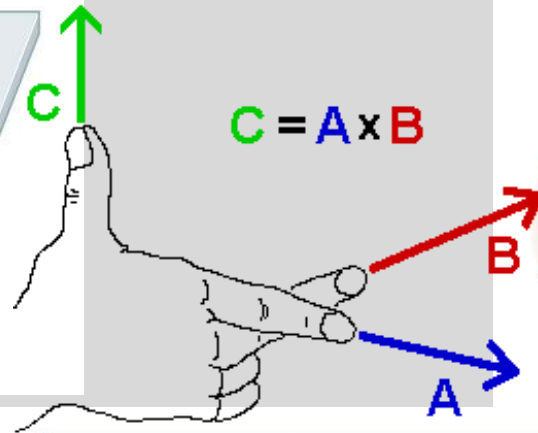


# Fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

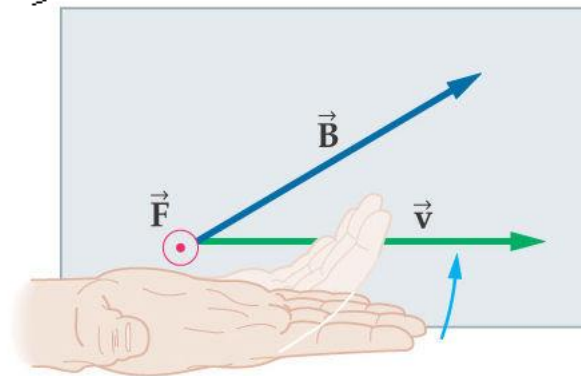
## Regla de la mano derecha



(a)



(b)



(c)

# Definición del campo B

Observaciones experimentales muestran lo siguiente:

$$F \propto qv \operatorname{sen} \theta \quad \text{o} \quad \frac{F}{qv \operatorname{sen} \theta} = \text{constante}$$

Al elegir las unidades adecuadas para la constante de proporcionalidad, ahora se puede definir el campo B como:

Intensidad de campo magnético B:

$$B = \frac{F}{qv \operatorname{sen} \theta} \quad \text{o} \quad F = qvB \operatorname{sen} \theta$$

Una **intensidad de campo magnético** de un **tesla (T)** existe en una región del espacio donde una carga de **un coulomb (C)** que se mueve a **1 m/s** perpendicular al campo B experimentará una fuerza de un **newton (N)**.

# Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

De lo anterior se tiene que si en un campo magnético se mueve una carga  $q$ , sobre ella se ejercerá una fuerza, que llamaremos magnética ( $F_B$ ), la cual depende del valor y signo de la carga  $q$ , de la velocidad con la cual se esta moviéndose y la dirección del campo magnético  $B$  se en dicho punto.

Los experimentos realizados considerando el movimiento de partículas cargadas, en presencia de campos magnéticos, arrojan los siguientes resultados:

- La magnitud de la fuerza  $F_B$  ejercida sobre la partícula es proporcional a la carga  $q$  y a la rapidez  $v$  de la partícula.
- La magnitud y dirección de la fuerza  $F_B$  depende de la velocidad  $v$  de la partícula y de la magnitud y dirección del campo magnético  $B$ .
- Cuando una partícula cargada se mueve paralela al vector de campo magnético, no hay fuerza magnética.

# Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

También se tiene que:

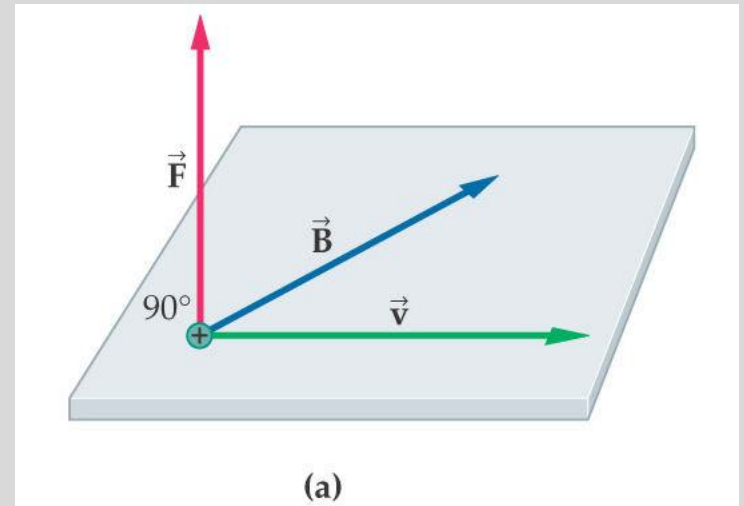
- Cuando la velocidad de la partícula forma un ángulo distinto de cero con el campo magnético, la fuerza magnética actúa en una dirección perpendicular tanto a  $\mathbf{v}$  como a  $\mathbf{B}$ .
- La fuerza magnética ejercida sobre una partícula cargada positivamente está en dirección opuesta a la ejercida sobre una partícula cargada negativamente.
- La magnitud de la fuerza magnética es proporcional al seno del ángulo formado entre la dirección del campo magnético  $\mathbf{B}$  y la dirección del movimiento de la partícula cargada.

# Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

Los resultados anteriores se pueden resumir en la siguiente expresión:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

donde  $\vec{F}_B$  está en la dirección del producto vectorial  $\vec{v} \times \vec{B}$  si  $q$  es positiva. Por definición del producto vectorial (o producto cruz), la fuerza magnética es perpendicular al plano formado por los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .



Se puede considerar a la anterior expresión como una definición operacional del campo magnético.



# Fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

## Diferencias entre las fuerzas eléctrica y magnética

Hay varias diferencias importantes entre las fuerzas eléctrica y magnética:

- La fuerza eléctrica actúa en dirección del campo eléctrico, en tanto que la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético
- La fuerza eléctrica actúa sobre una partícula cargada independientemente de si la partícula está en movimiento o no, mientras que la fuerza magnética actúa sobre una partícula cargada **sólo** cuando esta se encuentra en movimiento.
- La fuerza eléctrica efectúa trabajo al desplazar a la partícula cargada, en tanto que la fuerza magnética asociada con un campo magnético estable no realiza trabajo cuando se desplaza una partícula.

Esto último permite concluir que *el campo magnético puede alterar la dirección del vector velocidad de una partícula pero no puede cambiarle su magnitud*, por lo que la energía cinética no cambia para una partícula cargada que se mueve con una velocidad  $\mathbf{v}$  a través de un campo magnético  $\mathbf{B}$ .

# Movimiento de una partícula en un campo electromagnético

En resumen, podemos concluir que una partícula con una carga  $q$ , moviéndose con una velocidad  $\mathbf{v}$ , en presencia tanto de un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  como de un campo magnético  $\mathbf{B}$  experimenta una fuerza eléctrica  $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$  y una fuerza magnética  $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , de tal forma que la fuerza total (llamada *Fuerza de Lorentz*) que actúa sobre la partícula está dada por

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$
$$\mathbf{F}_{EM} = q\left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right)$$

Un par de aplicaciones de los resultados anteriores son

- El selector (o filtro) de velocidades
- El espectrómetro de masas.

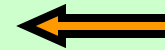
# Cómo indicar la dirección de los campos B

Una forma de indicar las direcciones de los campos perpendiculares a un plano es usar cruces X y puntos · :

Un campo dirigido hacia el papel se denota mediante una cruz “X” como las plumas de una flecha.

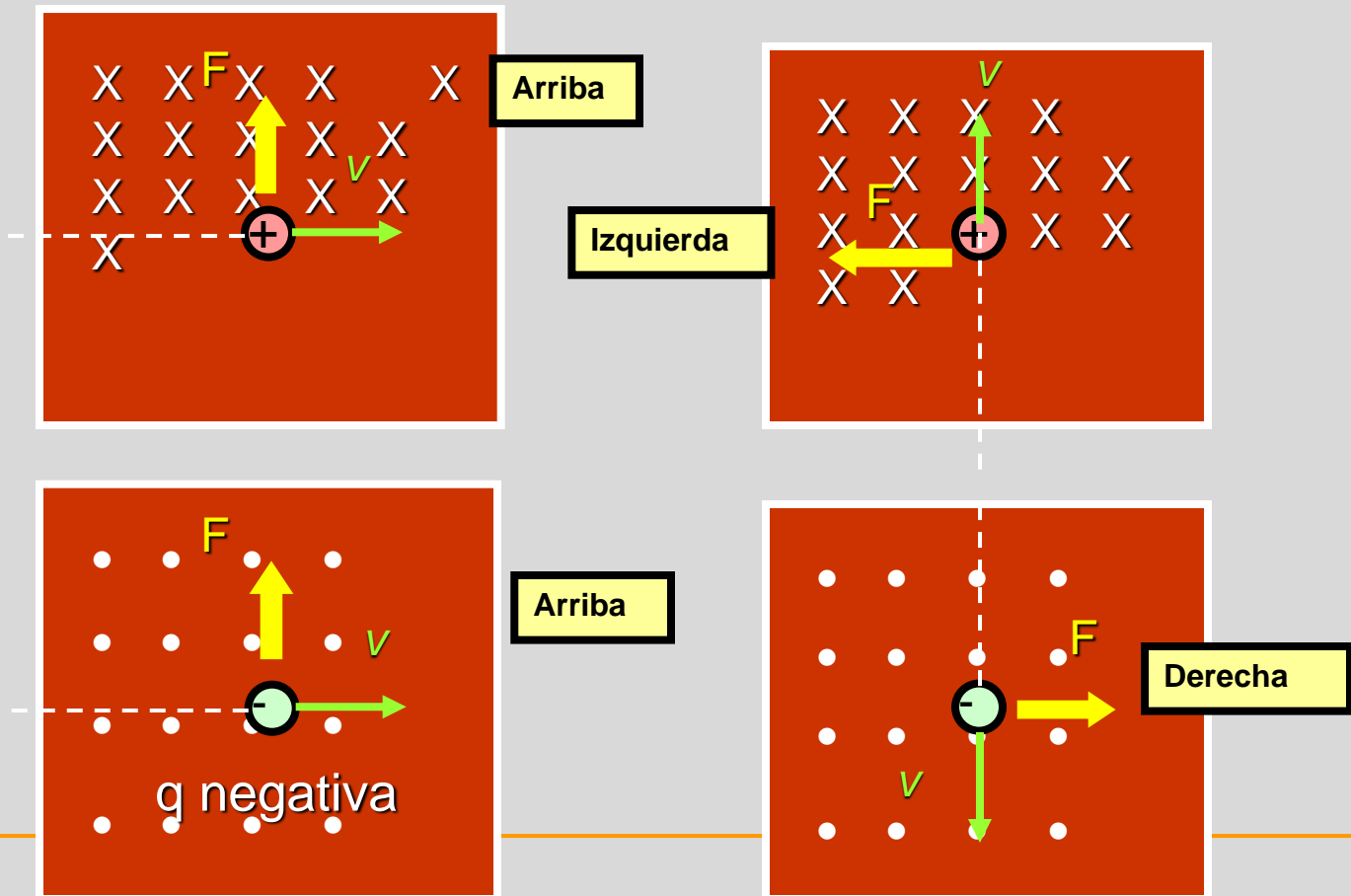


Un campo dirigido afuera del papel se denota mediante un punto “·” como la parte frontal de una flecha.



# Práctica con direcciones de B:

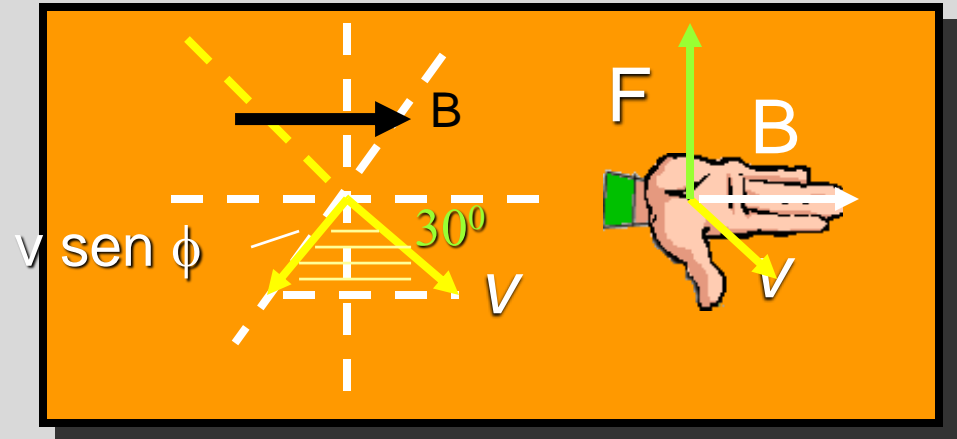
¿Cuál es la dirección de la fuerza  $F$  sobre la carga en cada uno de los ejemplos siguientes?



Ejemplo 1. Una carga de 2 nC se proyecta como se muestra con una velocidad de  $5 \times 10^4$  m/s en un ángulo de  $30^\circ$  con un campo magnético de 3 mT. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la fuerza resultante?

Dibuje un bosquejo burdo.

$$q = 2 \times 10^{-9} \text{ C} \quad v = 5 \times 10^4 \text{ m/s} \\ B = 3 \times 10^{-3} \text{ T} \\ \theta = 30^\circ$$



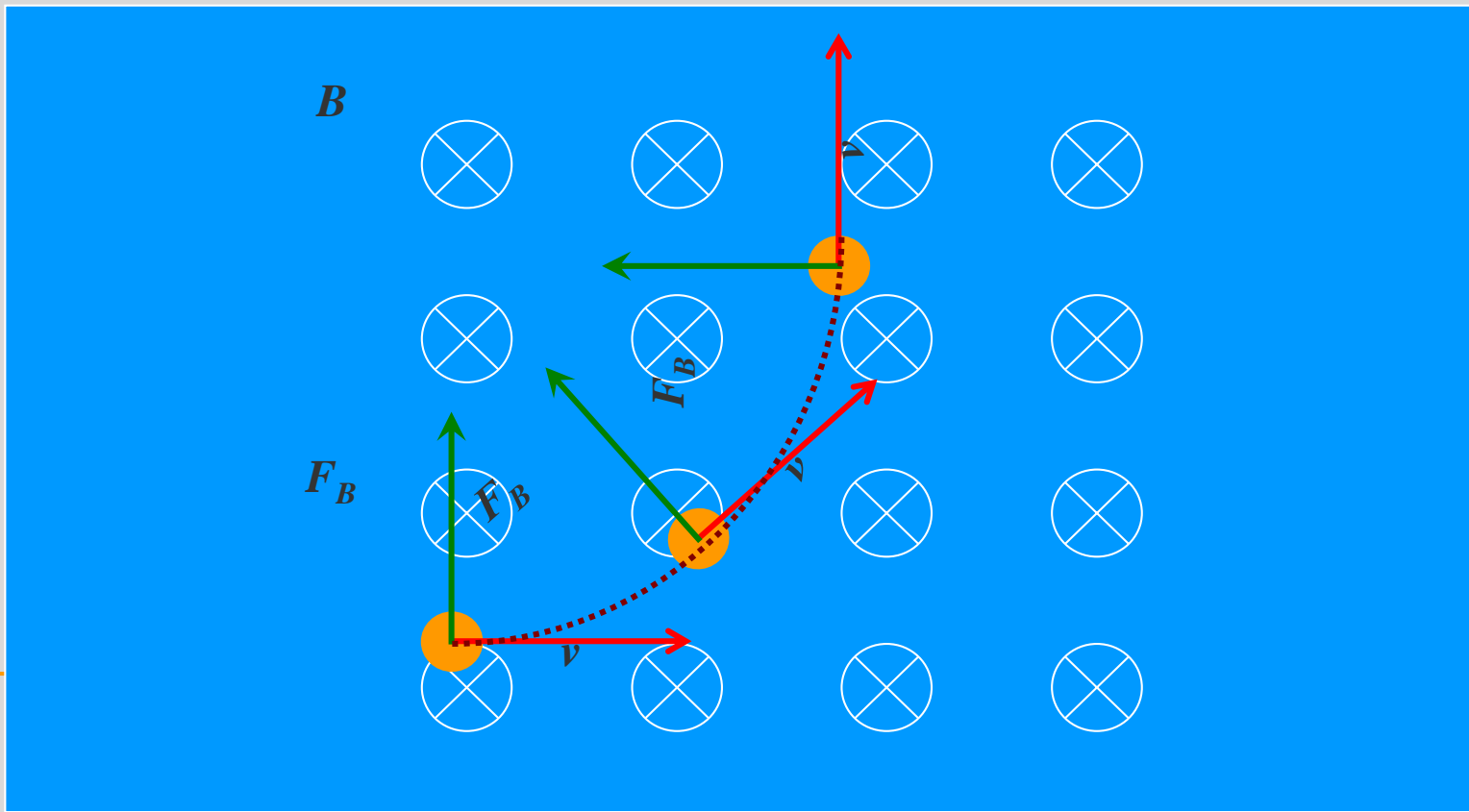
Al usar la regla de la mano derecha, se ve que la fuerza es hacia arriba.

$$F = q v B \text{ sen } \theta = (2 \times 10^{-9} \text{ C}) (5 \times 10^4 \text{ m/s}) (3 \times 10^{-3} \text{ T}) \text{ sen } 30^\circ$$

Fuerza magnética resultante:  $F = 1.50 \times 10^{-7}$  N, hacia arriba

# Movimiento de una partícula en un campo magnético

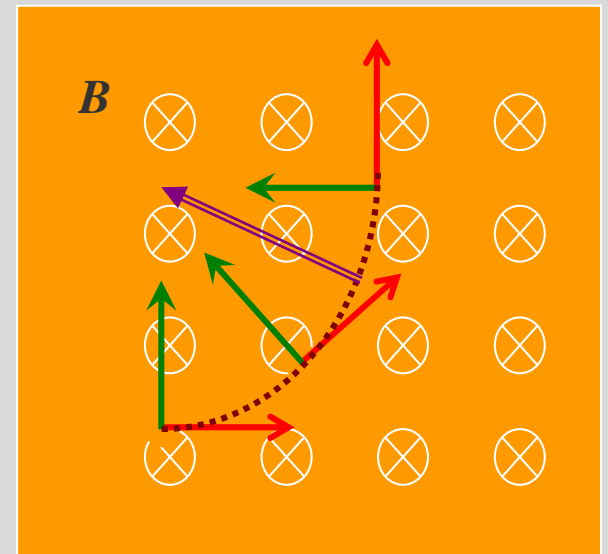
Una vez conocida la fuerza magnética, podemos analizar el movimiento de una partícula cargada a través de un campo magnético. Para ello consideraremos que la partícula penetra moviéndose perpendicularmente a un campo magnético uniforme  $B$



# Movimiento de una partícula en un campo magnético

Como pudimos ver anteriormente, la partícula desarrolla un movimiento circular, así que si aplicamos la segunda ley de Newton a dicho movimiento, tendremos

$$\sum F = ma_r$$
$$F_B = qvB = m \frac{v^2}{r}$$
$$r = \frac{mv}{qB}$$

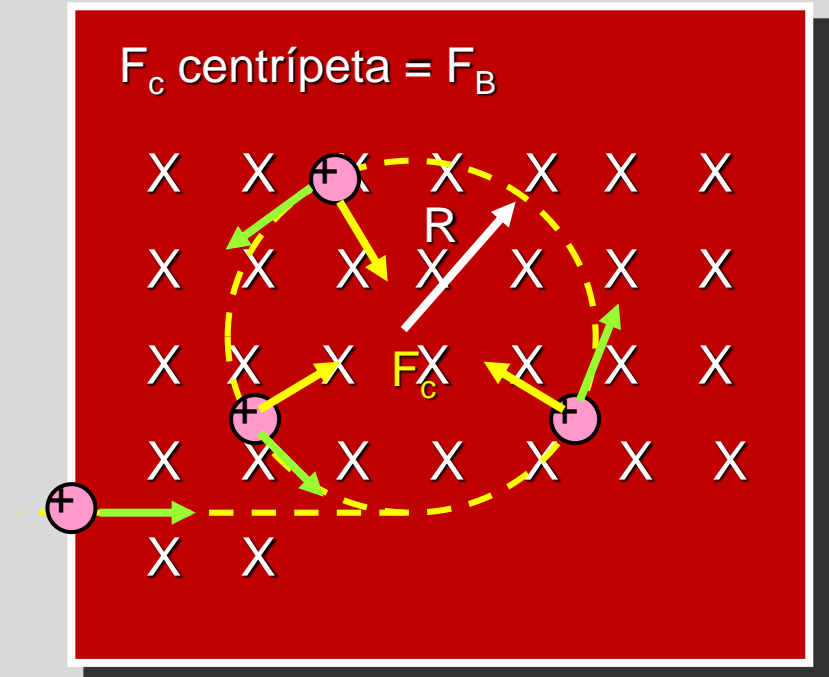


es decir, el radio de la trayectoria es proporcional al *momentum* lineal  $mv$  de la partícula, e inversamente proporcional a la magnitud de la carga  $q$  y a la magnitud del campo magnético  $B$ .

# Movimiento de una partícula en un campo magnético

Como pudimos ver anteriormente, la partícula desarrolla un movimiento circular, así que si aplicamos la segunda ley de Newton a dicho movimiento, tendremos

$$\sum F = ma_r$$
$$F_B = qvB = m \frac{v^2}{r}$$
$$r = \frac{mv}{qB}$$



es decir, el radio de la trayectoria es proporcional al *momentum* lineal  $mv$  de la partícula, e inversamente proporcional a la magnitud de la carga  $q$  y a la magnitud del campo magnético  $B$ .



# Movimiento de una partícula en un campo magnético

Del resultado anterior, podemos encontrar la rapidez angular de la partícula  $\omega$ , a saber

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

y de manera similar, el periodo del movimiento (el tiempo que tarda la partícula en completar una revolución)  $T$  está dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Este par de resultados muestra que la rapidez angular y el periodo del movimiento de la partícula NO dependen de la rapidez inicial ni del radio de la órbita. En particular, a esta frecuencia se le conoce como *frecuencia de ciclotrón* por ser esta la frecuencia del movimiento de partículas en un acelerador de partículas conocido como *ciclotrón*.

# Movimiento de una partícula en un campo magnético. Selector o filtro de velocidades

Existen situaciones que involucran partículas cargadas donde es fundamental que estas se muevan, esencialmente, a la misma velocidad. Sin embargo, al acelerar partículas no todas se moverán con la misma rapidez, por lo que surge la necesidad de seleccionar sólo a aquellas que se muevan con la rapidez deseada.

Lo anterior se logra aplicando una combinación de campos eléctrico y magnético, perpendiculares entre sí, para lograr que las fuerzas correspondientes (que actúan simultáneamente sobre la partícula) estén en la misma dirección, pero opuestas entre sí. Con ello se busca que ambas fuerzas se cancelen entre sí, ya que en tal caso, la partícula no experimenta fuerza neta y entonces no se modifica su trayectoria inicial.

$$F = F_E + F_B = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) = 0$$
$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

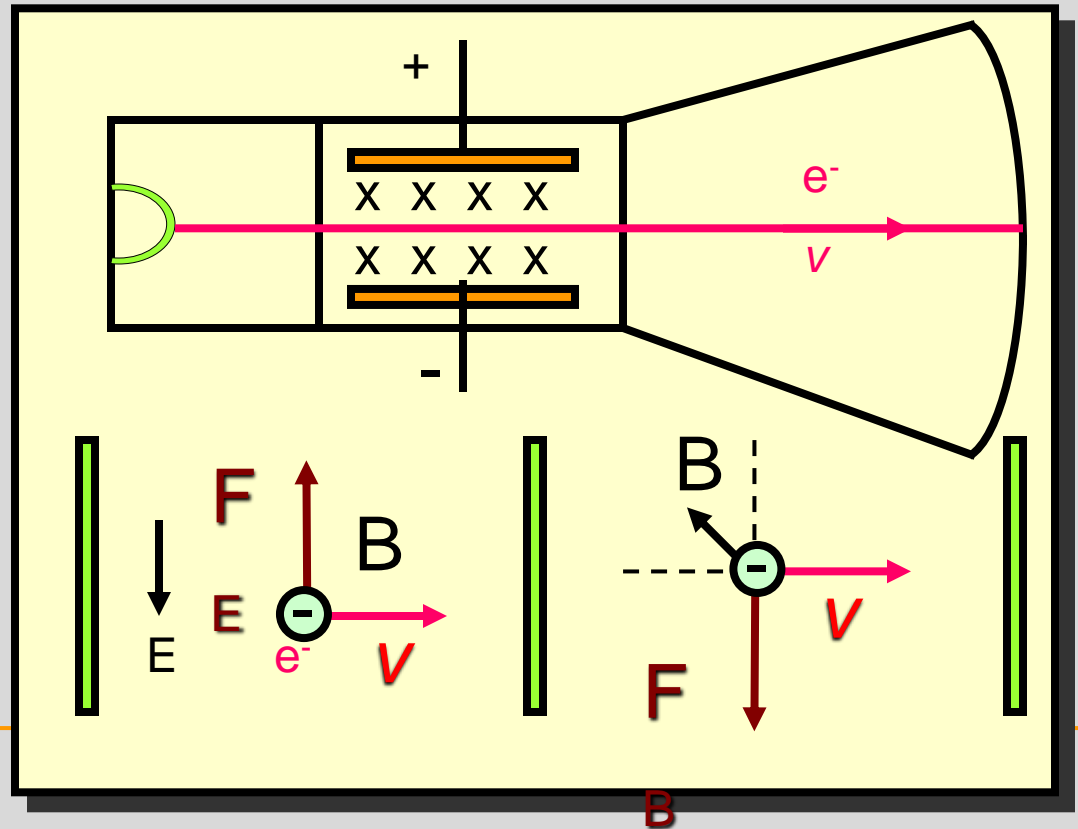
# Campos E y B cruzados

El movimiento de partículas cargadas, como los electrones, se puede controlar mediante campos eléctricos y magnéticos combinados

Nota:  $F_E$  sobre el electrón es hacia arriba y opuesta al campo E.

Pero,  $F_B$  sobre el electrón es hacia abajo (regla de la mano izquierda).

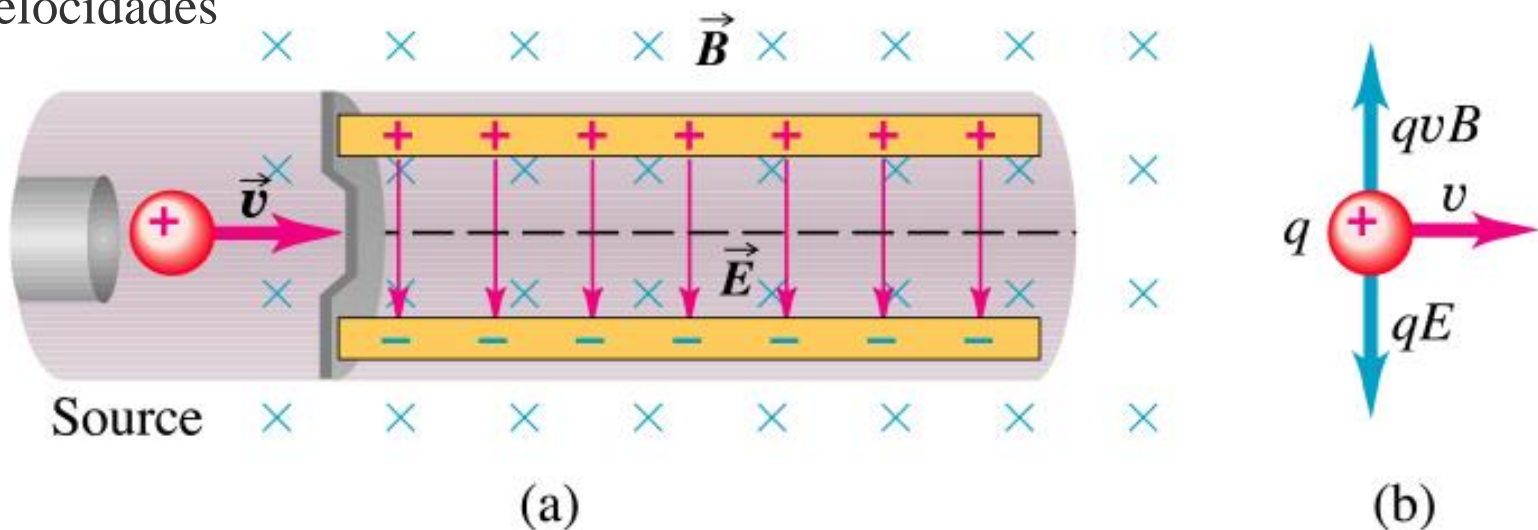
Desviación cero cuando  
 $F_B = F_E$



# Movimiento de una partícula en un campo magnético. Selector o filtro de velocidades

Es decir, cuando las magnitudes de los campos  $E$  y  $B$  satisfacen la relación  $E=vB$  la partícula se mueve de manera rectilínea en la región de los campos, lo que implica que hemos seleccionada a aquellas partículas con rapidez  $v=E/B$ .

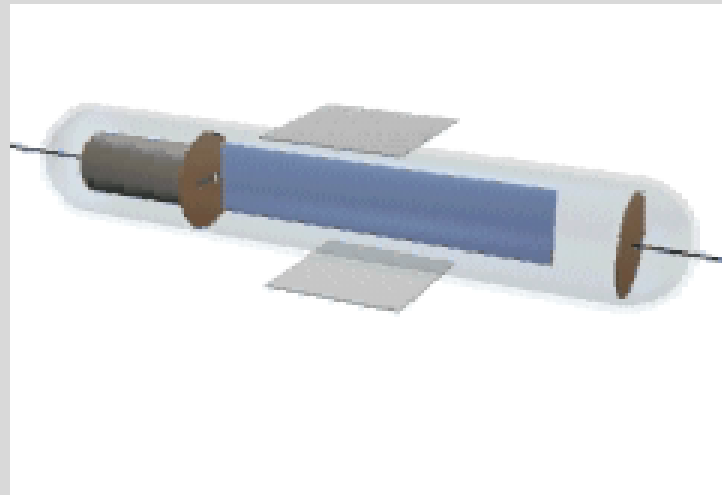
En la siguiente figura se muestra un esquema del selector de velocidades



# Movimiento de una partícula en un campo magnético. Selector o filtro de velocidades

En conclusión, el selector de velocidad nos permite separar partículas cargadas de acuerdo a su velocidad, logrando que aquellas con una rapidez dada por  $v=E/B$  no sufran modificación en su trayectoria, mientras que aquellas con rapidez mayor se deflectan en la dirección de la fuerza magnética y las que poseen rapidez menor lo hacen en dirección de la fuerza eléctrica; siempre y cuando se trate de partículas cargadas positivamente, en caso de tener carga negativa la deflexión es a la inversa.

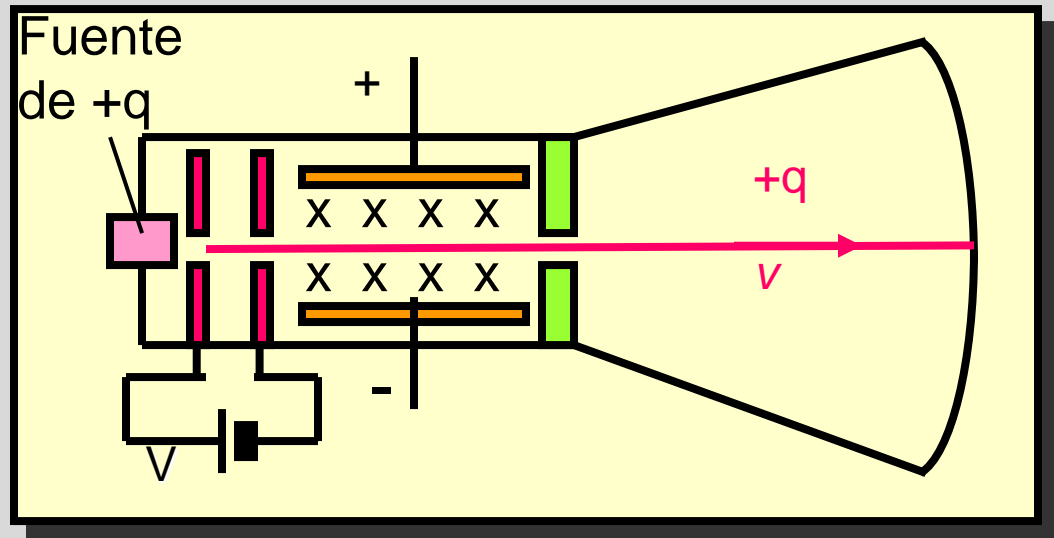
Funcionamiento del selector o filtro de velocidades.



Ejemplo 2. Un ión de litio,  $q = +1.6 \times 10^{-16} \text{ C}$ , se proyecta hacia un selector de velocidad donde  $B = 20 \text{ mT}$ . El campo  $E$  se ajusta para seleccionar una velocidad de  $1.5 \times 10^6 \text{ m/s}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico  $E$ ?

$$v = \frac{E}{B}$$

$$E = vB$$



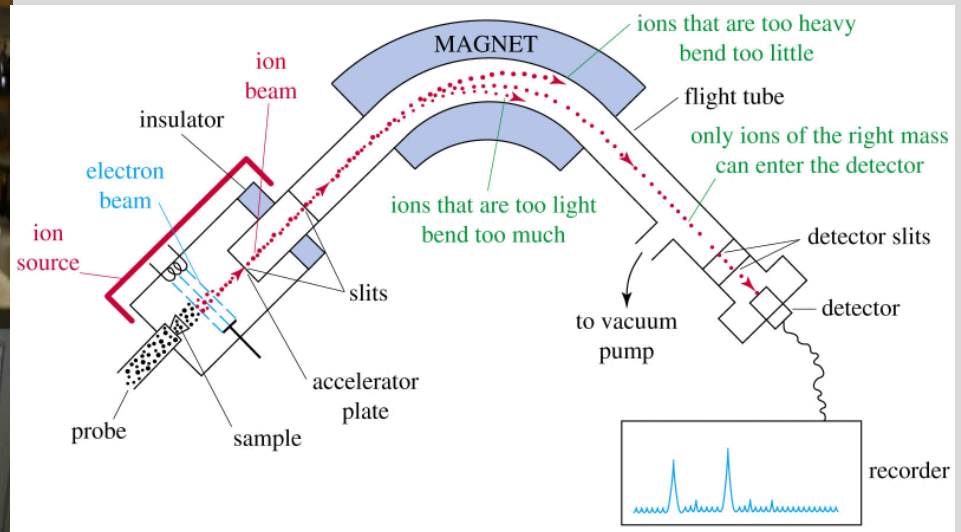
$$E = (1.5 \times 10^6 \text{ m/s})(20 \times 10^{-3} \text{ T});$$

$$E = 3.00 \times 10^4 \text{ V/m}$$

# Movimiento de una partícula en un campo magnético. El espectrómetro de masas

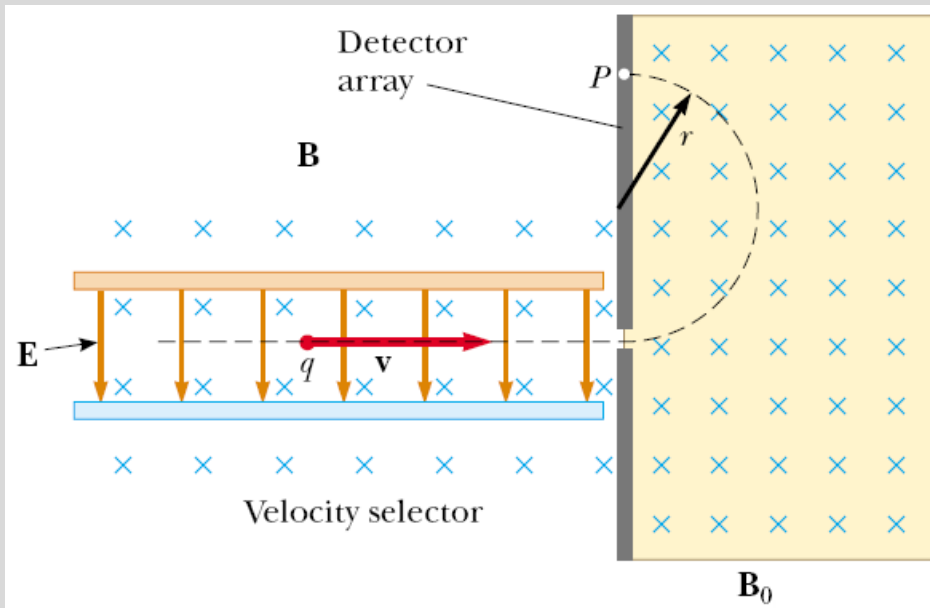
El espectrómetro de masas es un dispositivo que permite separar iones con base en su relación carga-masa.

En las siguientes imágenes se presentan la fotografía de un espectrómetro de masas y su diagrama esquemático.



# Movimiento de una partícula en un campo magnético. El espectrómetro de masas

¿En qué consiste un espectrómetro de masas? En la versión conocida como espectrómetro de masas de Brainbridge, un haz de iones pasa primero por un selector de velocidades y después entra en un segundo campo magnético uniforme  $\mathbf{B}_0$  que tiene la misma dirección que el campo magnético en el selector.



Si se envían iones cargados positivamente, es fácil demostrar que la trayectoria seguida es la mostrada en el esquema, donde el radio de la trayectoria circular está dado por

$$r = \frac{mv}{qB_0}$$



# Movimiento de una partícula en un campo magnético. El espectrómetro de masas

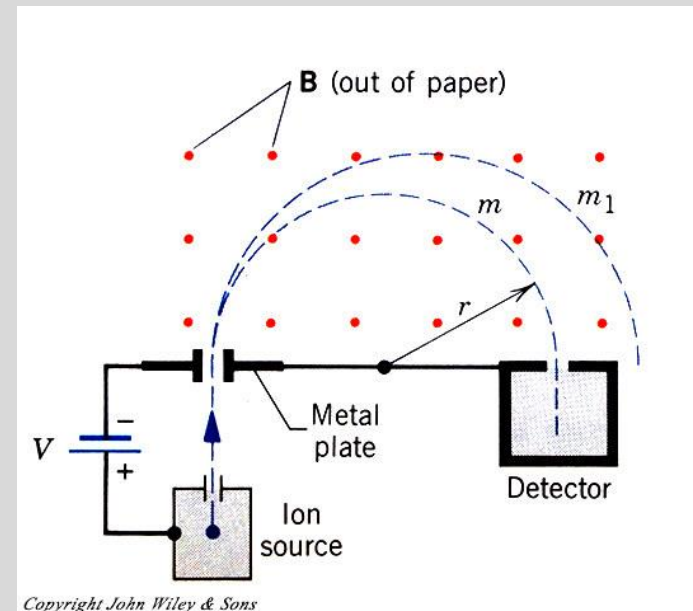
De la ecuación anterior, podemos concluir que las partículas con mayor relación masa-carga tendrán un radio de curvatura mayor para la trayectoria seguida, de tal forma que si colocamos un detector a una distancia  $2r$  de la salida de iones, podremos detectar a los iones con una relación masa-carga dada por

$$\frac{m}{q} = \frac{B_0 r}{v}$$

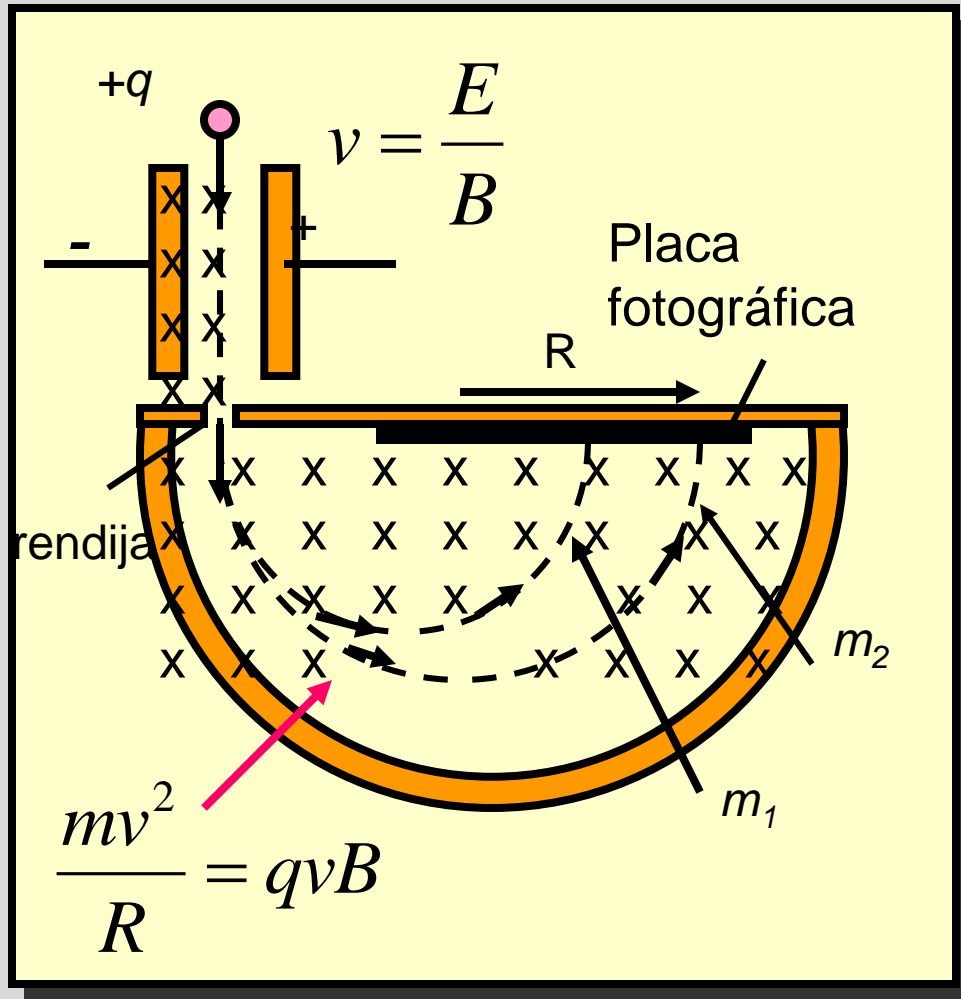
y si consideramos la expresión para la rapidez de un selector de velocidades, podemos escribir

$$\frac{m}{q} = \frac{B_0 B r}{E}$$

Relación masa-carga en un espectrómetro de masas



# Espectrómetro de masa



Iones que pasan a través de un selector de velocidad con una velocidad conocida llegan a un campo magnético como se muestra. El radio es:

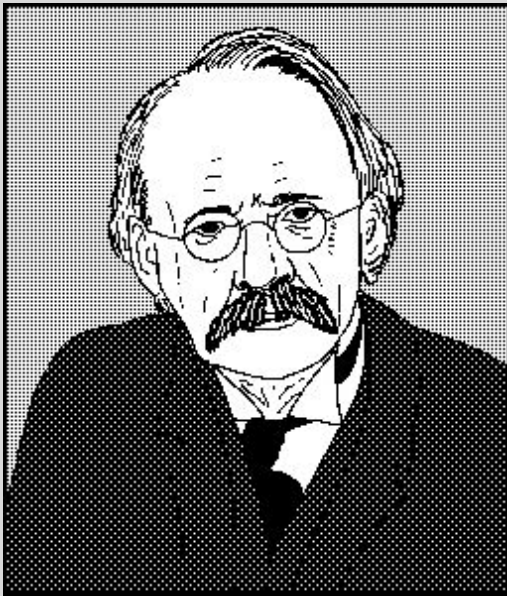
$$R = \frac{mv}{qB}$$

La masa se encuentra al medir el radio  $R$ :

$$m = \frac{qBR}{v}$$

# Movimiento de una partícula en un campo magnético. El espectrómetro de masas.

En la práctica suelen medirse las masas de varios isótopos de un ion determinado, con todos los iones teniendo la misma carga  $q$ ; en consecuencia, es posible encontrar las proporciones de masa incluso si se desconoce  $q$ .

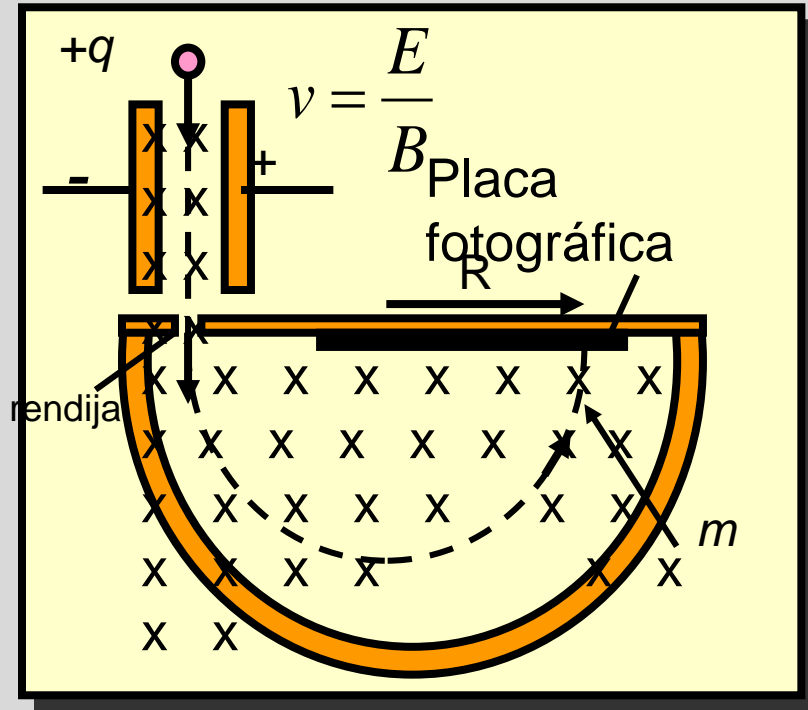


Una variación de esta técnica fue empleada por J.J. Thomson (1856-1940) en 1897 para medir la relación carga-masa de los electrones, a saber  $e/m_e$ .



Bell Telephone Labs/Courtesy of Emilio Segrè Visual Archives

Ejemplo 3. Un ión de neón,  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , sigue una trayectoria de  $7.28 \text{ cm}$  de radio. Superior e inferior  $B = 0.5 \text{ T}$  y  $E = 1000 \text{ V/m}$ . ¿Cuál es su masa?



$$v = \frac{E}{B} = \frac{1000 \text{ V/m}}{0.5 \text{ T}}$$

$$v = 2000 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

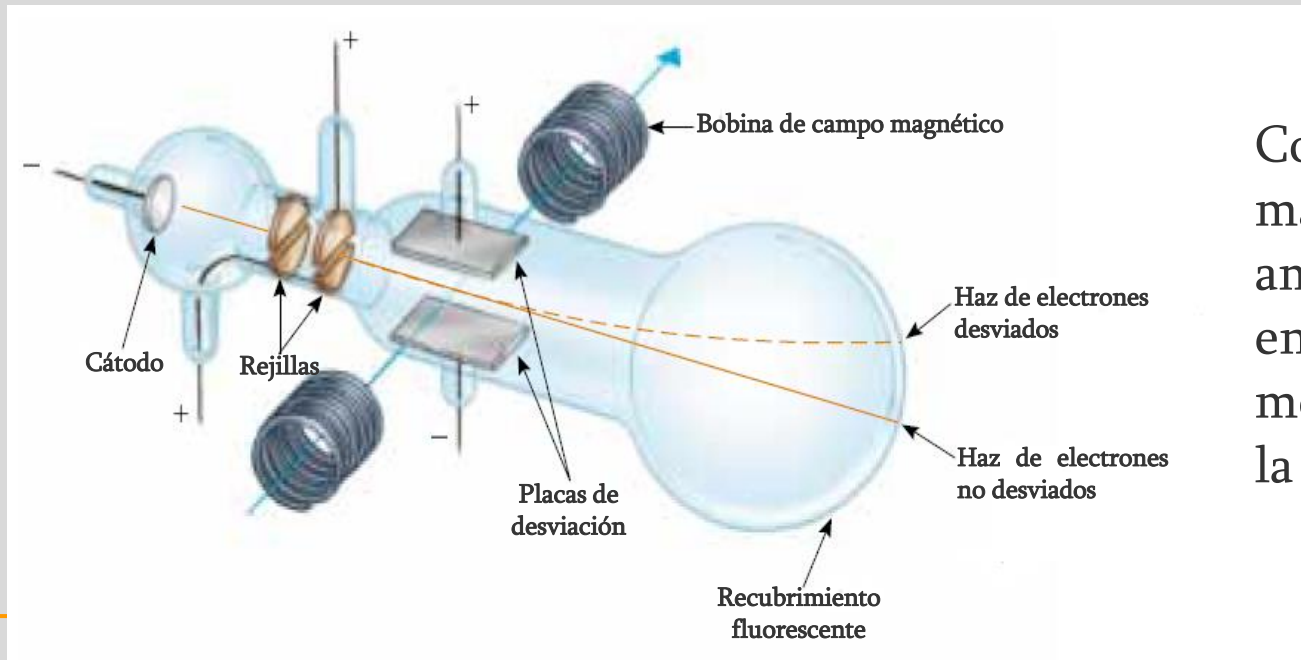
$$m = \frac{qBR}{v}$$

$$m = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.5 \text{ T})(0.0728 \text{ m})}{2000 \text{ m/s}}$$

$$m = 2.91 \times 10^{-24} \text{ kg}$$

# Movimiento de una partícula en un campo magnético. Relación carga-masa ( $e/m_e$ ).

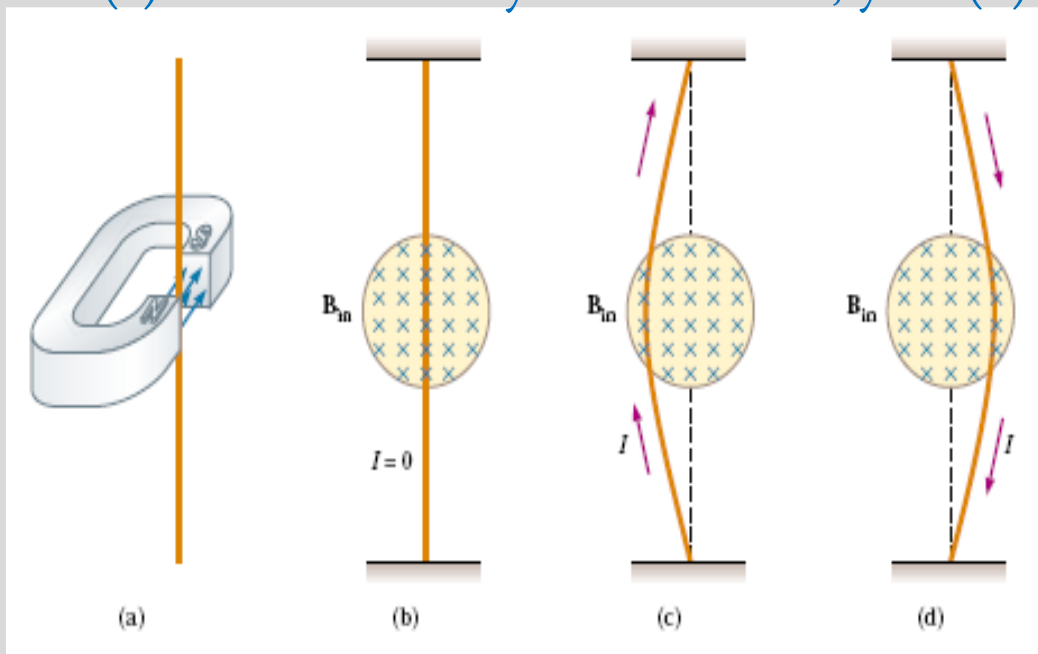
En el aparato de Thomson los electrones son acelerados desde el cátodo pasando por un par de rejillas, a continuación pasan entre dos campos: eléctrico y magnético. Cuando ambos campos se encienden, estos son ajustados para obtener un haz sin desviación; posteriormente se apaga el campo magnético y se mide la desviación.



Con base en las magnitudes de ambos campos y en la desviación medida se calcula la relación  $e/m_e$ .

# Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica

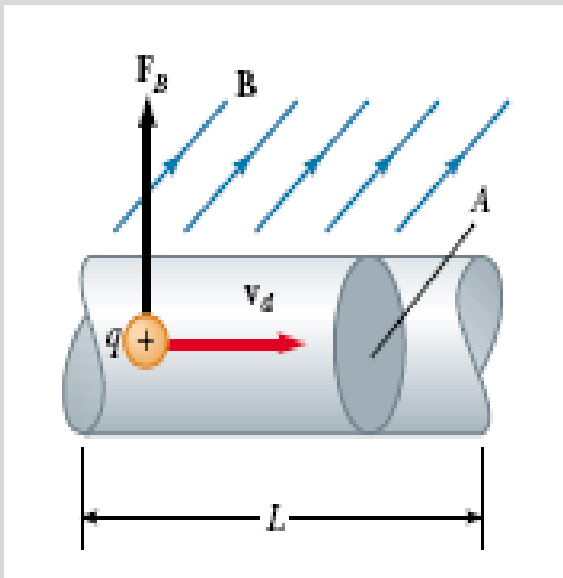
Al realizar experimentos con un alambre conduciendo una corriente en presencia de un campo magnético lo que se observa es lo mostrado en la figura anexa. En (a) se presenta el arreglo: un alambre vertical en presencia de un campo magnético  $B$ ; en (b) el alambre no lleva corriente; en (c) la corriente fluye hacia arriba; y en (d) fluye hacia abajo.



Como puede advertirse, existe un efecto sobre el alambre, producto de una interacción entre la corriente que circula por el alambre y el campo magnético: la fuerza magnética.

# Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica

Para encontrar la fuerza magnética sobre un alambre vamos a considerar un segmento de alambre recto de longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$ , que conduce una corriente  $I$  en un campo magnético  $B$ .



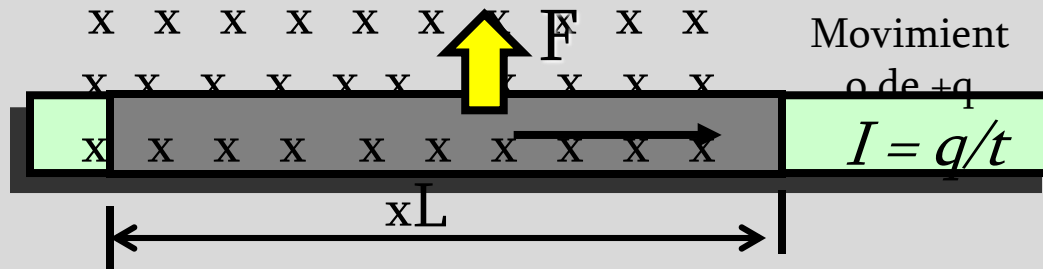
La fuerza magnética ejercida sobre una carga  $q$  que se mueve a una velocidad  $v_d$  está dada por

$$q v_d \times B$$

Dado que una corriente  $I$  es carga  $q/t$  que se mueve a través de un alambre, la fuerza magnética se puede proporcionar en términos de corriente.

# Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica

Dado que una corriente  $I$  que se mueve dentro de un alambre, se exprese como  $I = q/t$ , la fuerza magnética se puede proporcionar en términos de corriente



Regla de la mano derecha: la fuerza  $F$  es hacia arriba.

$$F = qvB$$

Como  $v = L/t$  e  $I = q/t$ , se puede reordenar para encontrar;

$$F = q \left( \frac{L}{t} \right) B = \left( \frac{q}{t} \right) LB$$

La fuerza  $F$  sobre un conductor de longitud  $L$  y corriente  $I$  perpendicular al campo  $B$ :

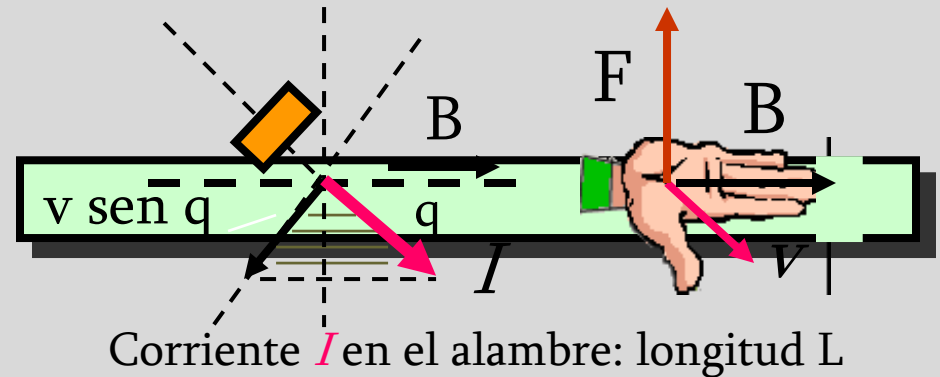
$$F = IBL$$



# Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica

Tal como para una carga en movimiento, la fuerza sobre un alambre varía con la dirección.

$$F = IBL \sin \alpha$$



Por lo tanto, en general la fuerza magnética total sobre el alambre de longitud  $L$  es

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

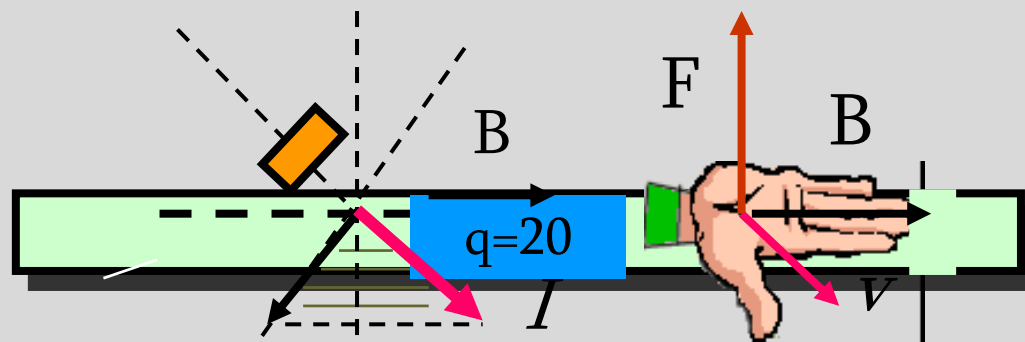
donde  $\vec{L}$  es un vector que apunta en la dirección de la corriente  $I$  y tiene una magnitud igual a la longitud  $L$  del segmento.

Ejemplo 1. Un alambre de 6 cm de longitud forma un ángulo de  $20^\circ$  con un campo magnético de 3 mT. ¿Qué corriente se necesita para causar una fuerza hacia arriba de  $1.5 \times 10^{-4}$  N?

$$F = IBL \text{ sen } \theta$$

$$I = \frac{F}{BL \text{ sen } \theta} = \frac{1.5 \times 10^{-4} \text{ N}}{(3 \times 10^{-3} \text{ T})(0.06 \text{ m}) \text{ sen } 20^\circ}$$

$$I = 2.44 \text{ A}$$



Corriente  $I$  en el alambre: longitud  $L$

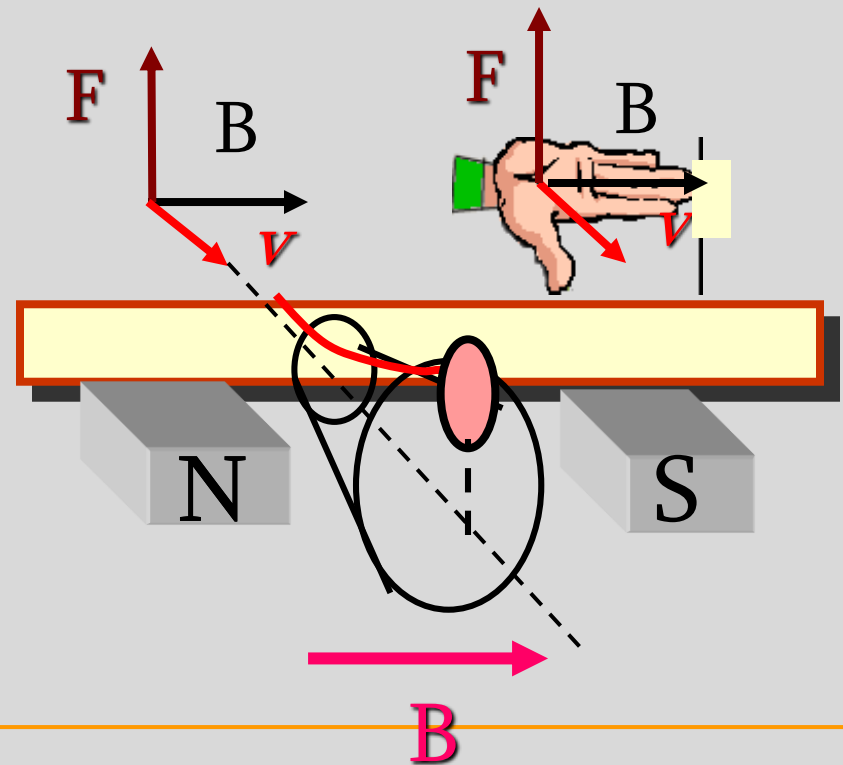
# Fuerza sobre una carga en movimiento

Recuerde que el campo magnético  $B$  en teslas (T) se definió en términos de la fuerza sobre una carga en movimiento:

Intensidad de campo magnético  $B$ :

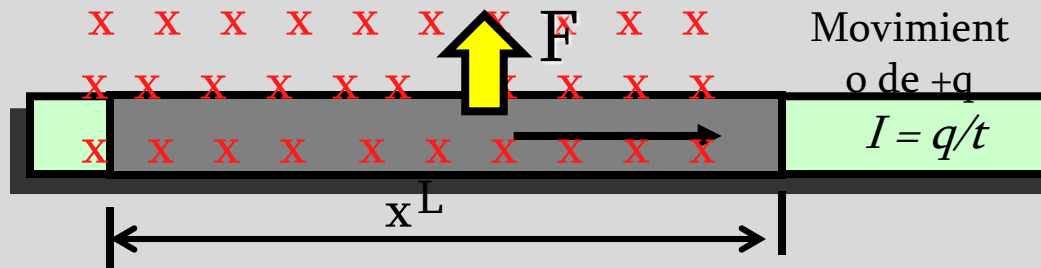
$$B = \frac{F}{qv \sin \theta}$$

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{\text{C}(\text{m/s})} = \frac{1 \text{ N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$



# Fuerza sobre un conductor

Dado que una corriente  $I$  es carga  $q$  que se mueve a través de un alambre, la fuerza magnética se puede proporcionar en términos de corriente.



Regla de la mano derecha: la fuerza  $F$  es hacia arriba.

$$F = qvB$$

Como  $v = L/t$  e  $I = q/t$ , se puede reordenar para encontrar:

$$F = q \left( \frac{L}{t} \right) B = \left( \frac{q}{t} \right) LB$$

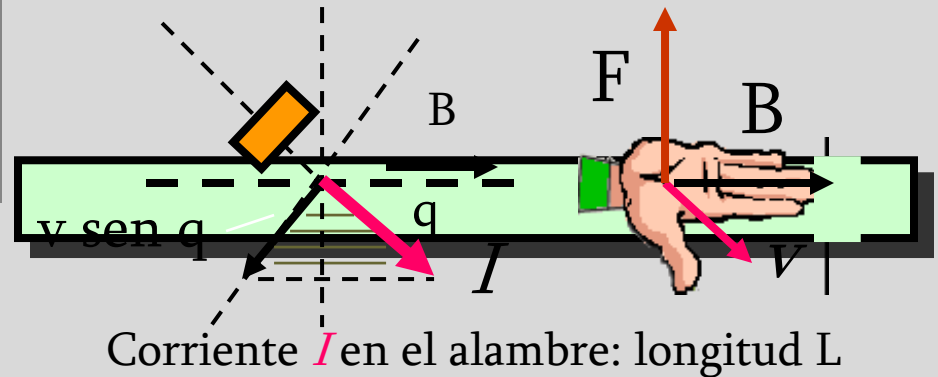
La fuerza  $F$  sobre un conductor de longitud  $L$  y corriente  $I$  perpendicular al campo  $B$ :

$$F = IBL$$

# La fuerza depende del ángulo de la corriente

Tal como para una carga en movimiento, la fuerza sobre un alambre varía con la dirección.

$$F = IBL \sin q$$

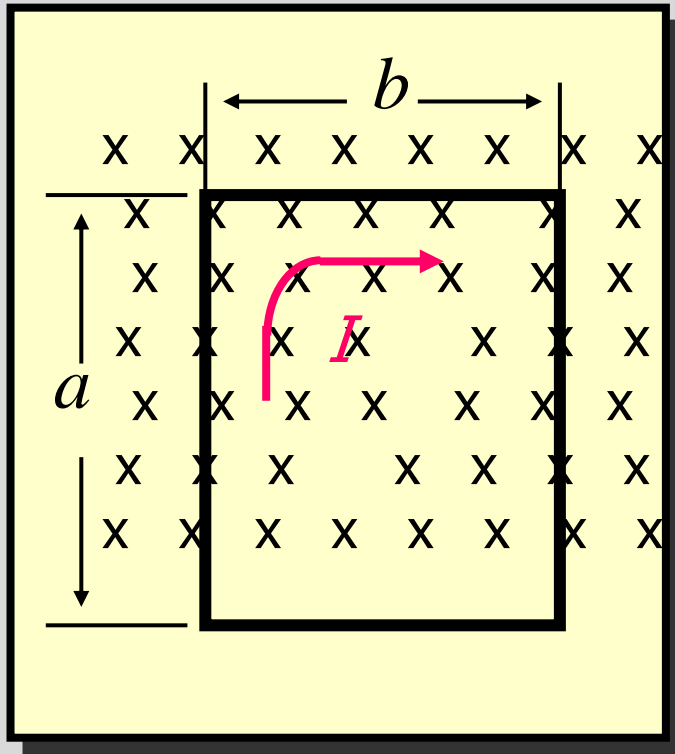


Ejemplo 1. Un alambre de 6 cm de longitud forma un ángulo de  $20^\circ$  con un campo magnético de 3 mT. ¿Qué corriente se necesita para causar una fuerza hacia arriba de  $1.5 \times 10^{-4}$  N?

$$I = \frac{F}{BL \sin \theta} = \frac{1.5 \times 10^{-4} \text{ N}}{(3 \times 10^{-3} \text{ T})(0.06 \text{ m}) \sin 20^\circ}$$

$$I = 2.44 \text{ A}$$

Ejemplo 2 Un alambre de en forma rectangular que porta una corriente  $I$ , forma un ángulo de  $90^\circ$  con un campo magnético de 3 mT. Cual es la fuerza sobre el alambre?



$$F = IBL \text{ sen } \theta$$

$$F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

$$F = ?$$

# Fuerza magnética sobre un alambre que transporta una corriente eléctrica

Si ahora consideramos un segmento de alambre de forma arbitraria y de sección transversal uniforme en un campo magnético, como el que se muestra, podemos calcular la fuerza sobre él.

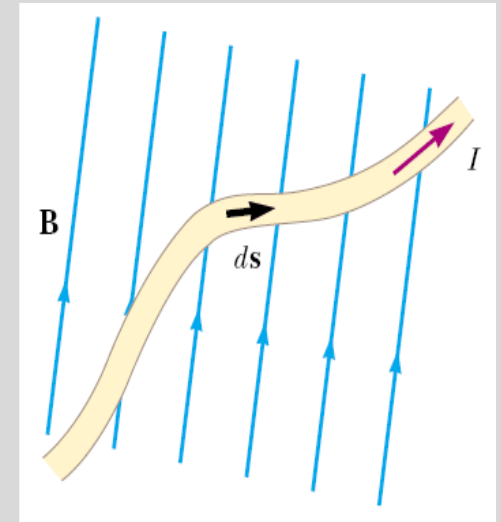
De la ecuación anterior se deduce que la fuerza magnética sobre un pequeño segmento de vector de longitud  $ds$  en presencia de un campo  $B$  es

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

Para calcular la fuerza sobre el alambre se integra sobre todo el alambre, de tal forma que

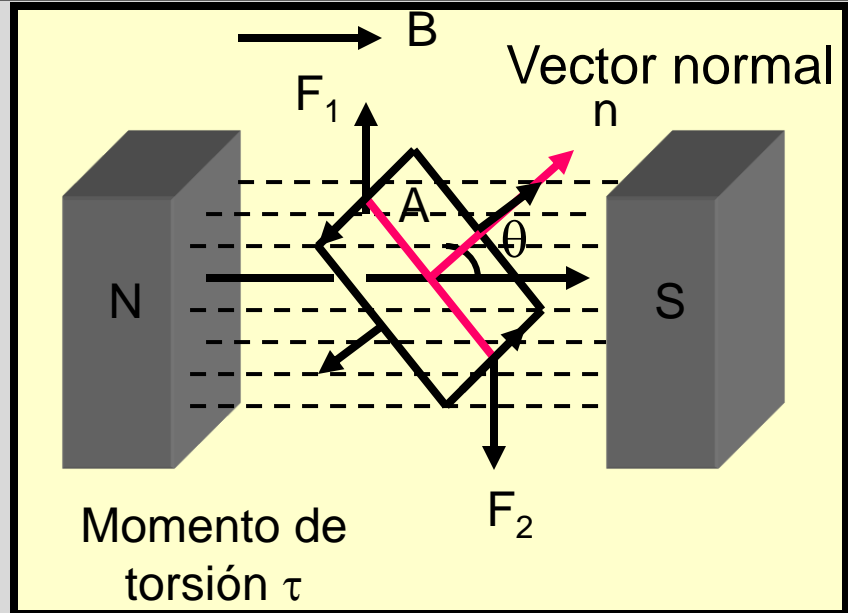
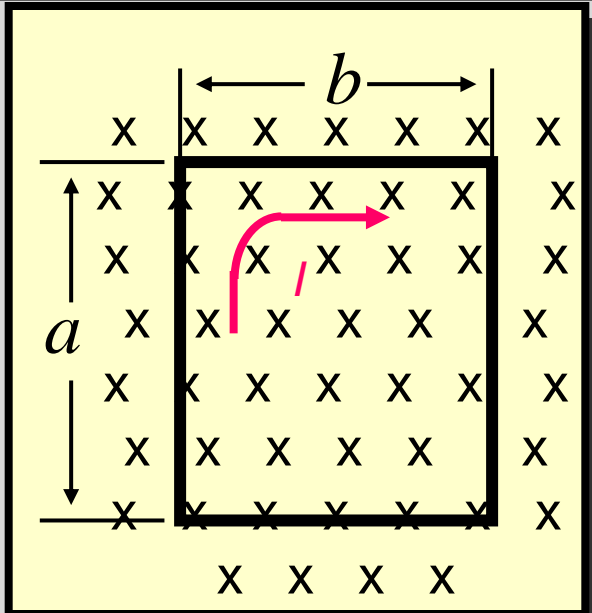
$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

donde  $a$  y  $b$  representan los extremos del alambre.



# Fuerzas sobre un lazo conductor

Considere un lazo de área  $A = ab$  que porta una corriente  $I$  en un campo constante  $B$  como se muestra a continuación.

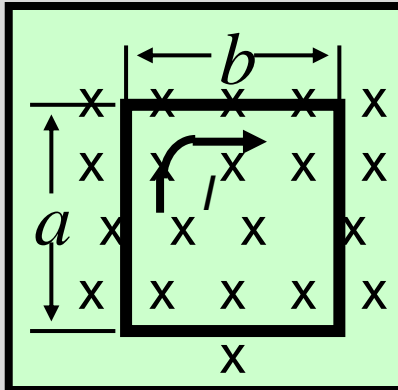


La regla de la mano derecha muestra que las fuerzas laterales se cancelan mutuamente y las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  causan un momento de torsión.



# Momento de torsión sobre espira de corriente

Recuerde que el momento de torsión es el producto de la fuerza y el brazo de momento.



Los brazos de momento para  $F_1$  y  $F_2$  son:

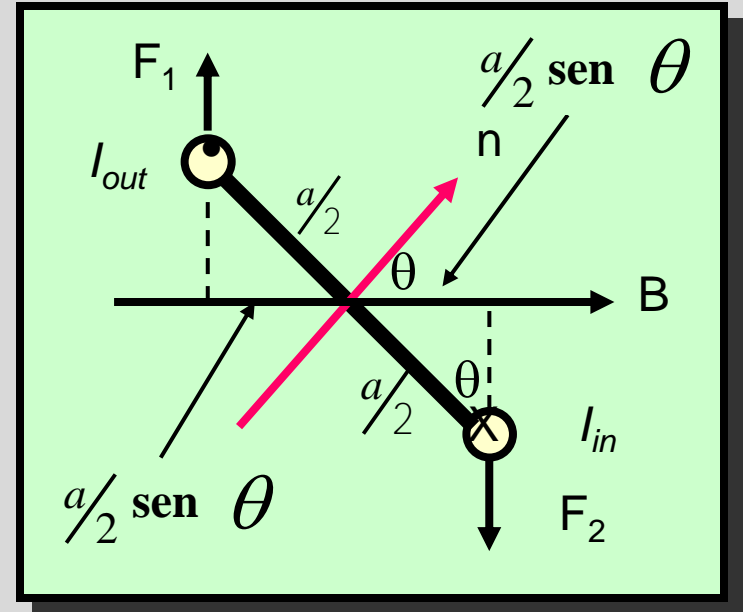
$$\frac{a}{2} \text{sen } \theta$$

$$F_1 = F_2 = IBb$$

$$\tau_1 = (IBb) \left( \frac{a}{2} \text{sen } \theta \right)$$

$$\tau_2 = (IBb) \left( \frac{a}{2} \text{sen } \theta \right)$$

$$\tau = 2(IBb) \left( \frac{a}{2} \text{sen } \theta \right) = IB(ab) \text{sen } \theta$$



$$\tau = IBAsen \theta$$

En general, para una espira de  $N$  vueltas que porta una corriente  $I$ , se tiene:

$$\tau = NIBAsen \theta$$

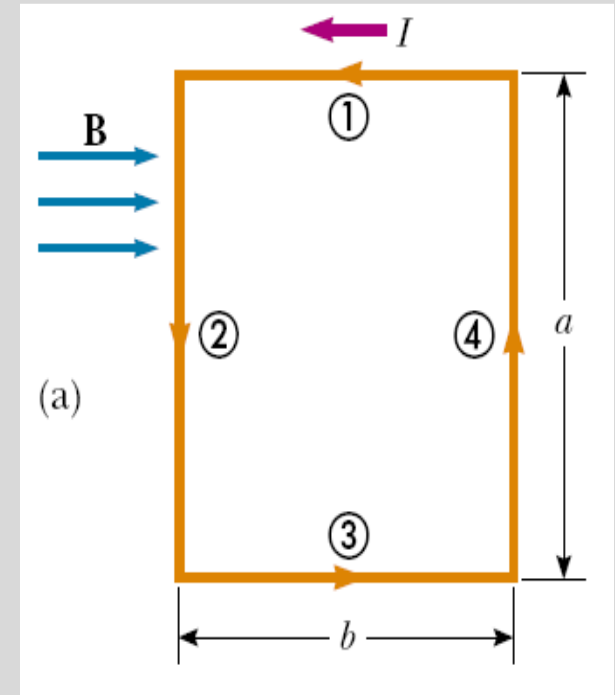
# Otra manera de abordar el Momento de torsión sobre una espira de corriente es la siguiente:

En la diapositiva previa concluimos que *la fuerza magnética sobre una espira cerrada inmersa en un campo magnético uniforme es cero*. A continuación veamos cómo es la torca sobre una espira.

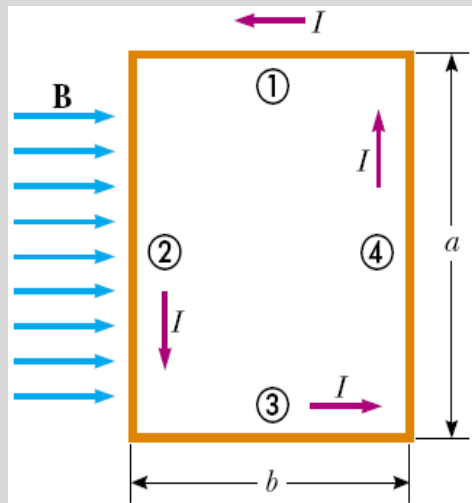
Para ello, consideremos una espira rectangular y veamos cómo es la fuerza sobre cada uno de los segmentos rectos.

Sobre los segmentos 1 y 3 NO hay fuerza magnética ya que, tanto la corriente  $I$  como el campo magnético  $B$  son paralelos.

Mientras que para los segmentos 2 y 4 SI hay una fuerza magnética, por lo que procederemos a calcularla para cada uno de los dos segmentos mencionados.

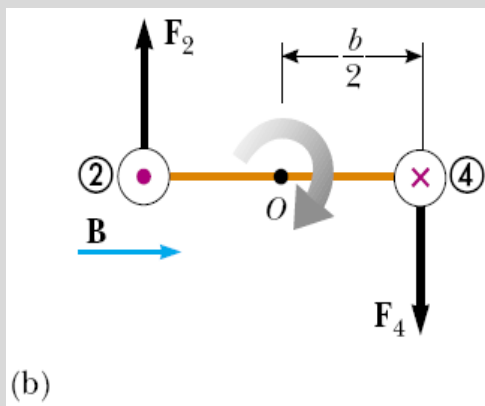


# Momento de torsión sobre una espira de corriente



(a)

Considerando la figura (a) encontramos que para el segmento 2, usando la regla de la mano derecha, la fuerza magnética “sale” del plano de la figura; mientras que para el segmento 4, la fuerza “entra” en el plano de la figura.

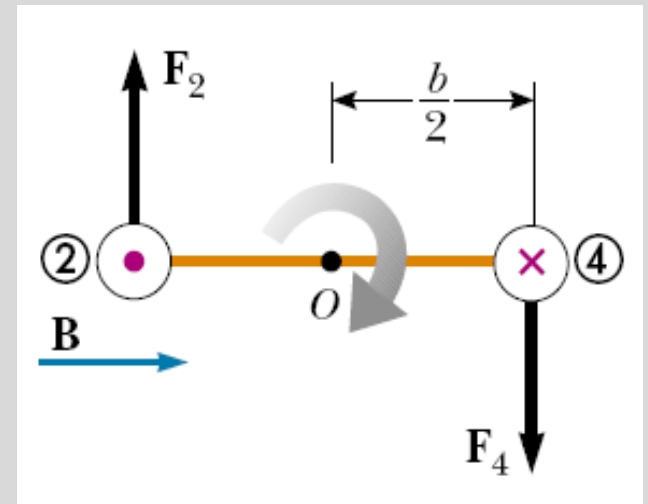


(b)

En la figura (b) se muestra una vista inferior de la espira. El “punto” indica que la corriente “sale” en el segmento 2, mientras que la “cruz” indica que la corriente “entra” en el segmento 4; de tal forma que las fuerzas 2 y 4 son perpendiculares al plano de la espira (en este caso la horizontal), y opuestas entre sí.

# Momento de torsión sobre una espira de corriente

Como puede observarse en la figura, las fuerzas  $F_2$  y  $F_4$  apuntan en direcciones opuestas, pero NO están dirigidas a lo largo de la misma línea de acción. Así que si consideramos al punto  $O$  como un pivote, vemos que las dos fuerzas producen un momento de torsión que hace girar a la espira alrededor del punto  $O$ .



La magnitud de este momento de torsión  $\tau_{\max}$ , es

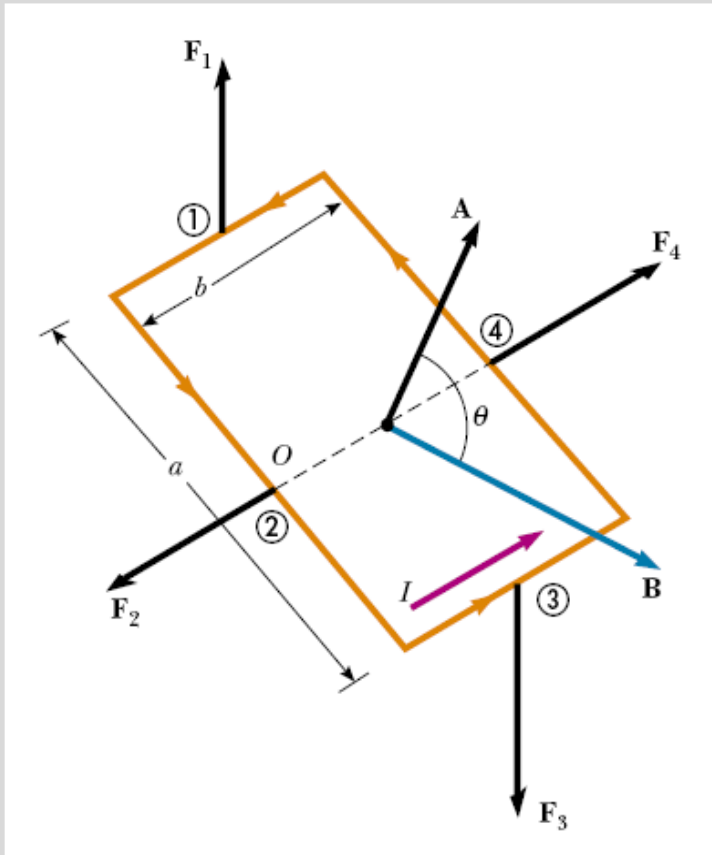
$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

donde el brazo de momento para ambas fuerzas, alrededor de  $O$ , es  $b/2$ .

Puesto que el área encerrada por la espira es  $A=ab$ , el momento de torsión  $\tau_{\max}$  puede expresarse como

$$\tau_{\max} = IAB$$

# Momento de torsión sobre una espira de corriente



Si ahora consideramos la misma espira, pero con un ángulo  $\theta$  entre el campo  $B$  y la perpendicular a su plano, representada por el vector  $A$ , podemos demostrar que la torca o momento de torsión está dado por

$$\tau = IAB \text{Sen}\theta$$

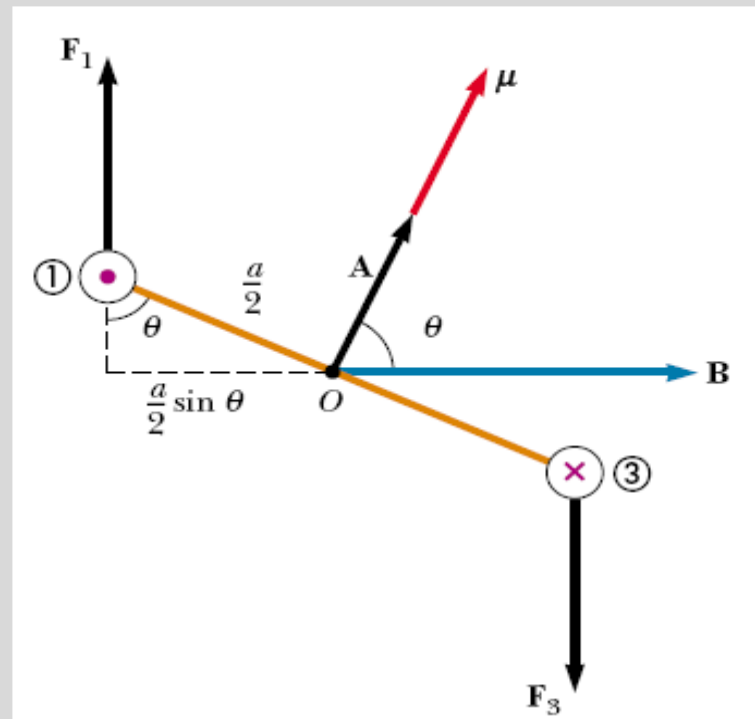
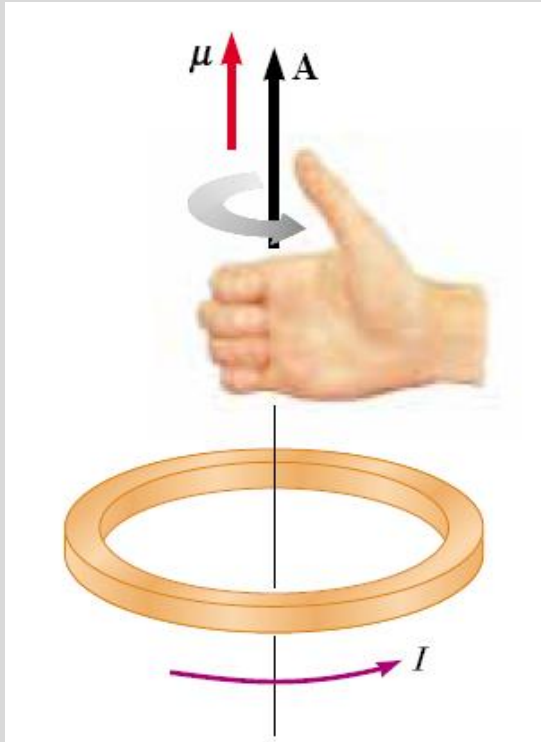
donde  $A=ab$  es el área,  $I$  es la corriente que conduce la espira y  $B$  es la magnitud del campo magnético.

De la definición de producto vectorial, la expresión para la torca puede ser reescrita como

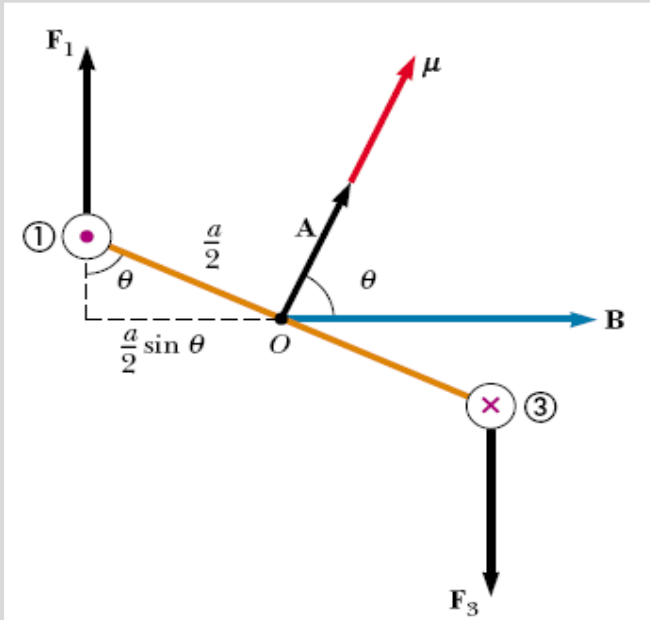
$$\vec{\tau} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

# Momento de torsión sobre una espira de corriente

Para establecer el sentido del vector  $A$ , se emplea la regla de la mano derecha: los dedos “doblados” en la dirección de la corriente  $I$ , hacen que el pulgar apunte en la dirección de  $A$ .



# Momento de torsión sobre una espira de corriente. Momento magnético



Si a continuación **definimos** el momento dipolar magnético (o simplemente “momento magnético”)  $\mu$  de la espira como

$$\mu \equiv IA$$

donde  $\mu$  tiene como unidades al ampere-metro<sup>2</sup>, podemos escribir la torca sobre una espira como

$$\tau = \mu \times B$$

Es importante hacer notar que si en lugar de tener una espira, tenemos una bobina (un arreglo de  $N$  espiras), el momento dipolar de la bobina es igual al producto  $N\mu$ , de tal forma que

$$\tau = N\mu_{\text{espira}} \times B = \mu_{\text{bobina}} \times B$$

**Ejemplo 3:** Una bobina de alambre de 200 vueltas tiene un radio de 20 cm y la normal al área forma un ángulo de  $30^\circ$  con un campo  $B$  de 3 mT. ¿Cuál es el momento de torsión en la espira si la corriente es de 3 A?

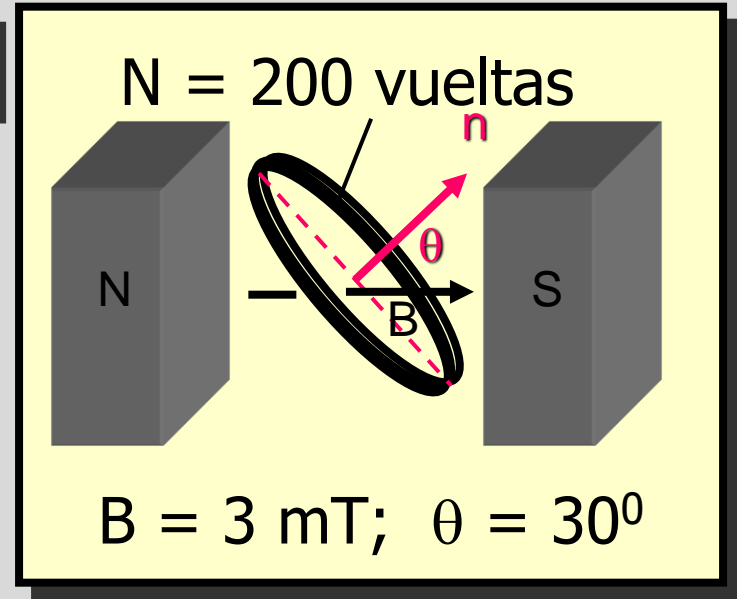
$$\tau = I A \times B$$

$$\tau = N I B A \sin \theta$$

$$A = \pi R^2 = \pi (0.2 \text{ m})^2$$

$$A = 0.126 \text{ m}^2; \quad N = 200 \text{ vueltas}$$

$$B = 3 \text{ mT}; \quad \theta = 30^\circ; \quad I = 3 \text{ A}$$



$$\tau = N I B A \sin \theta = (200)(3 \text{ A})(0.003 \text{ T})(0.126 \text{ m}^2) \sin 30^\circ$$

**Momento de torsión resultante sobre la espira:**

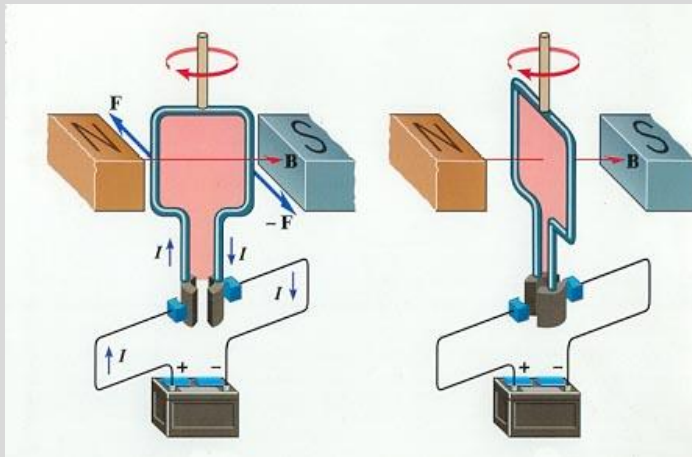
$$\tau = 0.113 \text{ N}\cdot\text{m}$$



# Momento de torsión sobre una espira de corriente.

## Motor eléctrico

El motor eléctrico es un dispositivo que para funcionar hace uso del momento de torsión sobre una espira o una bobina.



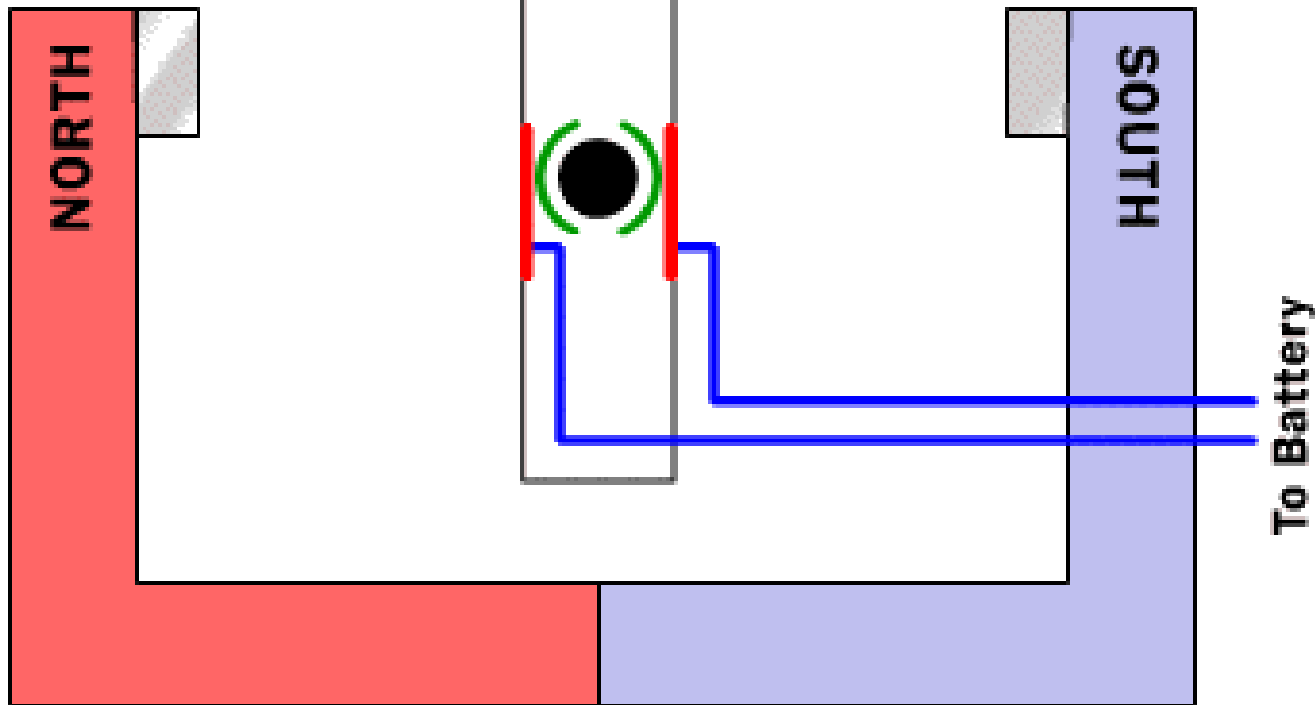
Al establecer una corriente sobre la espira (colocada en un campo magnético  $B$ ), aparece un par de fuerzas (mostradas como  $F$ ) que dan lugar a un momento de torsión sobre la espira, responsable de que gire en la dirección mostrada.

Al completarse media vuelta, y si la dirección de la corriente se mantiene, la torca cambia de dirección haciendo que la espira invierta su dirección de giro. Para evitar esto, a la espira se le colocan “escobillas” que tienen como función invertir la dirección de la corriente sobre la espira, para cancelar la inversión en el giro y mantener a la espira girando en una misma dirección.

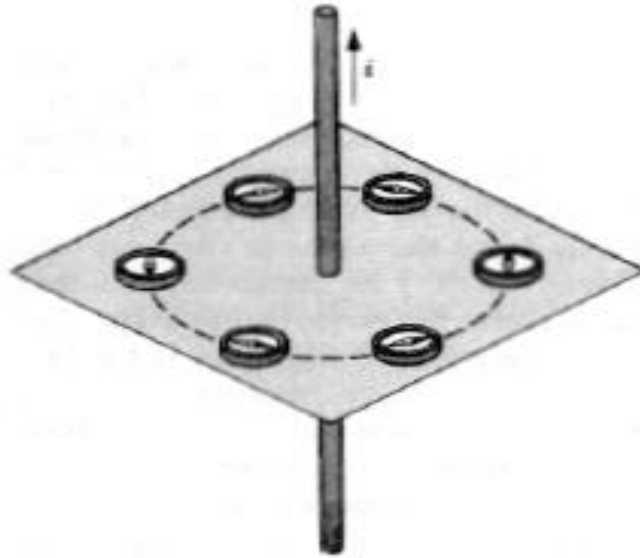
# Momento de torsión sobre una espira de corriente.

## Motor eléctrico

El motor eléctrico es un dispositivo que para funcionar hace uso del momento de torsión sobre una espira o una bobina.

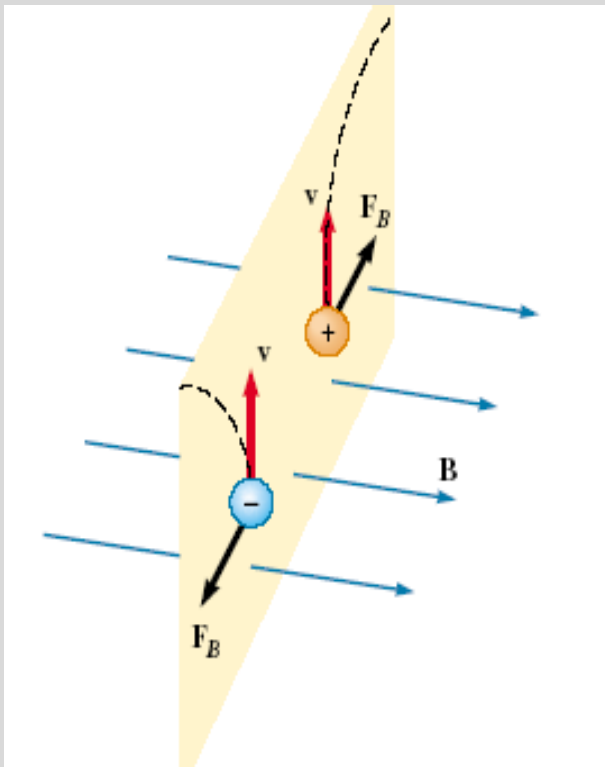


# Fuentes de Campo Magnético

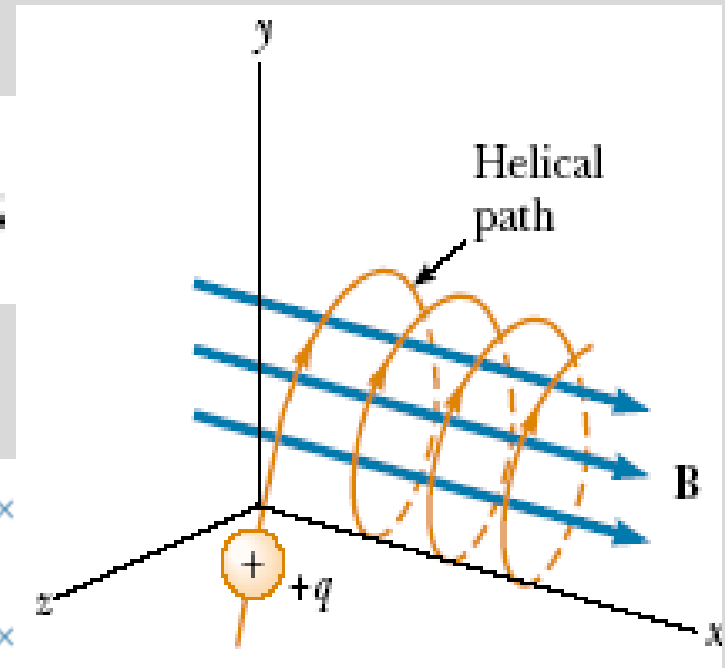
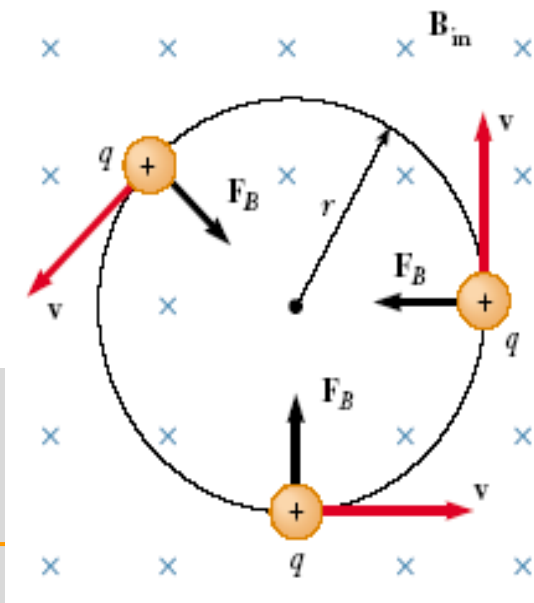


**Figura 1** El experimento de Oersted. La dirección de la aguja de la brújula es siempre perpendicular a la dirección de la corriente en el alambre.

# Efectos de $\mathbf{B}$ sobre cargas eléctricas en movimiento

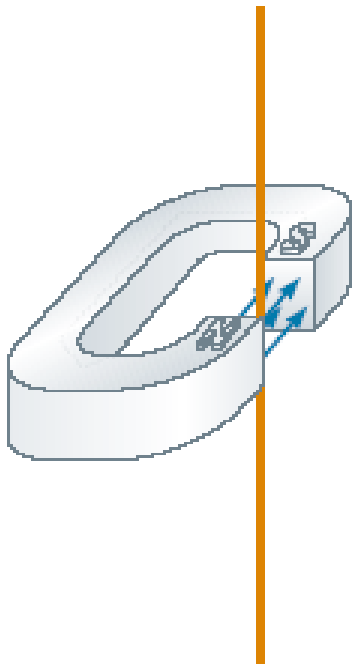


$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

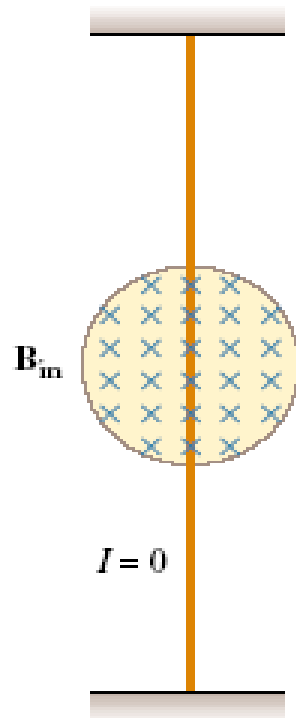


# Efectos de $\mathbf{B}$ sobre corrientes eléctricas

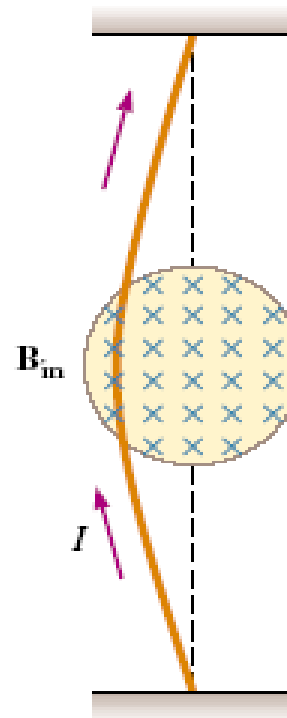
$$\mathbf{F}_B = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$$



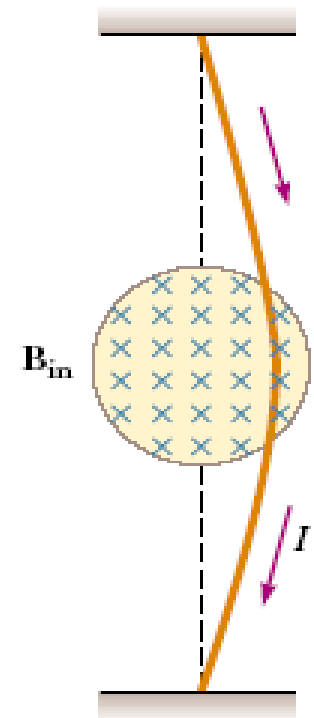
(a)



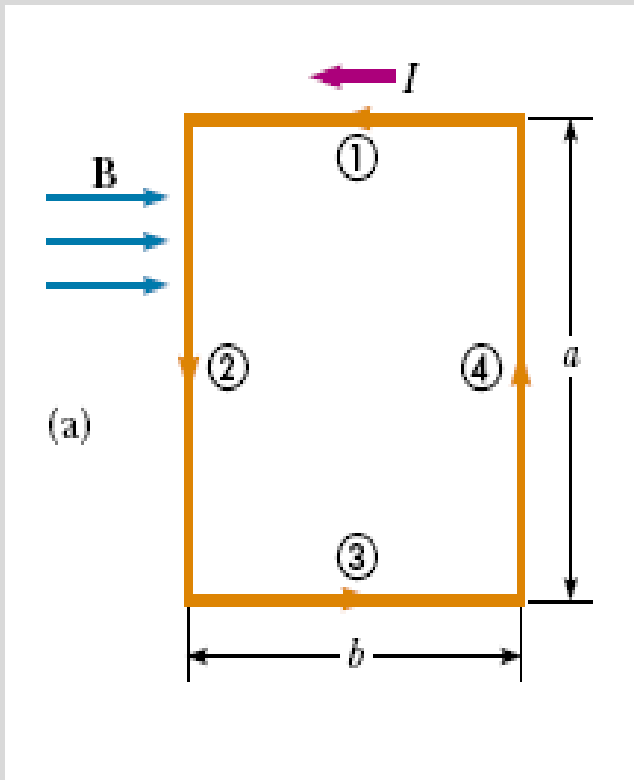
(b)



(c)



(d)

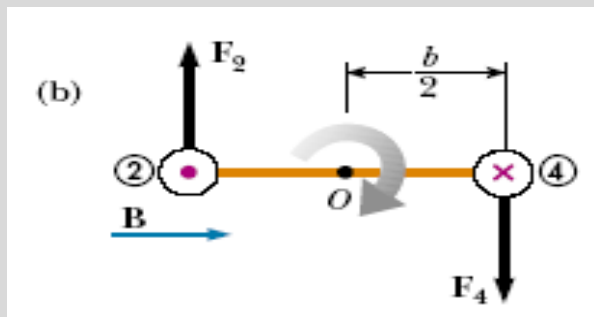


- Efectos de torsión

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

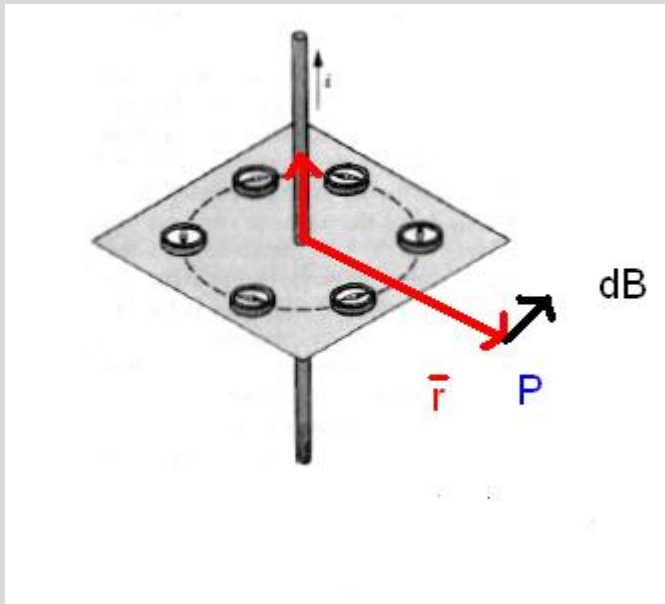
$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

siendo  $\mu$  el momento de la espira



$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A}$$

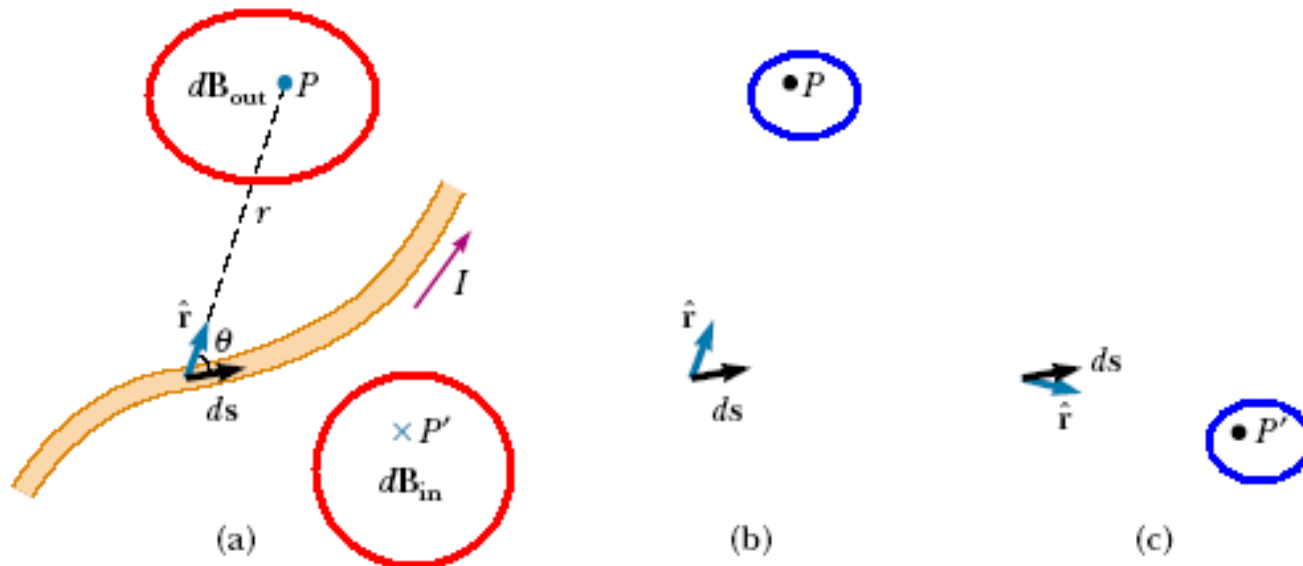
# Ley de Biot-Savat



Experimento de Orested

- El vector  $d\mathbf{B}$  es perpendicular tanto a  $d\mathbf{s}$  (el cual apunta en la dirección de la corriente) y al vector unitario  $\mathbf{r}$  que va del elemento  $d\mathbf{s}$  al punto
- La magnitud de  $d\mathbf{B}$  es inversamente proporcional a  $r^2$ , donde  $r$  es la distancia de  $d\mathbf{s}$  a  $P$ .
- La magnitud de  $d\mathbf{B}$  es proporcional a la corriente y a la magnitud  $d\mathbf{s}$
- La magnitud de  $d\mathbf{B}$  es proporcional a  $\sin\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre  $\mathbf{r}$  y  $d\mathbf{s}$

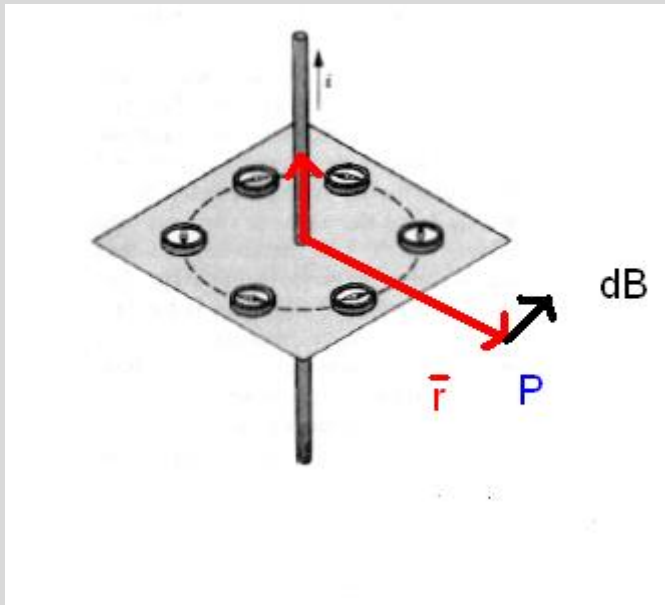
# Para otra configuración



- (a) The magnetic field  $d\mathbf{B}$  at point  $P$  due to the current  $I$  through a length element  $ds$  is given by the Biot–Savart law. The direction of the field is out of the page at  $P$  and into the page at  $P'$ . (b) The cross product  $ds \times \hat{r}$  points out of the page when  $\hat{r}$  points toward  $P$ . (c) The cross product  $ds \times \hat{r}$  points into the page when  $\hat{r}$  points toward  $P'$ .



# Ley de Biot-Savat en forma diferencial



Donde:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$$

$\mu_0$  es la constante de permitividad magnética del vacío

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

# COMPARACION

- Campo magnético

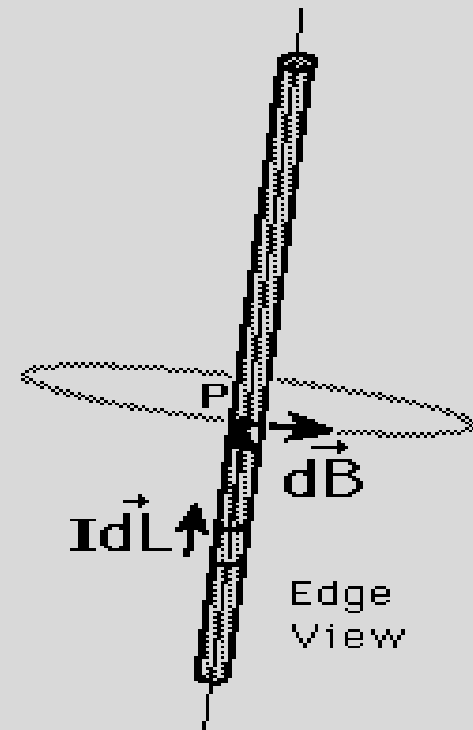
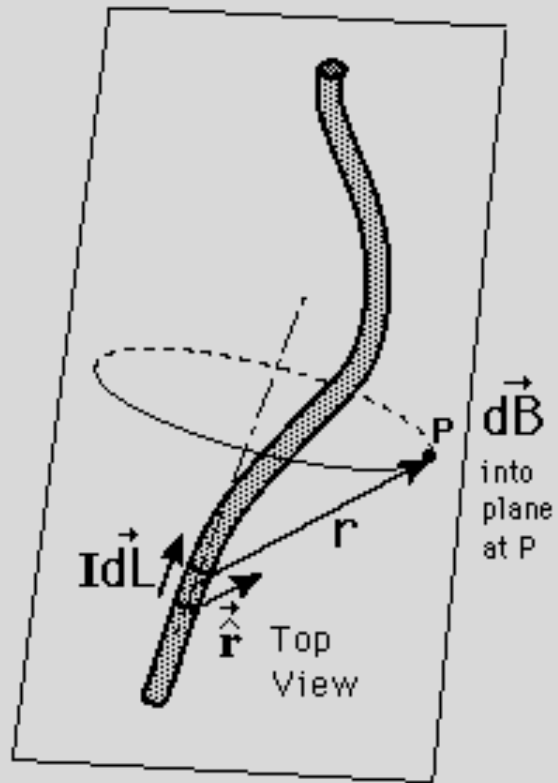
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

- $\mathbf{B} \propto i$
- $\mathbf{B} \propto 1/r$
- Dirección perpendicular a  $\mathbf{r}$  y  $d\mathbf{S}$

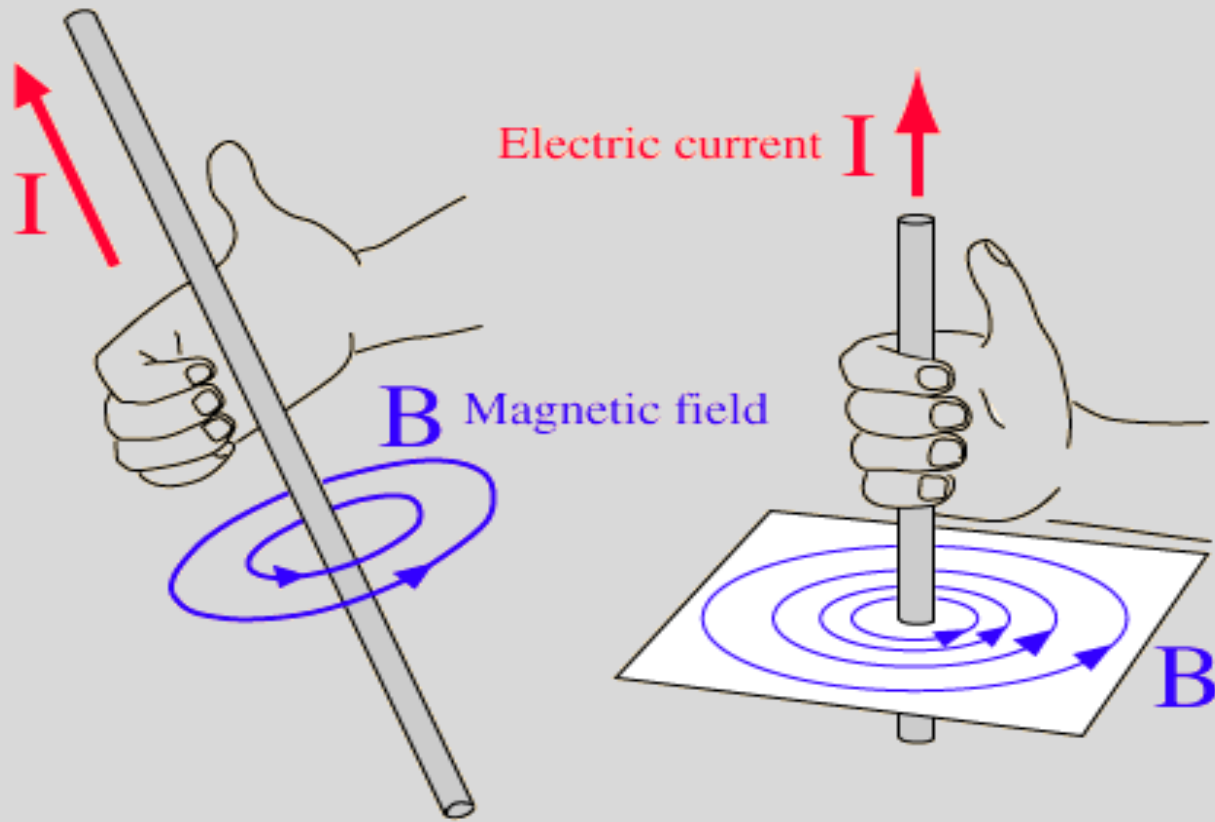
## Campo eléctrico

$$\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

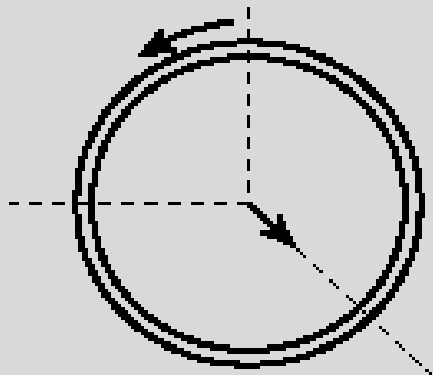
- $\mathbf{E} \propto q$
- $\mathbf{E} \propto 1/r^2$
- Dirección RADIAL



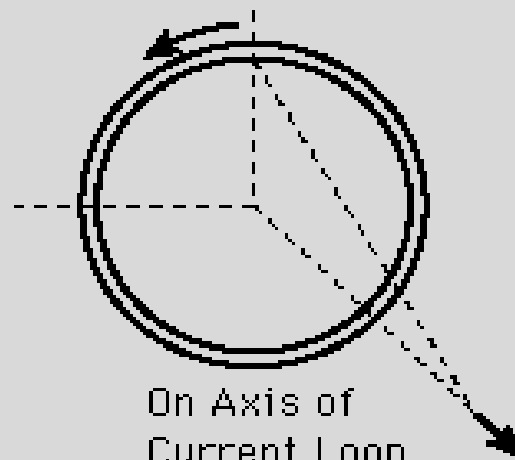
# Dirección de $\mathbf{B}$ usando la Regla de la mano derecha



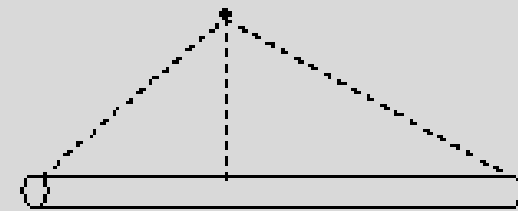
# Campo $\mathbf{B}$ para geometrías distintas



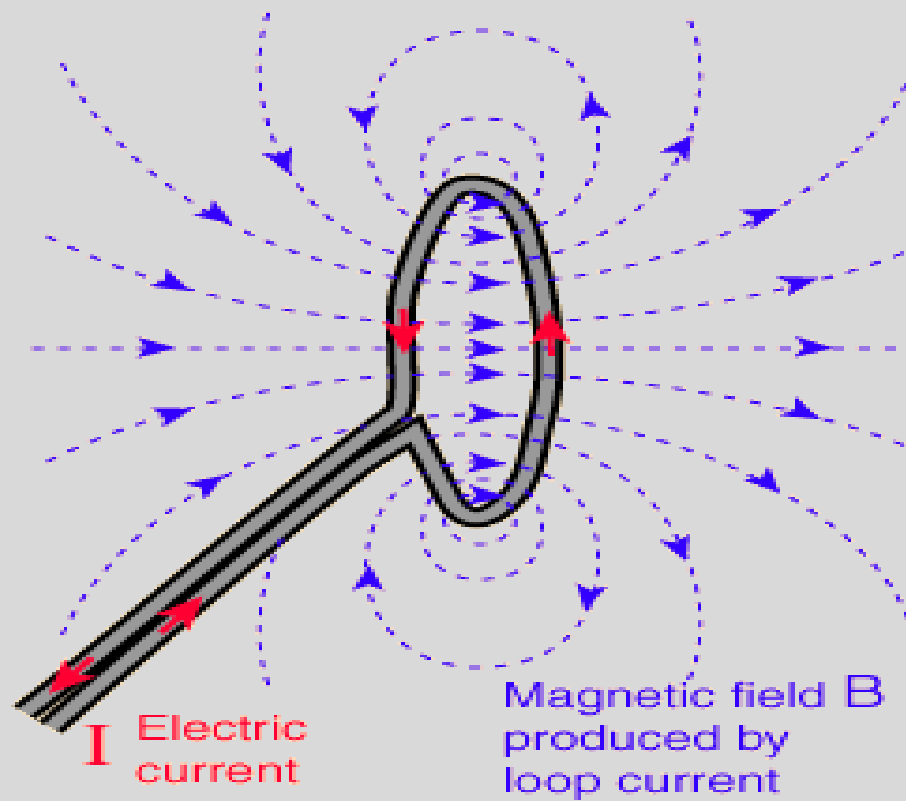
Center of  
Current Loop



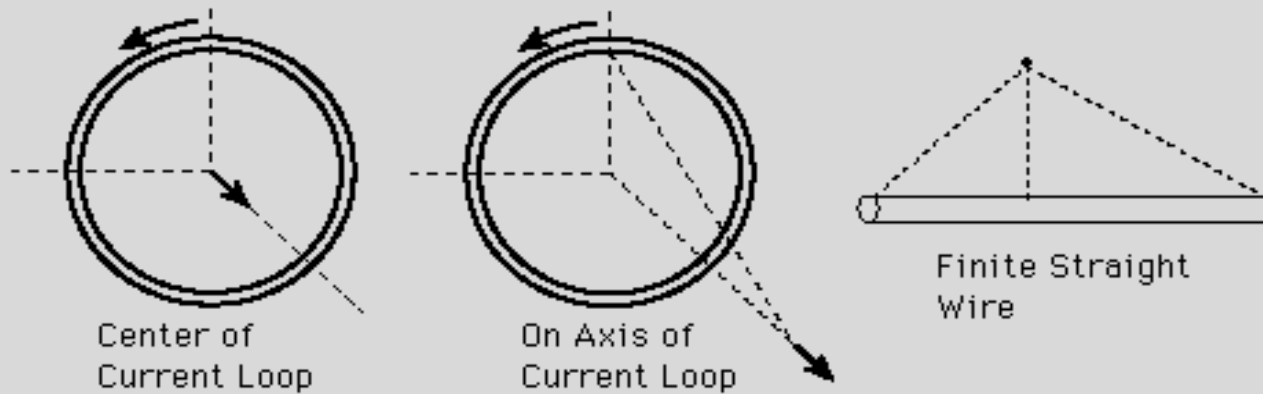
On Axis of  
Current Loop



Finite Straight  
Wire

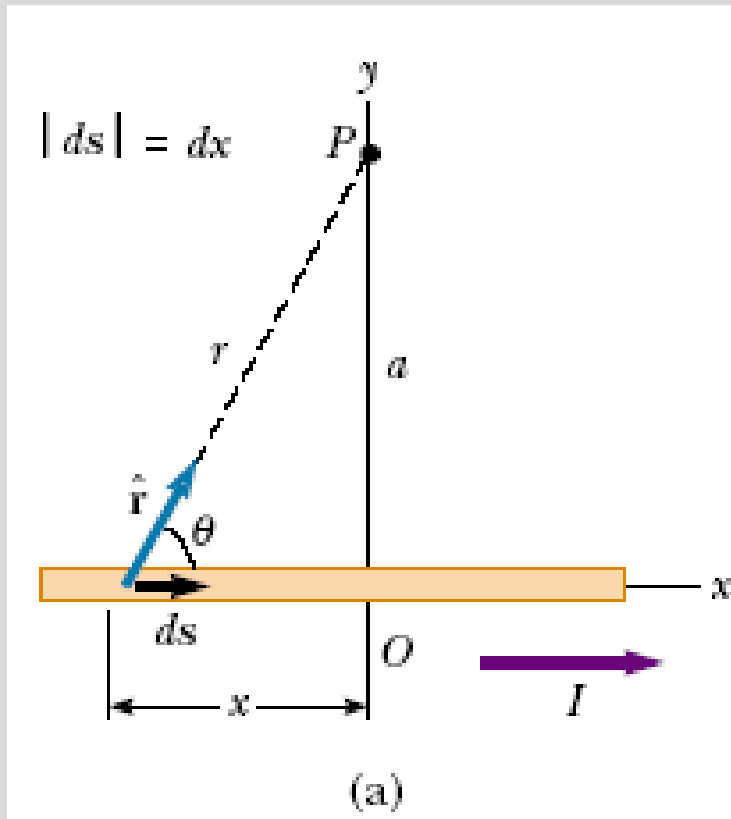


Para una corriente en un alambre de forma arbitraria



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

# Ejemplo de un alambre recto



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

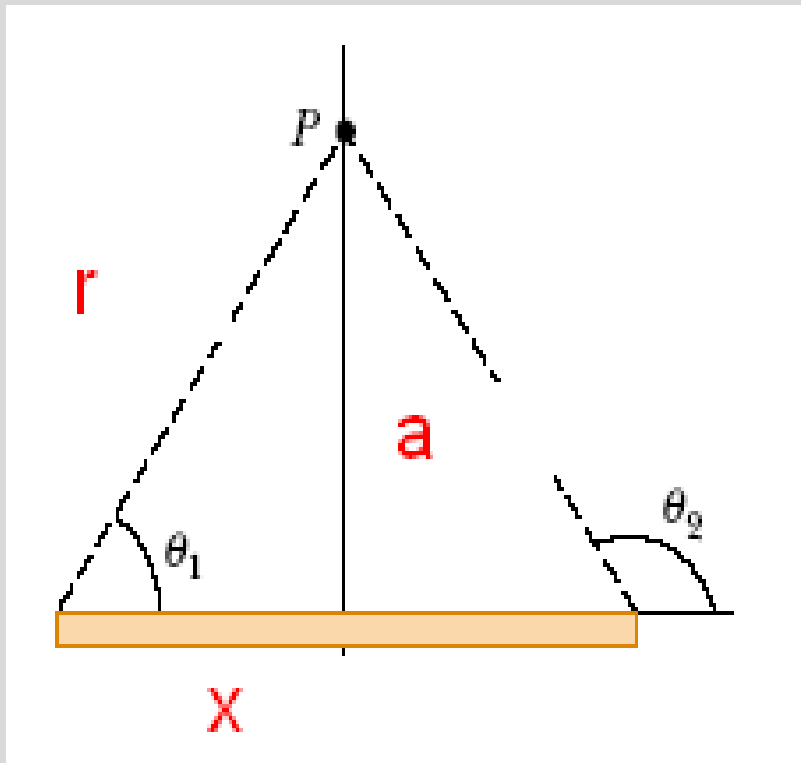
$$d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}} = \mathbf{k} |d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}| = \mathbf{k}(dx \sin \theta)$$

$$d\mathbf{B} = (dB) \mathbf{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} \mathbf{k}$$

El campo  $\mathbf{B}$  emerge del plano en el punto  $P$



De la figura se tiene que las coordenadas  $x$  y  $\theta$  no son independientes



- $\tan \theta = a / x;$

de donde

$x = a \cot \theta$ , entonces

$$dx = -a \csc^2 \theta$$

Como  $r^2 = x^2 + a^2$  se puede expresar como

$$r^2 = a^2 + a^2 \cot^2 \theta$$

$$r^2 = a^2 (1 + \cot^2 \theta)$$

Entonces el integrando

$$d\mathbf{B} = (dB) \mathbf{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} \mathbf{k}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \csc^2 \theta \sin \theta d\theta}{a^2 \csc^2 \theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \theta d\theta$$

La integral

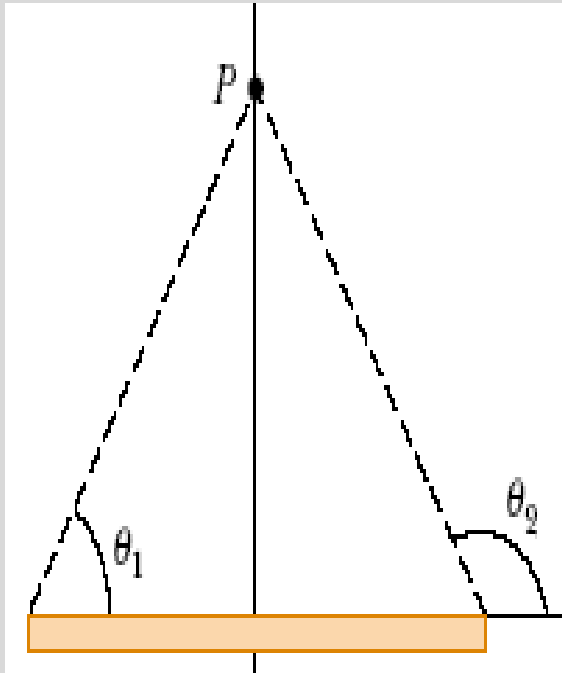
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

queda

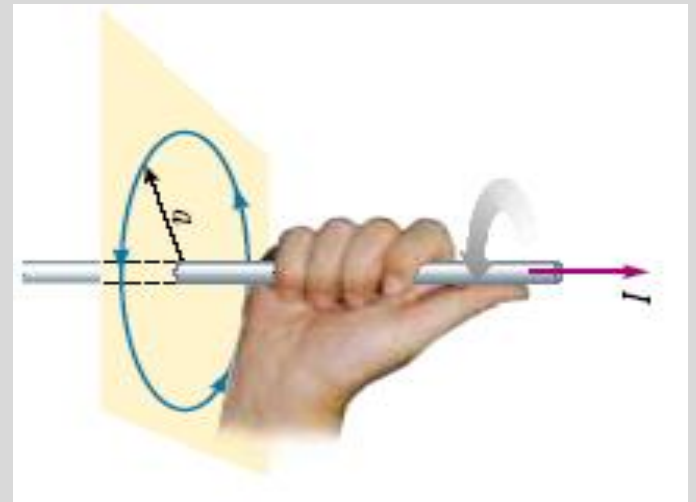
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

# Alambre recto infinito

En este caso tenemos

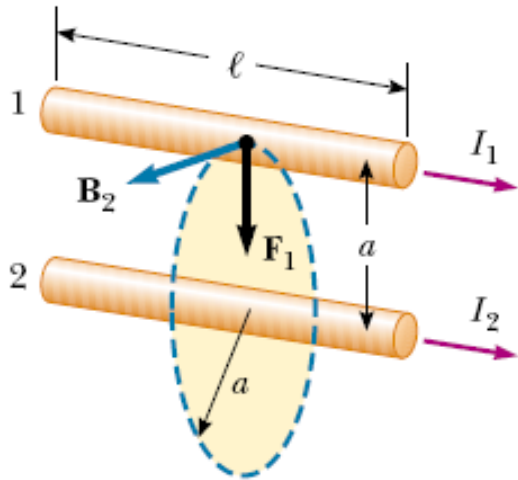


$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



# Fuerza entre dos alambres

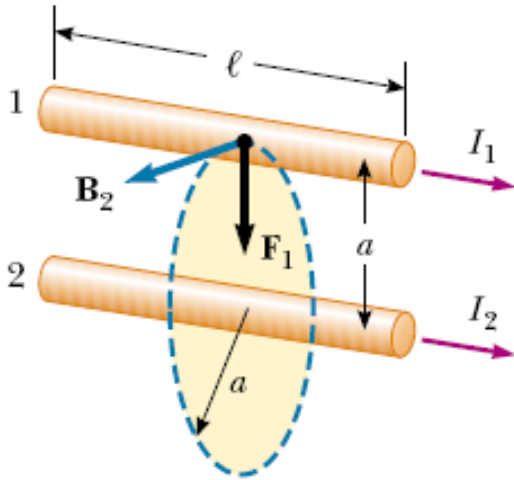
Consideremos dos alambres rectos de largo  $\ell$ , por los que circulan corrientes  $I_1$  e  $I_2$ , y separados una distancia  $a$ . Si analizamos el cable con corriente  $I_2$ , vemos que este produce un campo  $\mathbf{B}_2$  tal como se muestra. En particular, vemos que en la posición del alambre 1 (con corriente  $I_1$ ) el campo  $\mathbf{B}$  es perpendicular a esta corriente  $I_1$ , de tal forma que si calculamos la fuerza que se ejerce sobre el alambre 1 encontramos que esta apunta hacia el alambre 2.



Si usamos los resultados previos, podemos escribir la magnitud de  $\mathbf{F}_1$  como

$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left( \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell$$

# Fuerza entre dos alambres paralelos



Si usamos la regla de la mano derecha para el caso en que las corrientes vayan en direcciones opuestas, encontraremos que la fuerza  $F_1$  está dirigida en dirección opuesta, es decir, alejándose del alambre 2.

Esto permite concluir que

Dos alambres paralelos que conducen corrientes en la misma dirección se atraen entre sí, mientras que dos conductores con corrientes en la misma dirección se repelen. En ambos casos, la magnitud de esta fuerza (por unidad de longitud) está dada por

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

# Ley de Ampère

Experimentalmente se observa que el campo magnético de un alambre recto forma círculos alrededor de la corriente, tal como se muestra en la figura siguiente.



En este caso se muestra el patrón formado por limaduras de hierro alrededor de un alambre recto que conduce una corriente  $I$ .

# Ley de Ampère

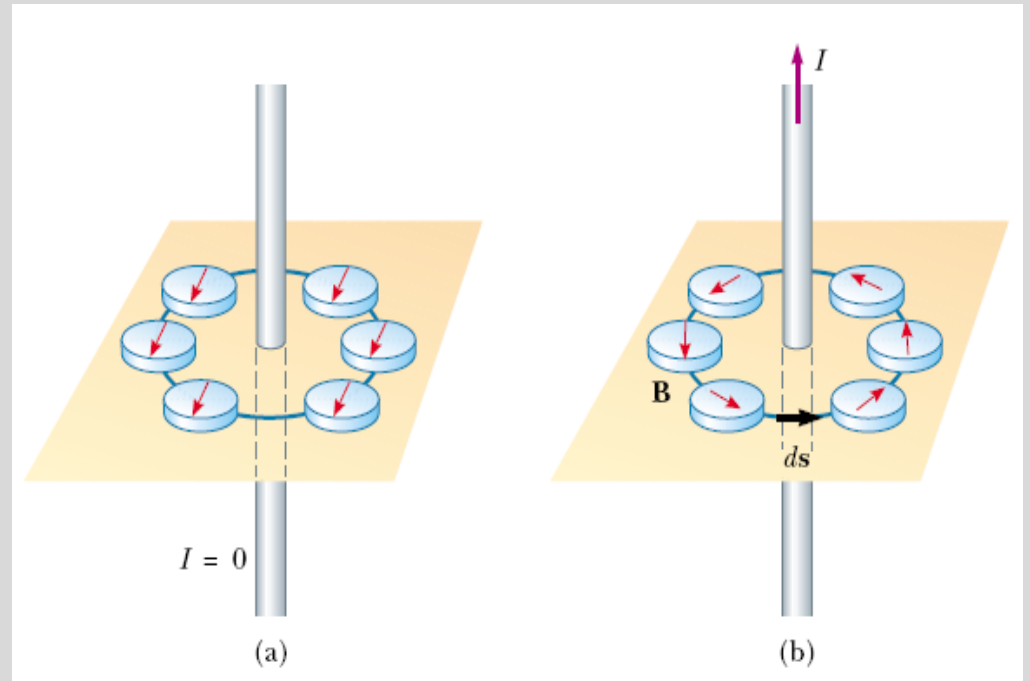
En el experimento de Oersted se observa que el campo magnético tiene la siguiente forma esquematizada.

Considerando el esquema (b), calculemos el producto

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

para un diferencial  $ds$  a lo largo de la trayectoria circular definida por las agujas de las brújulas.

En particular podemos advertir que a lo largo de la trayectoria mencionada tanto  $\mathbf{B}$  como  $d\mathbf{s}$  son paralelos, por lo que el producto punto se reduce al producto  $\mathbf{B}ds$ .



# Ley de Ampère

Si ahora consideramos que el campo magnético alrededor de un alambre sólo depende de la distancia, podemos concluir que el campo sobre la trayectoria mencionada es constante, de tal forma que si calculamos la integral planteada anteriormente a lo largo de toda la trayectoria circular, encontramos sucesivamente que

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$

donde hemos usado que la integral sobre la circunferencia es, precisamente, el perímetro ( $2\pi r$ ).

Es importante hacer notar que este resultado es independiente de la trayectoria seguida, en este caso por simplicidad se ha considerado una circunferencia.



# Ley de Ampère

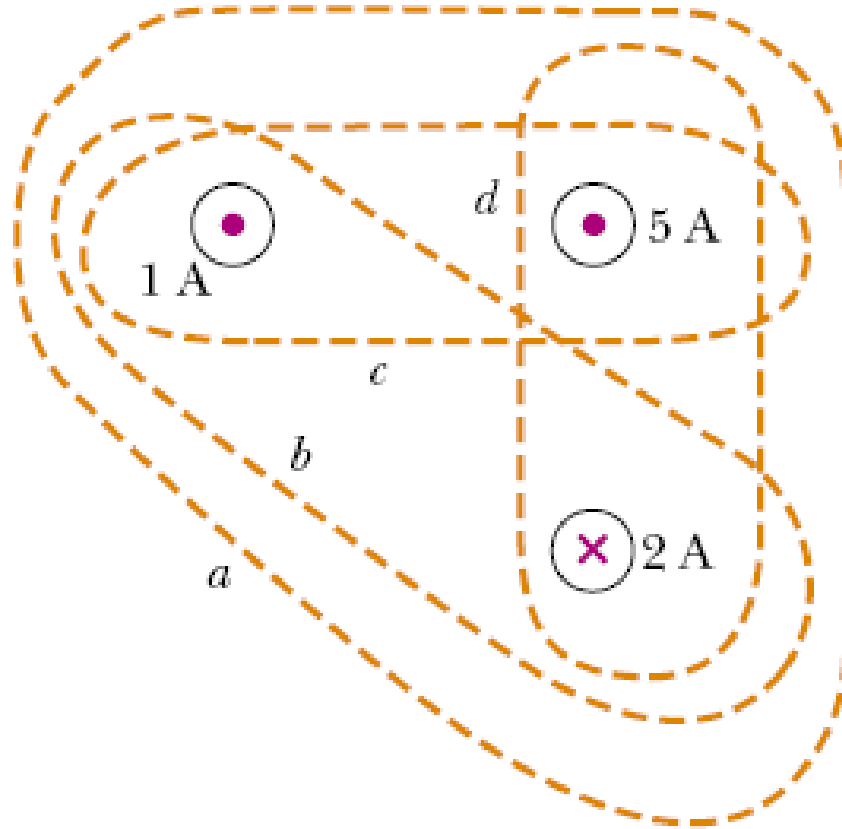
El caso general, conocido como Ley de Ampère, puede ser enunciado como

*La integral de línea de  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$  a lo largo de una trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0 I$ , donde  $I$  es la corriente total que atraviesa el área delimitada por dicha trayectoria cerrada, es decir*

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

Es importante mencionar que aún cuando la ley de Ampère establece una relación entre el campo magnético  $\mathbf{B}$  y su fuente: la corriente  $I$ , la dificultad de resolver la integral nos obliga a aplicarla sólo en condiciones de simetría.

# Una aplicación de la Ley de Ampère

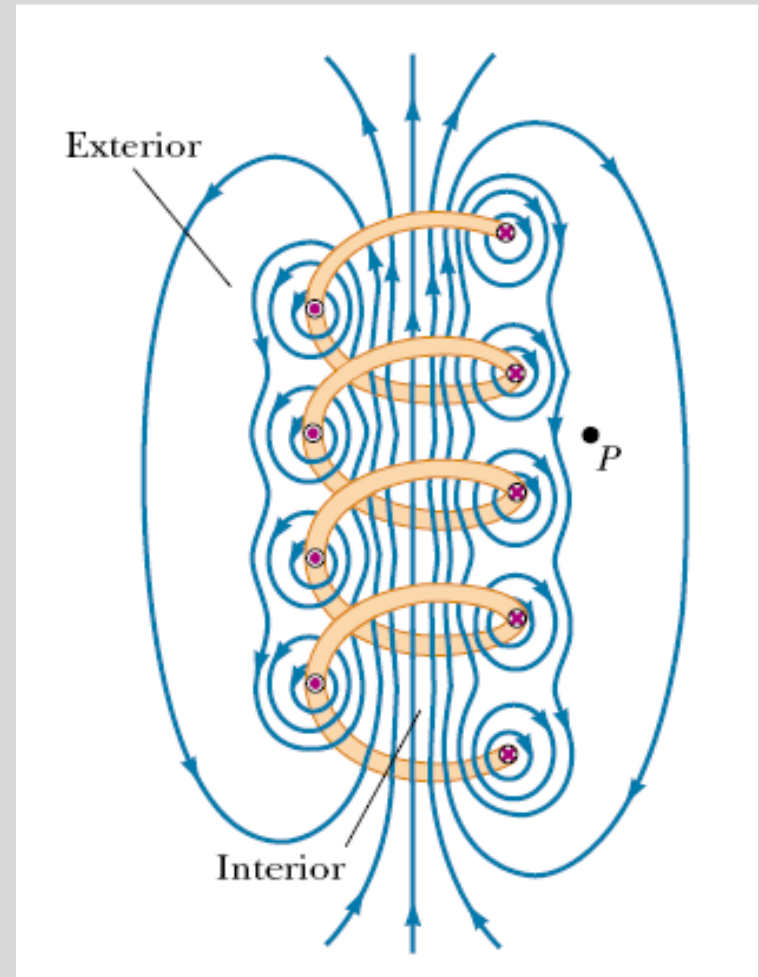


Usando Ley de Ampère, para cada una de la trayectorias mostradas ¿cuánto vale la integral  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$  ?

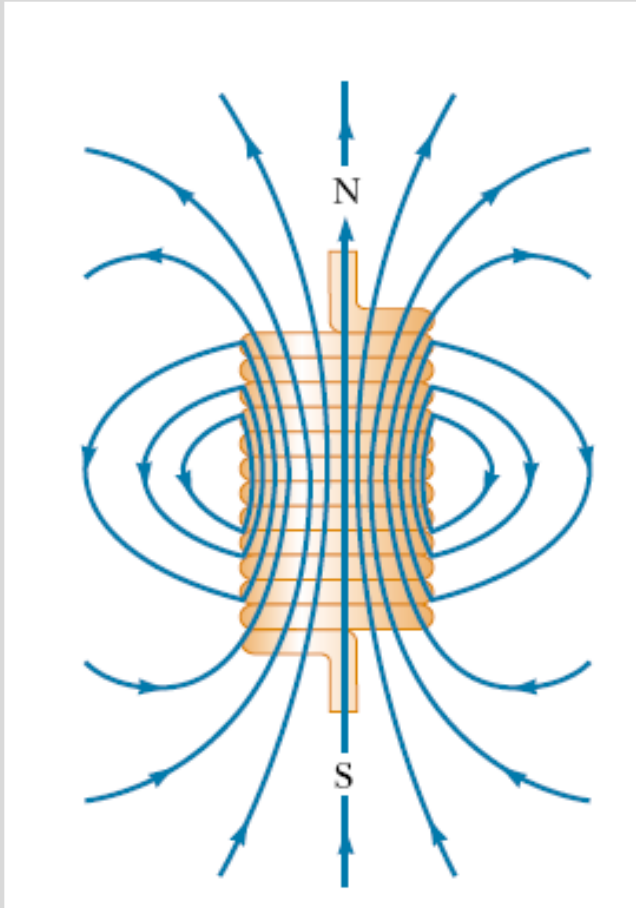
- a.  $\mu_0(4A)$
- b.  $\mu_0(-1A)$
- c.  $\mu_0(6A)$
- d.  $\mu_0(3A)$

# Campo magnético de un solenoide

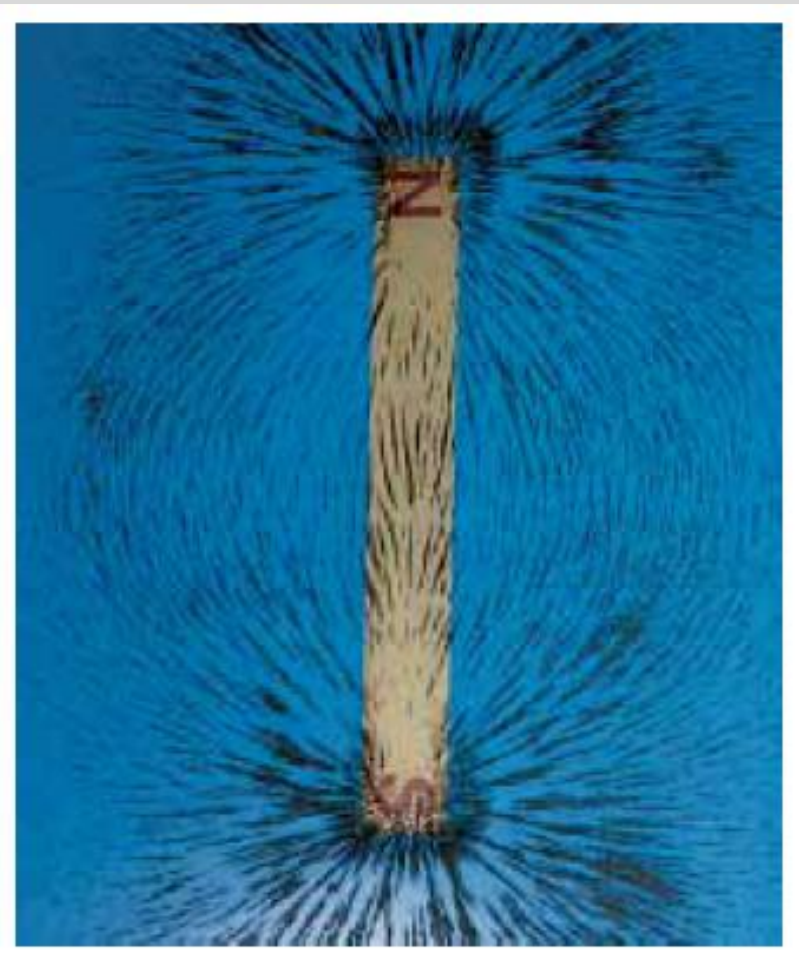
Un solenoide es un alambre largo enrollado en forma de hélice. Con este arreglo se logra un campo magnético razonablemente uniforme en el espacio delimitado por las espiras de alambre, lo que podríamos llamar el *interior* del solenoide, tal como se muestra en el esquema siguiente



# Campo magnético de un solenoide



Líneas de campo magnético de un solenoide con las espiras completamente adyacentes

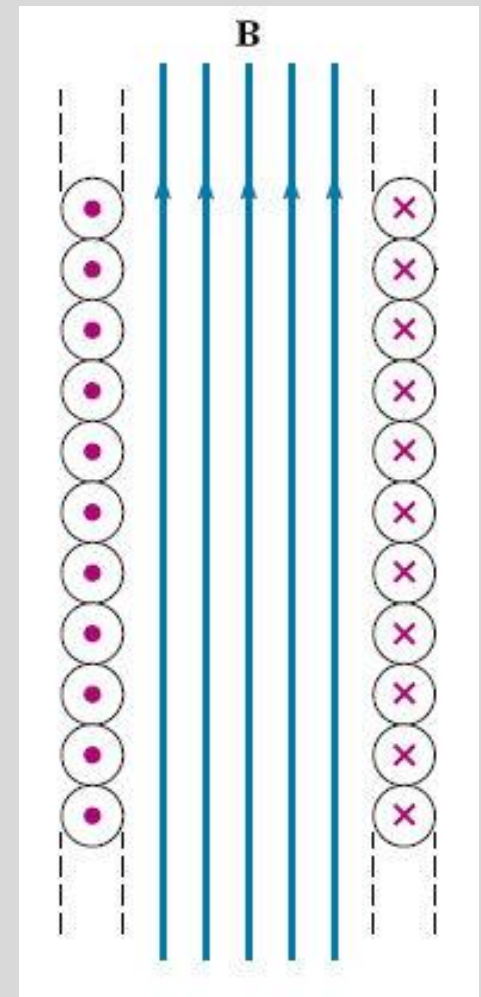


Campo magnético de un imán en forma de barra, visualizado mediante limaduras de hierro.

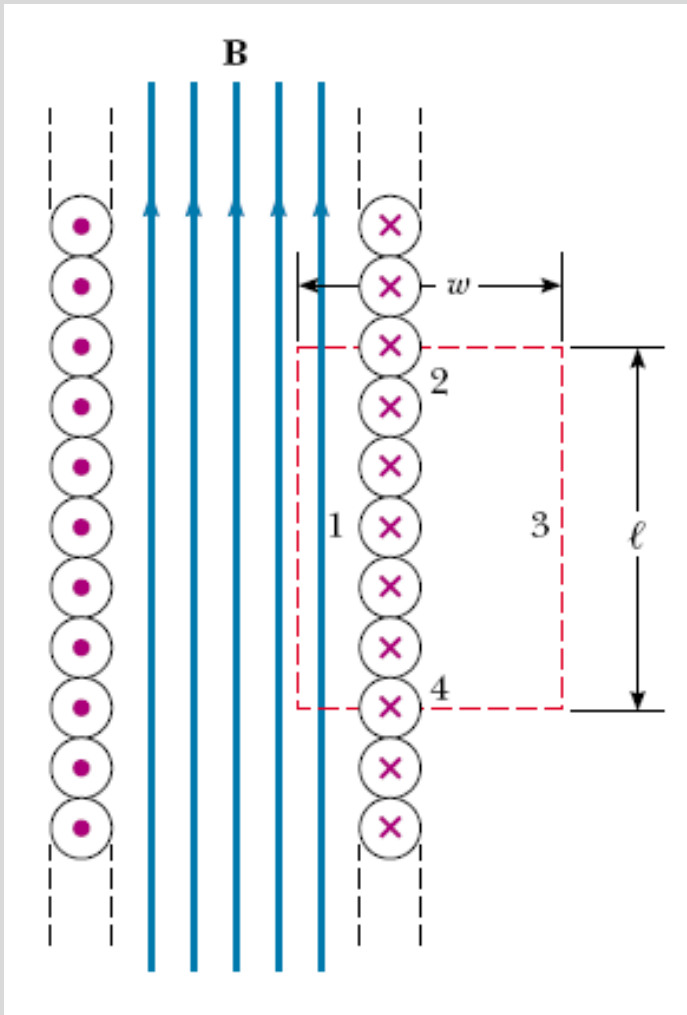
# Campo magnético de un solenoide

Un solenoide ideal se forma conforme las espiras están cada vez menos espaciadas, el largo crece y el radio de las espiras disminuye. En tal caso las líneas de campo magnético en el interior son cada vez más uniformes, mientras que el campo en el exterior es cada vez más débil.

En este caso, podemos esquematizar un corte del solenoide tal como se muestra en la figura adjunta.



# Cálculo del campo $\mathbf{B}$ de un solenoide

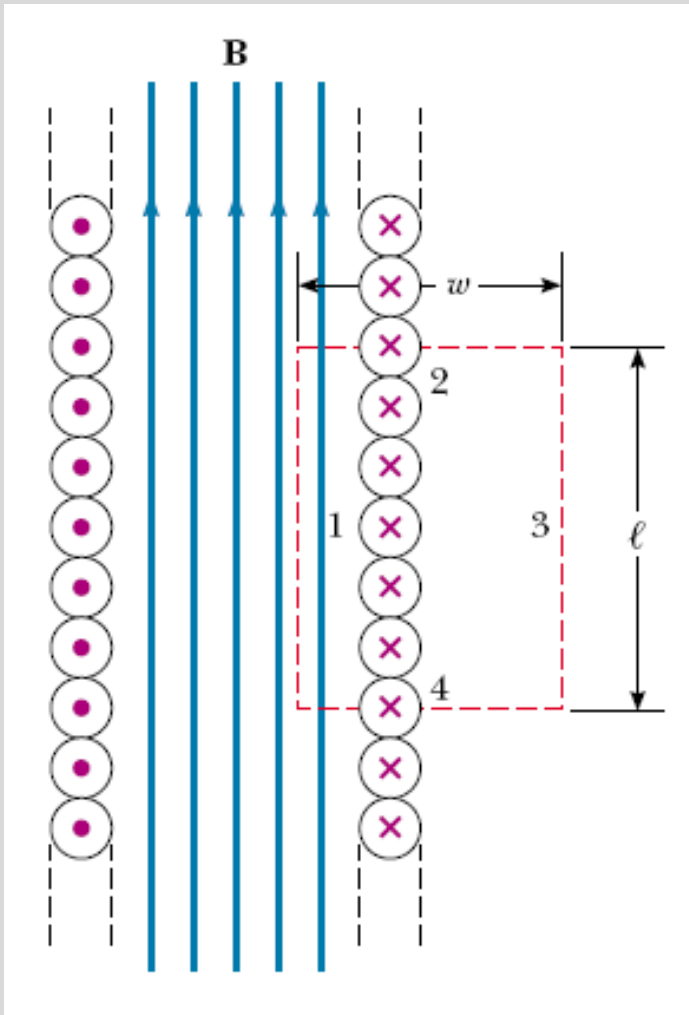


Para calcular el campo magnético en el interior de un solenoide ideal se utiliza la ley de Ampère, considerando la trayectoria mostrada en la figura.

Sobre las trayectorias 2 y 4 el producto  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$  es cero ya que son perpendiculares; mientras que sobre la trayectoria 3 también es cero, debido a que estamos considerando un solenoide ideal (donde el campo exterior es cero). Con lo anterior, la única contribución a la integral corresponde a la trayectoria 1, es decir

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_1 \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \int_1 ds = B\ell$$

# Cálculo del campo $\mathbf{B}$ de un solenoide



Lo anterior permite escribir la ley de Ampère para este caso como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

De donde podemos establecer que la intensidad del campo magnético en el interior de un solenoide está dada por

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI$$

donde  $n=N/\ell$  es el número de espiras por unidad de longitud.

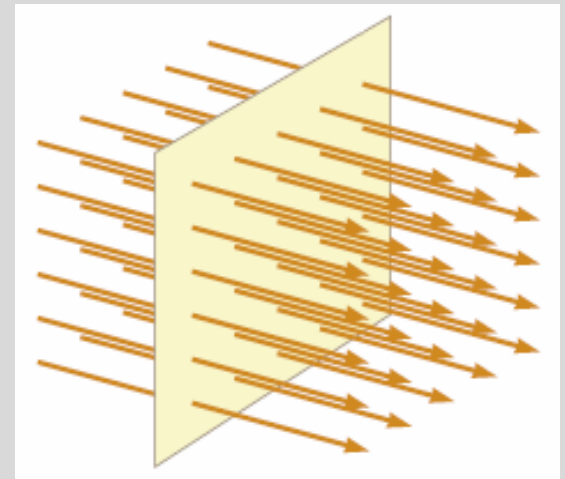
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

## Flujo magnético.

Como vimos anteriormente, el campo magnético puede ser descrito *cualitativamente* mediante el uso de líneas de campo; sin embargo, ha llegado el momento de hacerlo *cuantitativamente*, para ello es preciso definir el concepto de *flujo magnético* ( $\phi_B$ )

Para tener una idea más clara del concepto de flujo, consideremos la figura siguiente:

Las líneas de campo  $B$  penetran una superficie rectangular de área  $A$  perpendicular a tales líneas; considerando que el número líneas es proporcional a la magnitud de  $B$ , se tiene que el número de líneas que atraviesan la superficie es proporcional al producto  $BA$ .





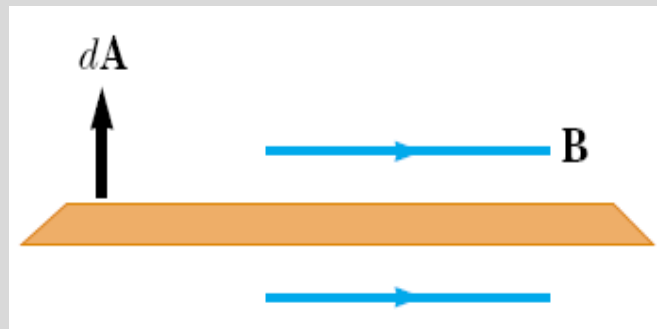
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

Si tomamos en cuenta la existencia de un ángulo entre el campo magnético  $\mathbf{B}$  y la superficie (plana)  $d\mathbf{A}$ , podemos escribir el flujo magnético a través de dicha superficie como

$$d\Phi_B = B \cos\theta dA$$

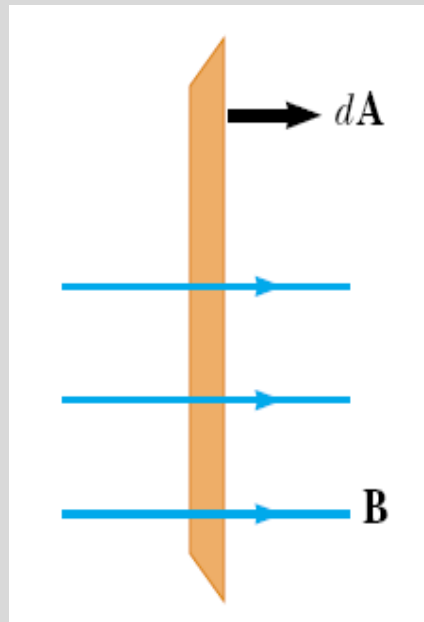
A partir de aquí podemos considerar, como ejemplo, dos casos:

(1) campo magnético perpendicular al vector normal a la superficie (con lo que  $\theta=90^\circ$ ). En este caso, dado que  $\cos 90^\circ=0$ , se tiene que el flujo magnético es nulo.



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

(2) campo magnético paralelo al vector normal a la superficie (con lo que  $\theta=0^\circ$ ). En este caso, dado que  $\text{Cos } 0^\circ=1$ , tenemos un flujo magnético máximo ( $\Phi_{B \text{ max}}=BdA$ ).



Lo anterior implica que el flujo magnético se encontrará entre  $-BdA$  y  $BdA$ , ya que el valor de  $\text{Cos } \theta$  se ubica entre -1 y 1.

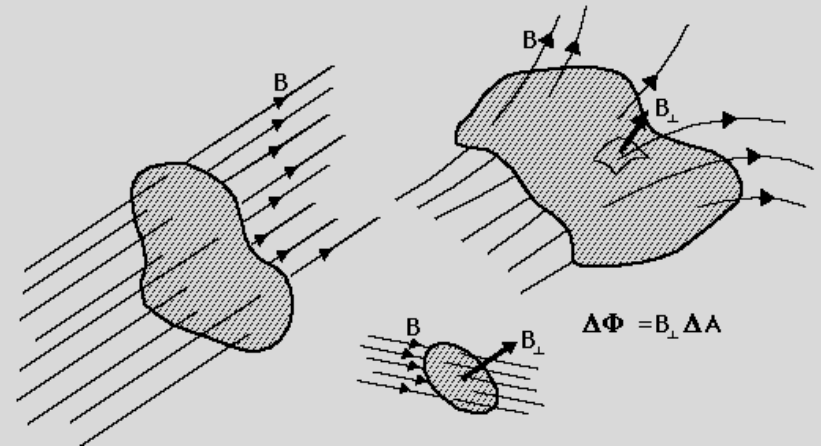
# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

Este producto de la magnitud de  $B$  y el área  $A$  de la superficie perpendicular al campo es llamado **flujo magnético ( $\Phi_B$ )**, es decir

$$\Phi_B = BA$$

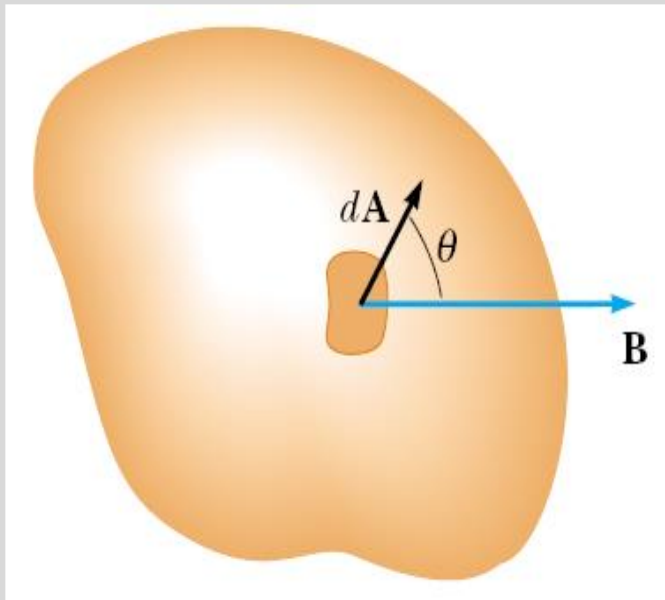
En el SI la unidad de flujo magnético es  $T \cdot m^2$ , que se define como *weber* ( $1Wb=1T \cdot m^2$ ).

*El flujo magnético es proporcional al número de líneas de campo magnético que penetran una superficie arbitraria perpendicular al propio campo  $B$ .*



# El magnetismo. Líneas de campo magnético y flujo magnético.

¿Qué sucede si la superficie es irregular? Para responder esta pregunta, consideremos, en vez de una superficie de área  $A$ , un diferencial de la misma superficie, a saber  $dA$ , tal como se muestra en la figura siguiente:



En este caso, el flujo magnético a través de un elemento diferencial de área  $dA$  es

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A},$$

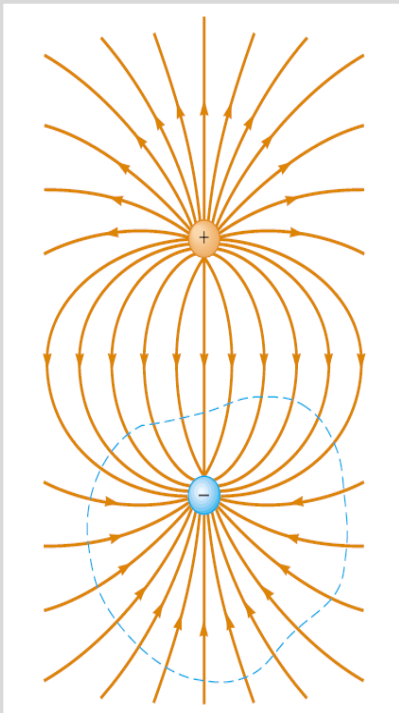
donde  $dA$  es un vector perpendicular a la superficie y con magnitud  $dA$ .

De tal forma que el flujo magnético total a través de la superficie está dado por

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

# El magnetismo. Flujo magnético y ley de Gauss en el magnetismo.

Cuando estudiamos el campo eléctrico, relacionamos el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga neta encerrada por dicha superficie, a esta relación la llamamos Ley de Gauss.

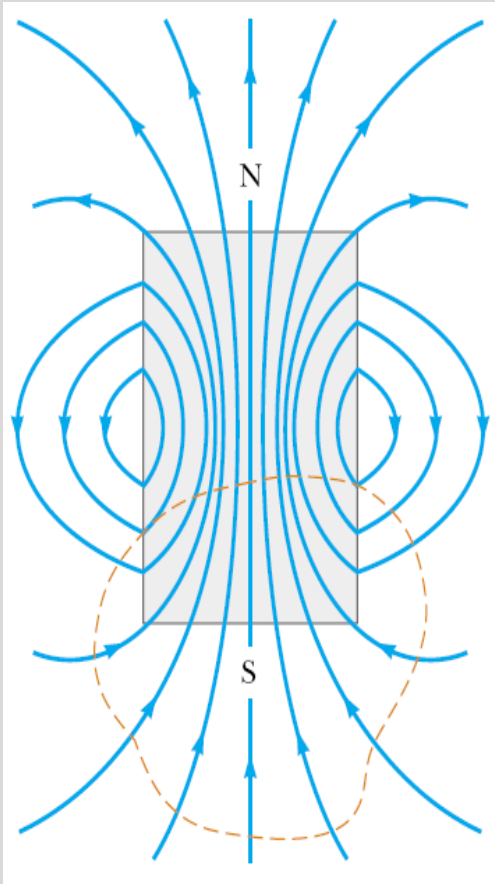


$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Por ejemplo, las líneas de campo eléctrico alrededor de un dipolo eléctrico inician en la carga positiva y terminan en la carga negativa.

En este caso, el flujo eléctrico a través de una superficie que encierre a una de las cargas NO es cero. ¿Porqué?

# El magnetismo. Ley de Gauss en el magnetismo.



En el caso del magnetismo, también podemos aplicar la Ley de Gauss a una superficie cerrada.

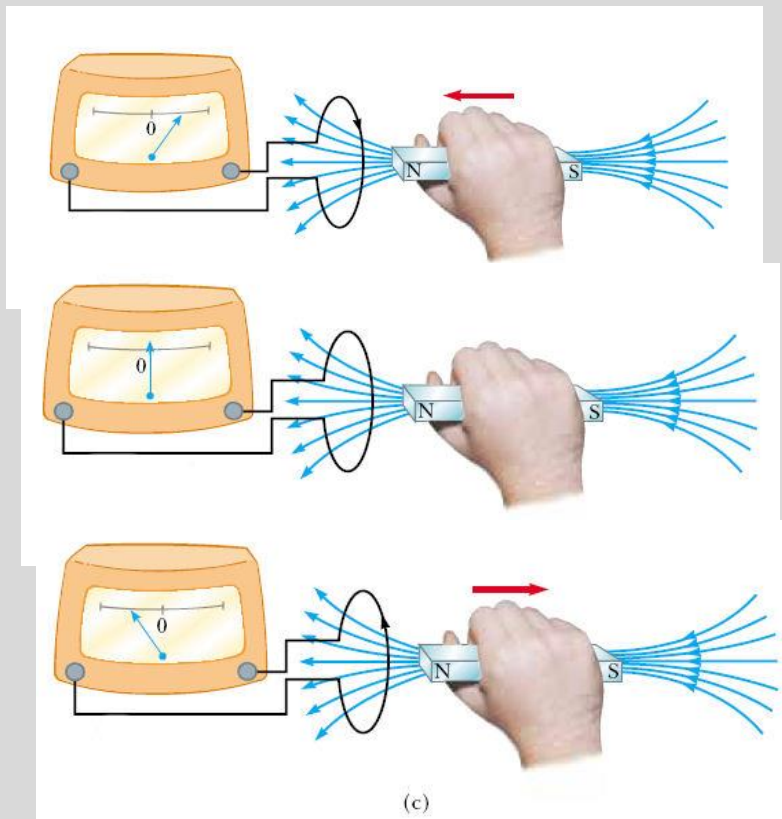
En este caso, la ley de Gauss establece que **el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada siempre es cero**, es decir

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Las líneas de campo magnético de una barra imantada forman trazos cerrados. Nota que el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada alrededor de uno de los polos (o cualquier otra superficie cerrada) es cero, lo cual es evidente al notar que el número de líneas que entran es igual al de líneas que salen.

# Ley de inducción de Faraday

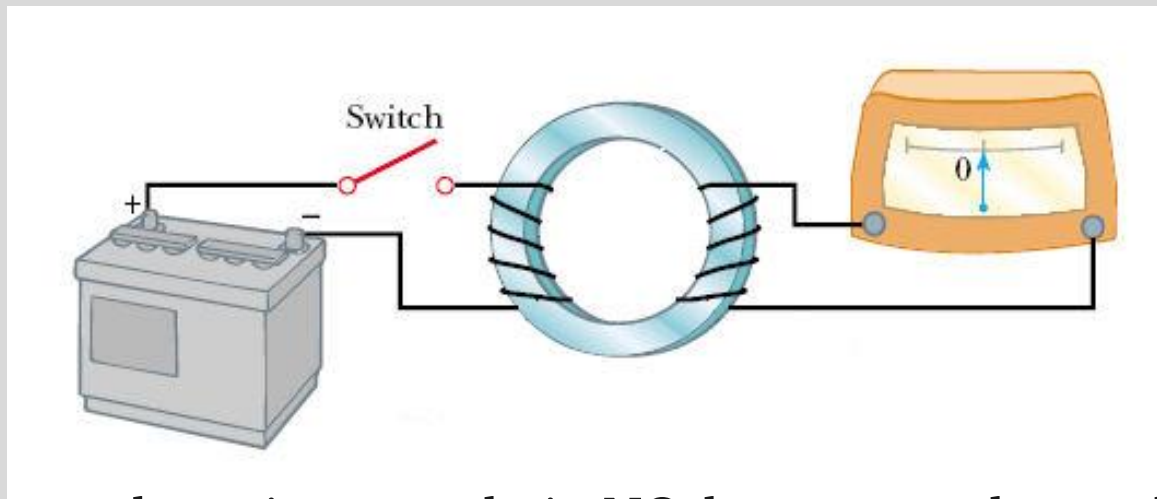
Experimentalmente se encuentra que (la variación del flujo de) un campo magnético induce una corriente en una espira cerrada, como se muestra en las siguientes figuras.



Es importante notar que no es necesaria la existencia de una batería para producir una corriente en la espira, por lo que se dice que tenemos una *corriente inducida* en la espira como producto de la presencia de un flujo magnético

# Ley de inducción de Faraday

También se encuentra que si colocamos dos espiras cercanas, una de ellas conectada a una batería y la otra a un galvanómetro, al momento de cerrar el circuito hay un registro en el galvanómetro, pero ese desaparece hasta que se abre el circuito.



De nuevo, en la espira secundaria NO hay conectada una batería para producir una corriente en la espira, por lo que se dice que tenemos una *corriente inducida* en la espira como producto de la presencia de un flujo magnético, en este caso, producido por la corriente en la espira primaria.



# Ley de inducción de Faraday

Como resultado de estas observaciones, Faraday concluyó que “es posible inducir una corriente eléctrica en un circuito mediante variaciones en (el flujo de) el campo magnético”.

En general, es costumbre enunciar la Ley de Faraday en términos de una fuerza electromotriz (*fem*)  $\varepsilon$ , en vez de una corriente.

Con lo anterior, establecemos que “*la fem inducida en una espira es proporcional al cambio temporal del flujo magnético  $\phi_B$  a través de ella*”, lo que se escribe como

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

donde  $\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$  es el flujo magnético a través de la espira, que se calcula en cada punto considerando el producto escalar entre el campo magnético  $\mathbf{B}$  y un vector  $d\mathbf{A}$  que tiene como magnitud  $dA$  y dirección perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

# Ley de inducción de Faraday

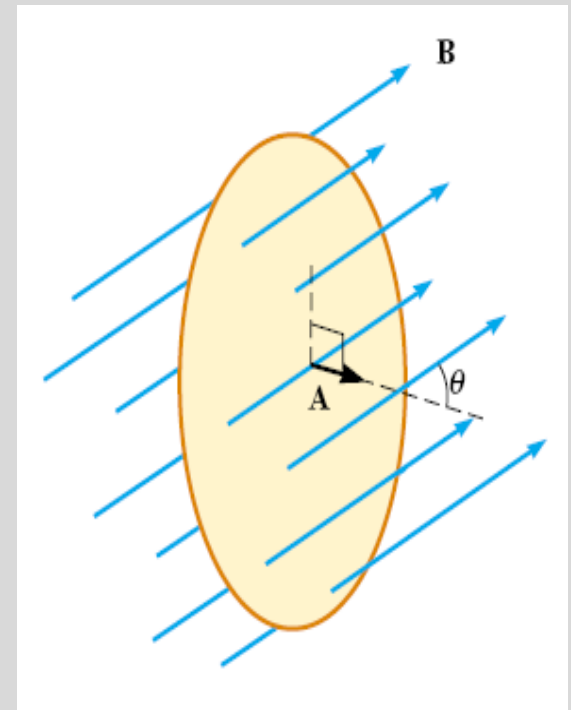
Si en vez de tener una espira, tenemos una bobina formada por  $N$  espiras (todas de la misma área) podemos generalizar la Ley de inducción de Faraday como

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Para el cálculo del flujo magnético a través de la espira, podemos considerar el esquema anexo.

En este caso, el flujo magnético resulta ser  $BA \cos \theta$ , lo que permite escribir a la ley de inducción de Faraday como

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$



# Ley de inducción de Faraday

Retomando esta última expresión, a saber

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

Podemos advertir que se induce una corriente en una espira (o bobina) mediante:

1. una variación temporal de la magnitud de campo magnético  $B$ , o
2. una variación temporal del área encerrada por la espira, o
3. una variación temporal entre la dirección del campo magnético  $B$  y la normal a la espira, o
4. una combinación de cualquiera de ellas.

# Aplicaciones de la Ley de Faraday

La Ley de inducción tiene un amplio rango de aplicaciones, entre las que podemos mencionar:

1. Los transformadores de voltaje, que emplean la primera de las situaciones enlistadas anteriormente: variaciones en la magnitud de  $B$ .
2. Los generadores de electricidad, que emplean la tercera de las situaciones enlistadas: variaciones en el ángulo entre el campo y la normal a la espira.
3. Micrófonos, pastillas magnéticas, agujas de tocadiscos, etc., también son ejemplos de aplicaciones de la ley de Faraday.
4. Etc.....

# Ley de Lenz

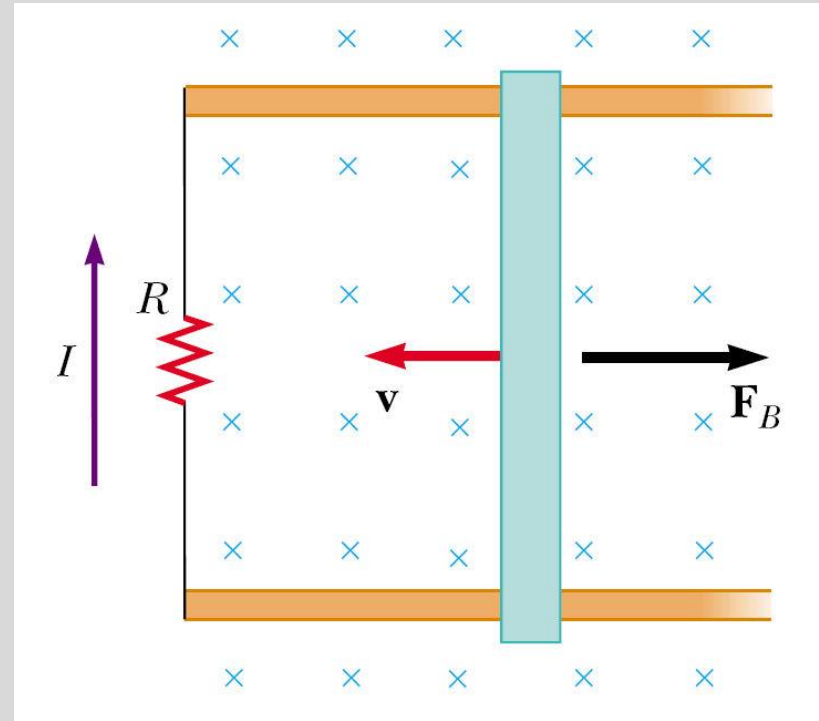
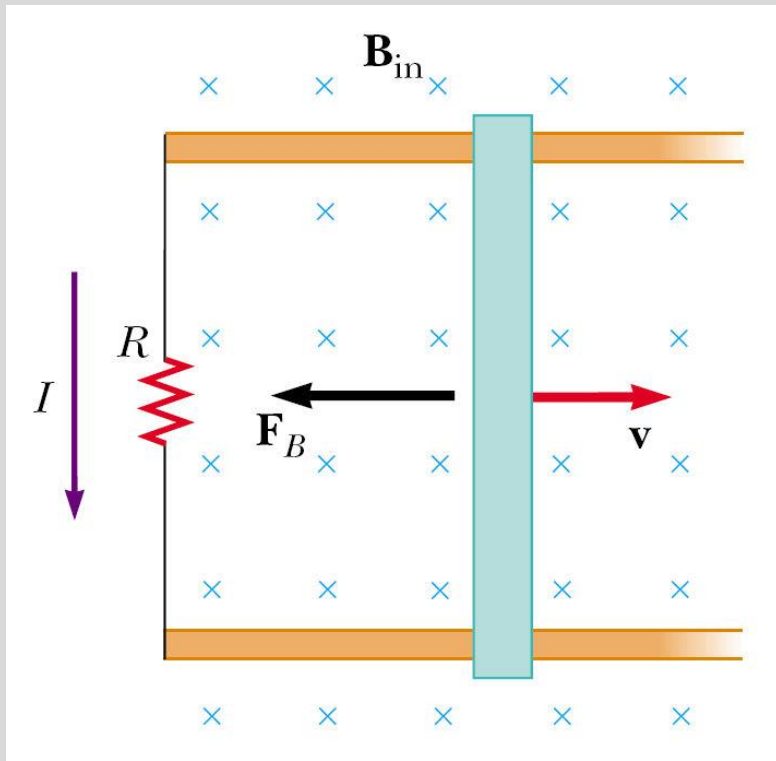
La ley de Faraday indica que el cambio de flujo magnético tiene *signo opuesto* a la fem inducida, este resultado experimental se conoce como Ley de Lenz, la cual establece:

“La polaridad de la fem inducida en una espira es tal que tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético, el cual se opone al cambio del flujo magnético a través del área encerrada por la espira de corriente”

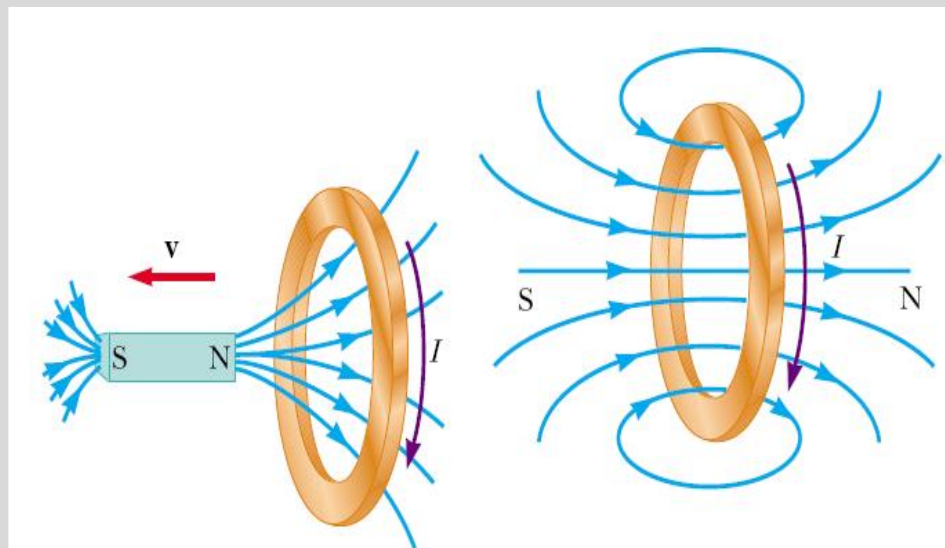
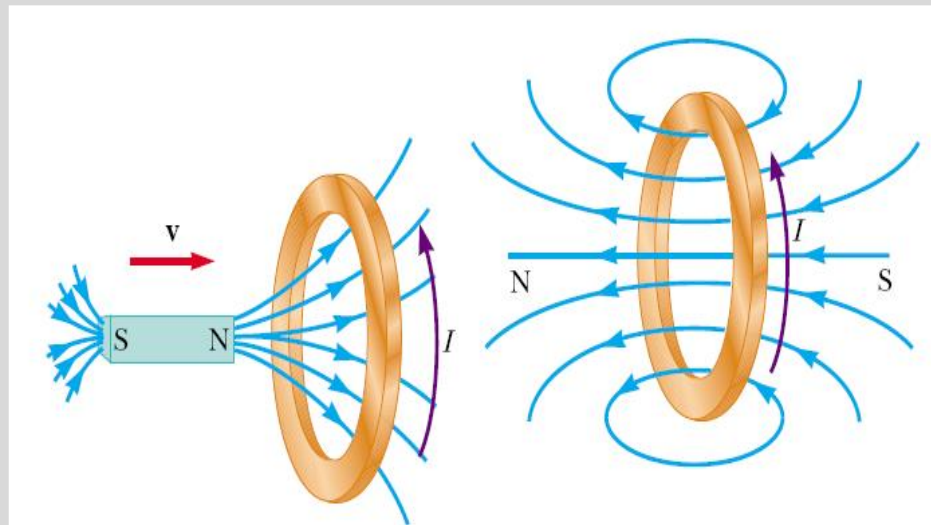
Lo anterior se puede resumir en la siguiente regla:

- Si el flujo magnético aumenta, la dirección del campo magnético inducido es opuesta a la dirección del campo magnético externo.
- Si el flujo magnético disminuye, la dirección del campo magnético inducido es la misma que la dirección del campo magnético externo.

# Ley de Lenz

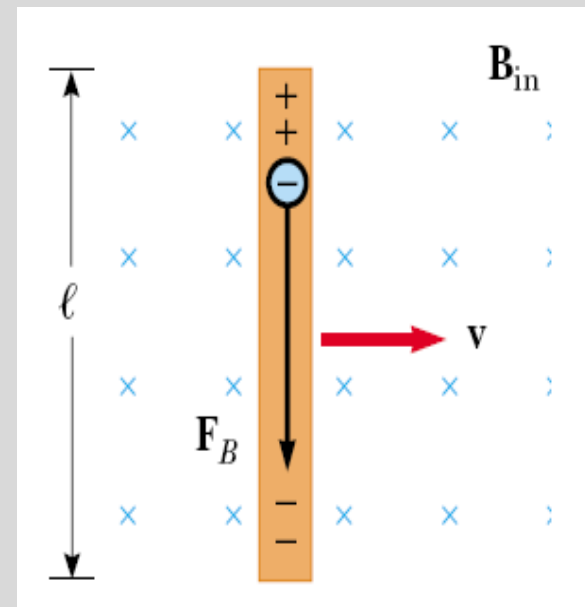
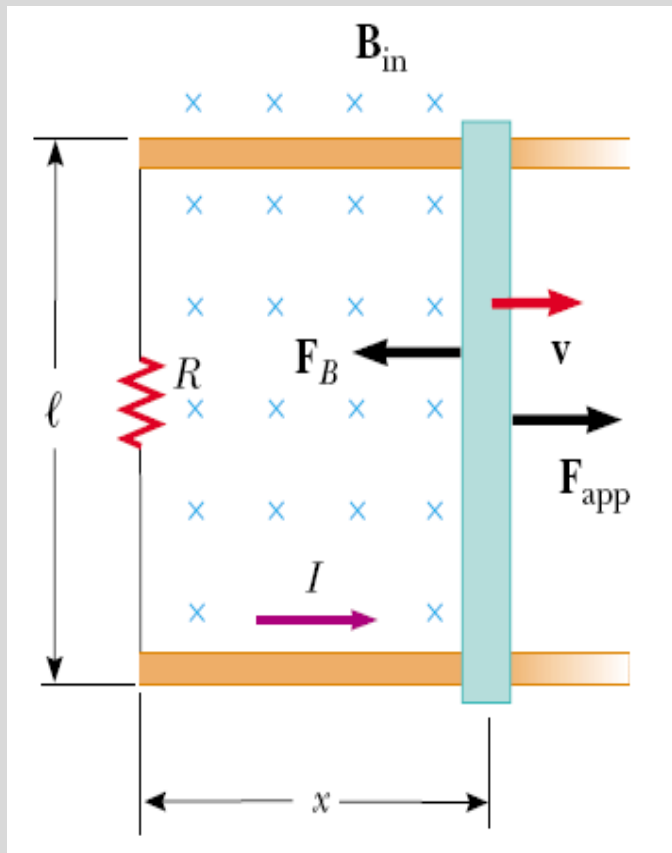


# Ley de Lenz



# fem de movimiento

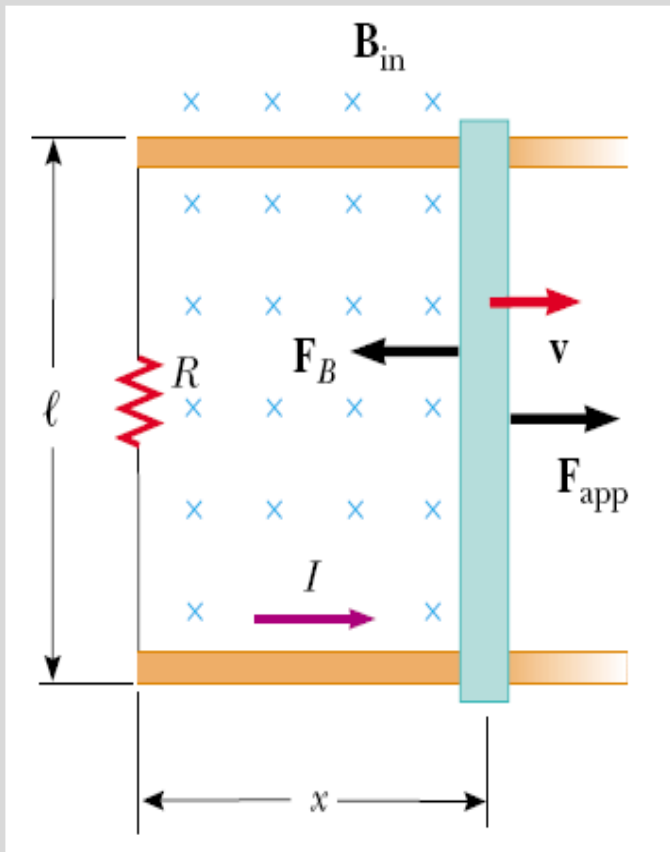
Una situación en la que podemos considerar el cambio del área de la espira aparece cuando consideramos una barra en movimiento.





# *fem* de movimiento

En la situación mostrada, podemos considerar que  $B$  y  $\theta$  no cambian, de tal forma que sólo el área  $A=lx$  varía con el tiempo, de tal forma que



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \frac{dx}{dt}$$

De donde la fem que se induce, y que se conoce como *fem de movimiento*, está dada por

$$\mathcal{E} = -B\ell v$$