Física II

Primera parte: Electricidad

Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos(Responsable)

Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano

Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui

Dr. Santos Jesús Castillo

Webpage: http://paginas.fisica.uson.mx/qb

Universidad de Sonora

Tema: Capacitancia

i. Limitaciones al cargar un capacitor.
ii. El capacitor.
iii. Calculo de la capacitancia.
iv. Constante dieléctrica; permisividad.
v. Capacitores en serie y en paralelo.
vi. Energía de un capacitor cargado.

OBJETIVOS: DESPUÉS DE COMPLETAR ESTE MÓDULO DEBERÁ:

- Definir la capacitancia en términos de carga y voltaje, y calcular la capacitancia para un capacitor de placas paralelas dados la separación y el área de las placas.
- Definir la constante dieléctrica y aplicarla a cálculos de voltaje, intensidad de campo eléctrico y capacitancia.
- Encontrar la energía potencial almacenada en capacitores.

LIMITACIONES AL CARGAR UN CAPACITOR.

Los capacitores son dispositivos usados comúnmente en una gran variedad de circuitos eléctricos.

Se usan, por ejemplo, para ajustar la frecuencia de recepción de señales de radiofrecuencia, como filtros en fuentes de poder, para eliminar el ruido en los sistemas de encendido de los automóviles, para hacer funcionar las lámparas de destello ("flashes") de las cámaras fotográficas, etc.

Un capacitor consiste de dos conductores separados por un aislante y su capacidad depende de la geometría y del material (llamada dieléctrico) que separa los conductores.

LIMITACIONES AL CARGAR UN CAPACITOR.

Una de las limitaciones que se tienen al cargar un capacitor es el voltaje máximo que se puede aplicar al capacitor, el cual está relacionado con el dieléctrico (o aislante) que se coloca entre sus placas.

Este voltaje máximo es producto de la resistencia o rigidez dieléctrica que caracteriza a los materiales aislantes, incluido el aire, y que indica el valor máximo del campo dieléctrico que puede soportar sin perforaciones, lo que originaría una trayectoria conductora de carga (descargando el capacitor).

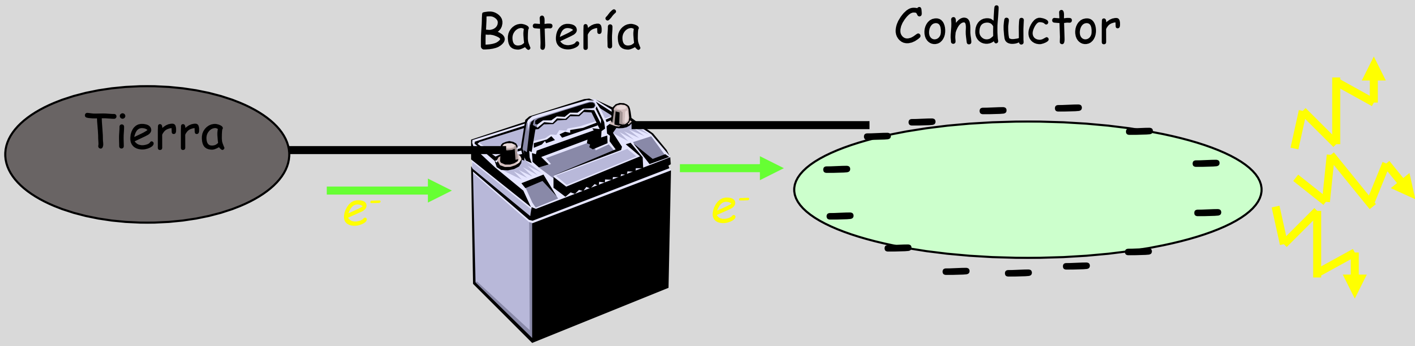
LIMITACIONES AL CARGAR UN CAPACITOR.

En la tabla siguiente se presenta la resistencia (o rigidez) dieléctrica (medida a temperatura ambiente) para algunos materiales aislantes.

Material	Rigidez dieléctrica (V/m)
Aire seco (a 1 atm)	3×10^{6}
Porcelana	4×10^{6}-5.7×10^{6}
Titanio de Estroncio, Cuarzo fundido	8×10^{6}
Parafina	10×10^{6}
Aceite de transformadores, Neopreno	12×10^{6}
Cristal Pyrex, Nylon	14×10^{6}
Papel	16×10^{6}
Poliestireno, Baquelita	24×10^{6}
Teflón	60×10^{6}
Mica	10×10^{6}-160×10^{6}
Vacío	∞

MÁXIMA CARGA SOBRE UN CONDUCTOR

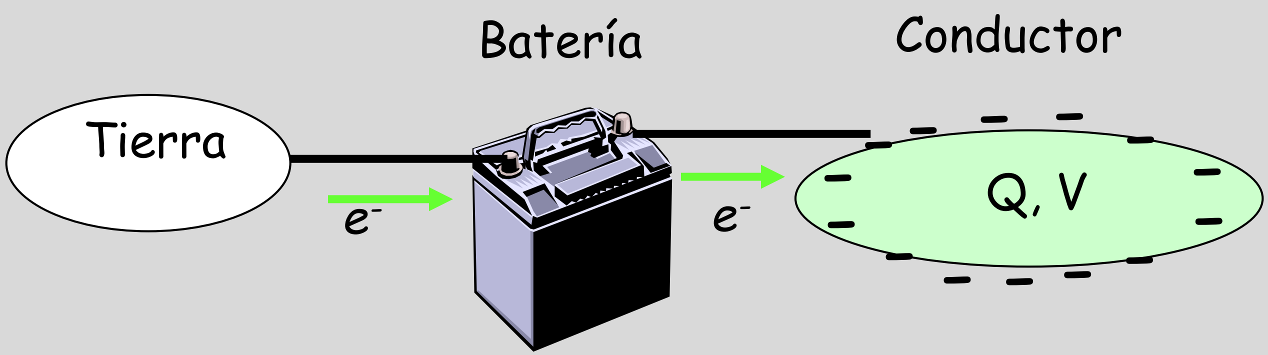
Una batería establece una diferencia de potencial que puede bombear electrones e^- de una tierra (Tierra) a un conductor



Existe un límite a la cantidad de carga que un conductor puede retener sin fuga al aire. Existe cierta <u>capacidad</u> para retener carga.

CAPACITANCIA

La capacitancia C de un conductor se define como la razón de la carga Q en el conductor al potencial V producido.



Capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V}$$ *Unidades: Coulombs por volt*

UNIDADES DE CAPACITANCIA

Un farad (F) es la capacitancia *C* de un conductor que retiene un coulomb de carga por cada volt de potencial.

$$C = \frac{Q}{V}; \qquad farad\ (\mathrm{F}) = \frac{coulomb\ (\mathrm{C})}{volt\ (\mathrm{V})}$$

Ejemplo: Cuando 40 μC de carga se colocan en un conductor, el potencial es 8 V. ¿Cuál es la capacitancia?

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{40\ \mu\mathrm{C}}{8\ \mathrm{V}}$$

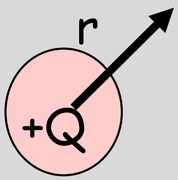
$$\boxed{C = 5\ \mathrm{mF}}$$

CAPACITANCIA DE CONDUCTOR ESFÉRICO

En la superficie de la esfera:

$$\boxed{E = \frac{kQ}{r^2}; \qquad V = \frac{kQ}{r}}$$

Capacitancia, C



E y V en la superficie.

Recuerde:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Y:

$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Capacitancia:

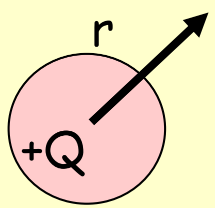
$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\cancel{Q}}{\cancel{Q}/4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 r}$$

EJEMPLO 1: ¿CUÁL ES LA CAPACITANCIA DE UNA ESFERA METÁLICA DE 8 CM DE RADIO?

Capacitancia, C



r = 0.08 m

Capacitancia: $C = 4pe_o r$

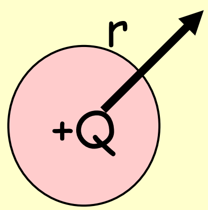
$$C = 4\pi(8.85 \text{ x } 10^{-12}\ \text{C}/_{\text{N}\cdot\text{m}^2})(0.08 \text{ m})$$

$C = 8.90 \times 10^{-12}$ F

Nota: La capacitancia sólo depende de parámetros físicos (el radio r) y no está determinada o por la carga o por el potencial. Esto es cierto para todos los capacitores.

EJEMPLO 1 (CONT.): ¿QUÉ CARGA Q SE NECESITA PARA DAR UN POTENCIAL DE 400 V?

Capacitancia, C



r = 0.08 m

$C = 8.90 \times 10^{-12}$ F

$$C = \frac{Q}{V}; \quad Q = CV$$

$$Q = (8.90 \text{ pF})(400 \text{ V})$$

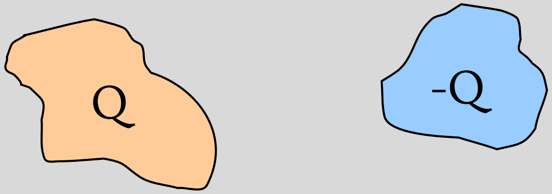
Carga total sobre el conductor:

Q = 3.56 nC

Nota: El farad (F) y el coulomb (C) son unidades extremadamente grandes para electricidad estática. Con frecuencia se usan los prefijos micro m, nano n y pico p.

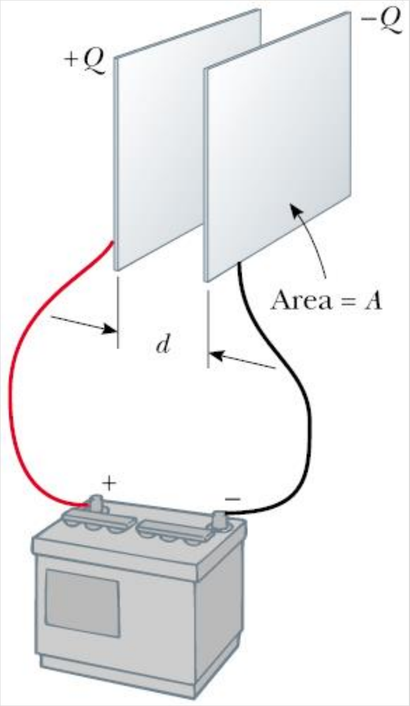
EL CAPACITOR.

El capacitor es un arreglo de dos conductores que tienen cargas de igual magnitud pero de signo opuesto se conoce como capacitor, y a los conductores que lo forman se les llama placas.



Debido a la presencia de cargas, existe una diferencia de potencial (o voltaje) ΔV entre los conductores.

Experimentalmente se encuentra que la cantidad de carga Q en los conductores es directamente proporcional a esta diferencia de potencial o voltaje, lo que se puede escribir como $Q=C\Delta V$ donde la constante de proporcionalidad C se le llama capacitancia.



EL CAPACITOR.

La capacitancia C de un capacitor es la razón entre la magnitud de la carga Q en cualquiera de los dos conductores y la magnitud de la diferencia de potencial ΔV entre ellos, a saber

$$\boxed{C \equiv \frac{Q}{\Delta V}}$$

Al definirse como el cociente de dos magnitudes, la capacitancia resulta ser siempre una cantidad positiva.

La unidad de capacitancia en el SI es el Faradio (F) el cual es equivalente a 1 Coulomb/Voltio.

El Faradio es una unidad de capacitancia muy grande, por lo que en la práctica los capacitores comerciales tienen capacitancias que varían de los microfaradios ($\mu F=10^{-6}F$) a los picofaradios ($\mathrm{p}F=10^{-12}F$).

EL CAPACITOR.

La capacitancia de un capacitor (o condensador) depende de dos factores importantes:

1. La disposición geométrica de los conductores, que incluyen la forma y el espaciamiento de las placas, al igual que sus relaciones geométricas.
2. Las propiedades del medio en que están dichos conductores (aire, vacío, material aislante o dieléctrico, etc.).

A continuación se estudiará el problema de cómo la capacitancia depende de la configuración geométrica (factor 1), y posteriormente se verá el efecto que tiene en la capacitancia la introducción de un dieléctrico entre las placas del capacitor (factor 2).

CÁLCULO DE LA CAPACITANCIA.

Para el cálculo de la capacitancia se procede de la siguiente manera:

1. Se supone una carga $+Q$ en las placas del capacitor
2. Se evalúa el campo eléctrico a lo largo de una línea que une a los dos conductores, generalmente mediante el empleo de la *Ley de Gauss*.
3. Una vez obtenido el campo eléctrico, se calcula la diferencia de potencial a lo largo de la misma trayectoria, para ello se escoge la trayectoria que simplifique el cálculo de la integral involucrada.
4. Finalmente se calcula la capacitancia como la razón entre la carga depositada Q y la diferencia de potencial encontrada en el punto anterior.

Al momento de realizar este cálculo uno encuentra que la capacitancia es independiente de la carga y de la diferencia de potencial y sólo depende de la geometría del capacitor.

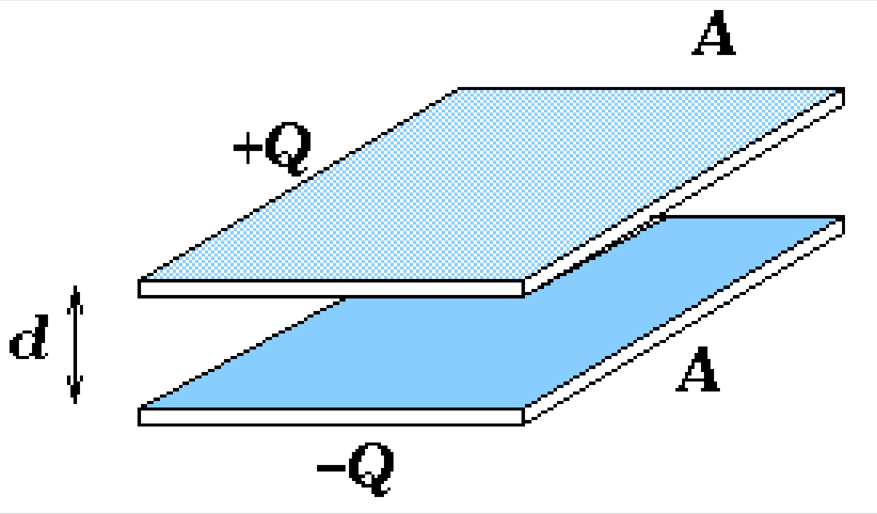
En lo que sigue presentamos algunas configuraciones típicas y su respectiva capacitancia.

Cálculo de la capacitancia.

Capacitor de placas paralelas

Siguiendo las ideas mencionadas anteriormente para el cálculo de la capacitancia, podemos calcularla para el caso en que tengamos un capacitor de placas planas paralelas. En este caso se encuentra que

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\left(\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} d\right)}$$



lo que permite escribir

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

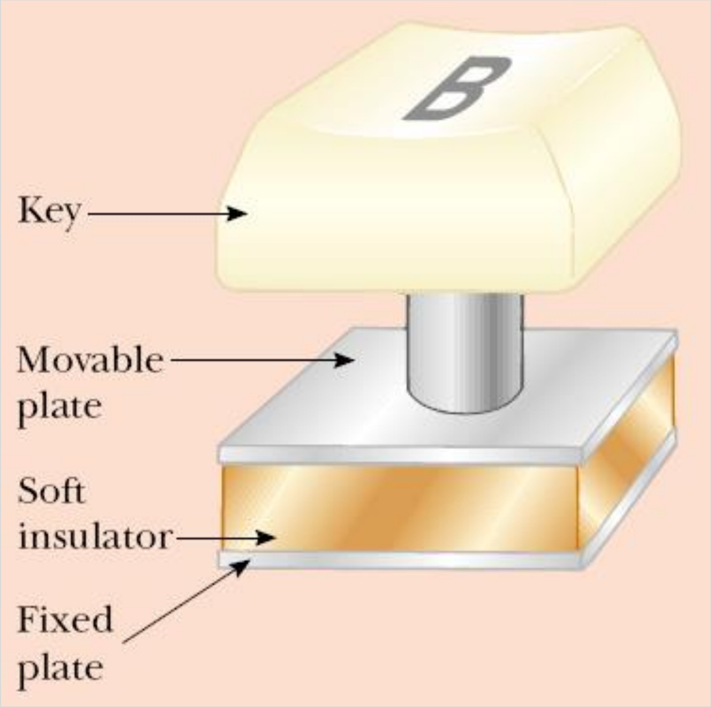
donde A es el área de las placas, d es la separación entre ellas y ε_0 es la permitividad del vacío.

Cálculo de la capacitancia.

Capacitor de placas paralelas

Una aplicación de los capacitores de placas planas paralelas la encontramos en muchos de los teclados para computadoras.

En este tipo de teclados las teclas están conectadas a un capacitor de área A fija, pero que puede varias su separación d.



Cuando la tecla es presionada, la separación d disminuye haciendo que la capacitancia aumente de acuerdo con

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d}$$

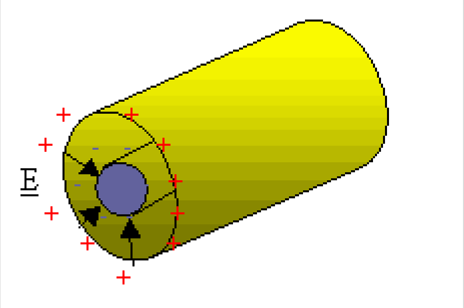
donde κ es una constante que depende del material que se coloca entre las placas. Este cambio de la capacitancia C es interpretado por la computadora para proceder en consecuencia.

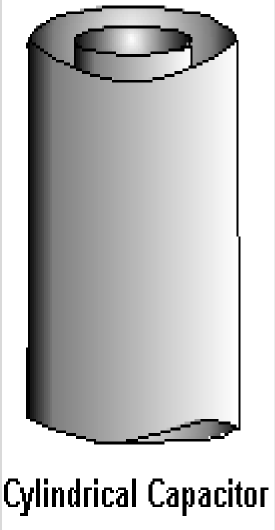
Cálculo de la capacitancia.

Capacitor cilíndrico

Para el caso de un capacitor cilíndrico de largo L y con radios interior y exterior r_i y r_e, respectivamente, se encuentra que la capacitancia está dada por

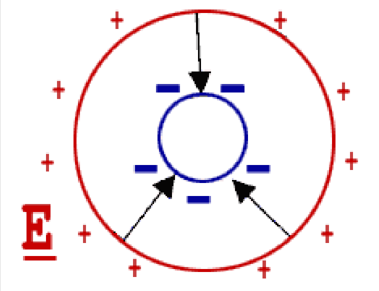
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\left(\frac{2k_e Q}{L}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)\right)} = \frac{L}{2k_e \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$$





que puede escribirse como

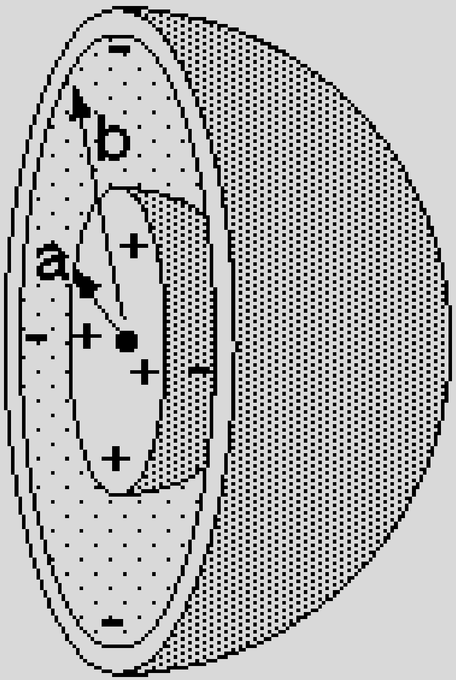
$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(r_e/r_i\right)}}$$



donde L es el largo del cilindro, r_i y r_e son los radios interior y exterior, respectivamente y ε_0 es la permitividad del vacío.

Cálculo de la capacitancia.

Capacitor esférico



Para el caso de un capacitor esférico de radios interior y exterior a y b, respectivamente, se encuentra que la capacitancia está dada por

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{ab}{k_e(b-a)}$$

que podemos escribir como

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{(b-a)}}$$

donde a y b son los radios interior y exterior, respectivamente y ε_0 es la permitividad del vacío.

Cálculo de la capacitancia.

Resumiendo...

Para un conductor esférico aislado de radio R

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Para un capacitor de placas planas paralelas de área A y separación d

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Para un capacitor cilíndrico de largo L de radios interior y exterior r_i y r_e, respectivamente

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(r_e / r_i\right)}$$

Para un capacitor esférico de radios interior y exterior r_i y r_e, respectivamente

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_i r_e}{(r_e - r_i)}$$

Cálculo de la capacitancia. Ejercicios.

26S4 (a) Si una gota de líquido tiene una capacitancia de 1.00pF, ¿cuál es su radio? (b) Si otra gota tiene un radio de 2.00mm, ¿cuál es su capacitancia? (c) ¿Cuál es la carga en la gota más pequeña si su potencial es 100V?

(a) A partir de la expresión de capacitancia para una esfera conductora, podemos calcular el radio de la gota como

$$R = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1.00\times10^{-12}\,\mathrm{F}}{4\pi\left(8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}\right)} = 8.98754\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$

(b) De nuevo, a partir de la expresión de capacitancia para una esfera conductora, podemos calcular la capacitancia de la gota como

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = 4\pi\left(8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}\right)\left(2.00\times10^{-3}\,\mathrm{m}\right) = 2.22530\times10^{-13}\,\mathrm{F}$$

(c) Considerando que la gota más pequeña es la 2.00mm de radio, podemos calcular la carga de la gota como

$$Q = C\Delta\mathrm{V} = \left(2.22530\times10^{-13}\,\mathrm{F}\right)\left(100.0\,\mathrm{V}\right) = 2.22530\times10^{-11}\,\mathrm{C}$$

Cálculo de la capacitancia. Ejercicios.

26S8 Un chip de memoria para computadora contiene muchos capacitores de 60.0fF. Si cada capacitor tiene placas de $21.0 \times 10^{-12} m^2$ de área, determine la separación de las placas de tales capacitores (asuma una configuración de placa paralela). (a) Exprese el resultado en nanómetros. (b) Si el orden de magnitud del diámetro de un átomo es de un Ángstrom (1Å = 10^{-10}m = 0.1nm), estime el número de capas atómicas que forman el dieléctrico entre las placas.

(a) A partir de la expresión de capacitancia para un capacitor de placas paralelas, podemos calcular la separación como

$$d = \frac{\varepsilon_0 A}{C} = \frac{\left(8.8542 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N \cdot m^2}\right)\left(21.0 \times 10^{-12}\,\mathrm{m^2}\right)}{60.0 \times 10^{-15}\,\mathrm{F}} = 3.09897 \times 10^{-9}\,\mathrm{m} = 3.09897\mathrm{nm}$$

(b) Considerando que una capa atómica es del orden de 0.1nm, mediante una regla de tres podemos estimar que la separación *d* es del orden de 30 capas atómicas.

Cálculo de la capacitancia. Ejercicios.

26S12 Un capacitor esférico de 20.0μF se compone de dos esferas metálicas concéntricas con una relación de radios $R_e=2R_i$. Si la región entre las esferas es un vacío, determine el volumen de esta región.

A partir de la expresión de capacitancia para un capacitor esférico

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_i R_e}{(R_e-R_i)}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_i\left(2R_i\right)}{\left(\left(2R_i\right)-R_i\right)}=8\pi\varepsilon_0 R_i$$

podemos despejar el valor de R_i, a saber

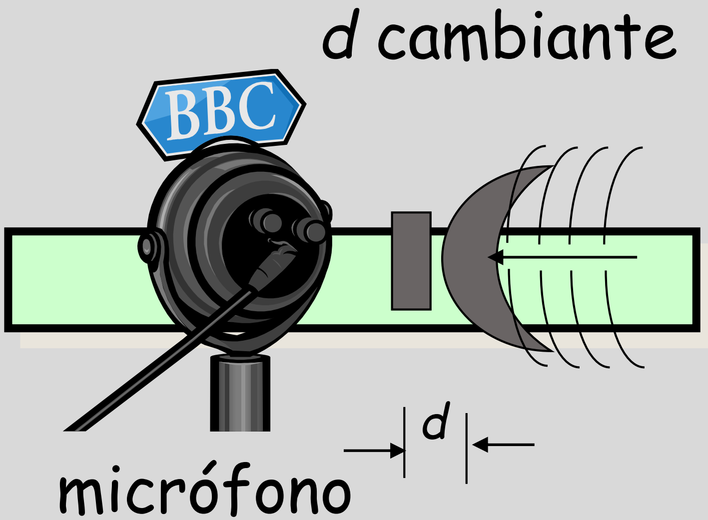
$$R_i=\frac{C}{8\pi\varepsilon_0}=\frac{20.0\times10^{-6}\,\mathrm{F}}{8\pi\left(8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C}^2/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\right)}=89875.3942\mathrm{m}$$

Con lo anterior, el volumen entre las placas es

$$V=V_e-V_e=\frac{4}{3}\pi R_e^3-\frac{4}{3}\pi R_i^3=\frac{4}{3}\pi\left((2R_i)^3-R_i^3\right)=\frac{28}{3}\pi R_i^3=2.12867\times10^{16}\,\mathrm{m}^3$$

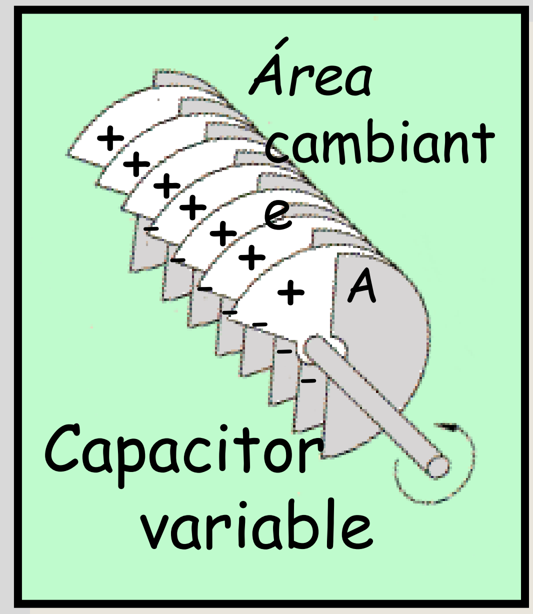
APLICACIONES DE LOS CAPACITORES

Un micrófono convierte las ondas sonoras en una señal eléctrica (voltaje variable) al cambiar *d*.



$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

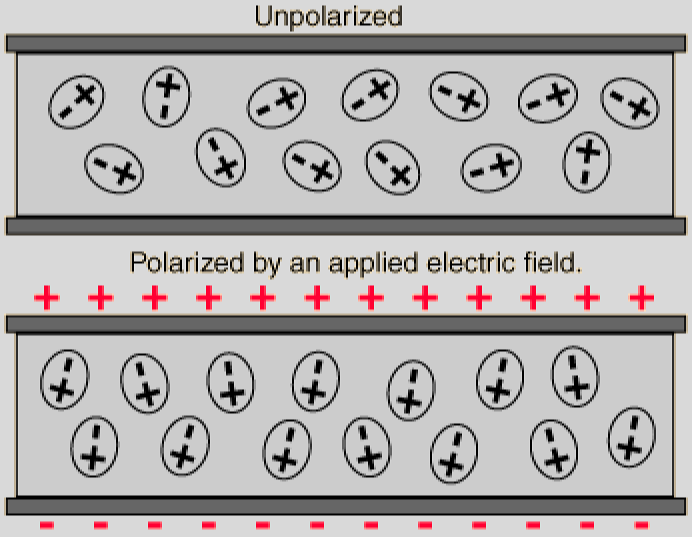


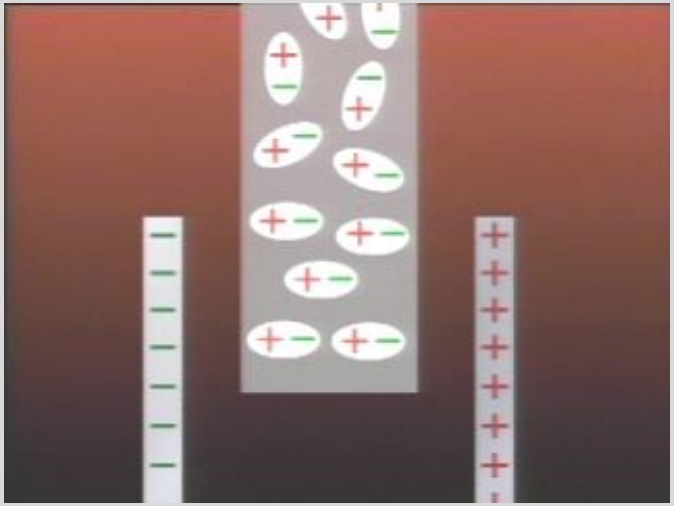
El sintonizador en un radio es un capacitor variable. El área cambiante *A* altera la capacitancia hasta que se obtiene la señal deseada.

CONSTANTE DIELÉCTRICA; PERMISIVIDAD

Un dieléctrico es un material no conductor, como el caucho, el vidrio o el papel encerado, y que tiene la propiedad de ser polarizable.

Pero, ¿qué es ser polarizable? Si un material contiene molecular polares, estas generalmente tendrán una orientación aleatoria cuando no se le aplica un campo eléctrico externo. Un campo eléctrico polarizará el material orientando los momentos dipolares de las moléculas polares en la dirección del campo aplicado.



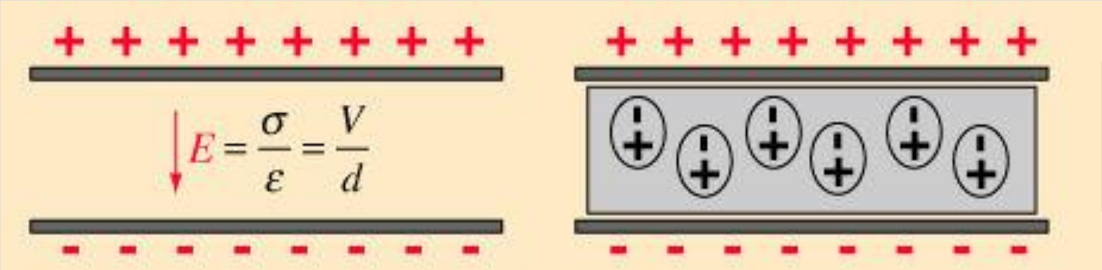


CONSTANTE DIELÉCTRICA; PERMISIVIDAD

El empleo de los dieléctricos y de su polarizabilidad para llenar el espacio entre las placas de un capacitor permite modificar el campo eléctrico y por lo tanto la cantidad de carga que puede almacenarse.

En particular, la capacitancia de un conjunto de placas paralelas cargadas se incrementa mediante la inserción de un material dieléctrico, ya que la capacitancia es inversamente proporcional al campo eléctrico entre las placas, y la presencia del dieléctrico reduce el campo eléctrico efectivo.

El dieléctrico se caracteriza por una constante dieléctrica k, de forma que la capacitancia es amplificada por este factor.



$$\vec{E}_{\text{efectivo}} = \vec{E} - \vec{E}_{\text{polarización}} = \frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0}$$

CONSTANTE DIELÉCTRICA; PERMISIVIDAD

Con lo anterior, podemos concluir que el empleo de un dieléctrico en un capacitor brinda las siguientes ventajas:

- Aumenta la capacitancia;
- Aumenta el voltaje de operación; y
- Permite que las placas estén muy juntas sin tocarse, de modo que disminuye d y aumenta (aún más) C.

Esto permite establecer que la capacitancia ahora es

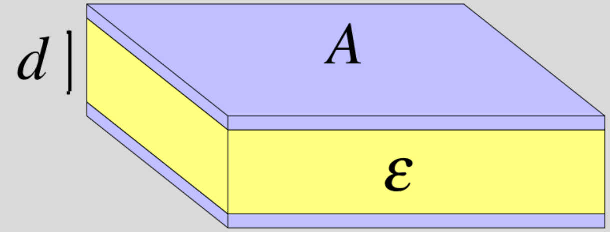
$$\boxed{C = \kappa C_0}$$

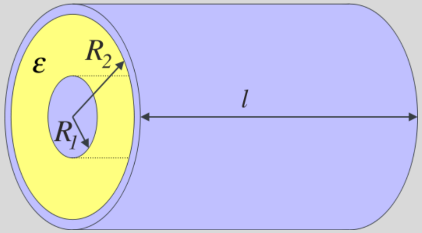
donde C es la capacitancia con dieléctrico, k es la constante dieléctrica que para el vacío es igual a 1 (para los diferentes materiales dieléctricos es mayor que 1), mientras que C_0 es la capacitancia considerando que el vacío llena el espacio entre las placas.

CONSTANTE DIELÉCTRICA; PERMISIVIDAD

Es importante notar que C_0 está dada por las expresiones encontradas anteriormente para los distintos tipos de capacitores; así que las expresiones que ahora tenemos son las siguientes:

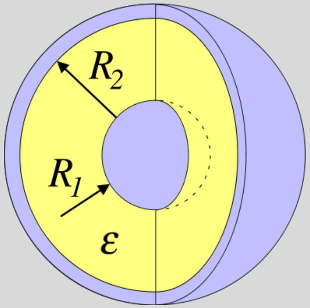
Capacitor de placas planas: $C = \dfrac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} = \dfrac{\varepsilon A}{d}$





Capacitor cilíndrico: $C = \dfrac{2\pi\kappa\varepsilon_0 L}{\ln\left(R_2/R_1\right)} = \dfrac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(R_2/R_1\right)}$

Capacitor esférico: $C = \dfrac{4\pi\kappa\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)} = \dfrac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$



CONSTANTE DIELÉCTRICA; PERMISIVIDAD

Tabla con los valores de la constante dieléctrica κ para algunos materiales comunes.

Table 26.1

Approximate Dielectric Constants of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ
Air (dry)	1.000 59
Bakelite	4.9
Fused quartz	3.78
Mylar	3.2
Neoprene rubber	6.7
Nylon	3.4
Paper	3.7
Paraffin-impregnated paper	3.5
Polystyrene	2.56
Polyvinyl chloride	3.4
Porcelain	6
Pyrex glass	5.6
Silicone oil	2.5
Strontium titanate	233
Teflon	2.1
Vacuum	1.000 00
Water	80

EJEMPLO : ENCUENTRE LA CAPACITANCIA C Y LA CARGA Q SI SE CONECTA A UNA BATERÍA DE 200-V. SUPONGA QUE LA CONSTANTE DIELÉCTRICA ES K = 5.0.

$\varepsilon = K\varepsilon_0 = 5(8.85 \times 10^{-12} C/Nm^2)$

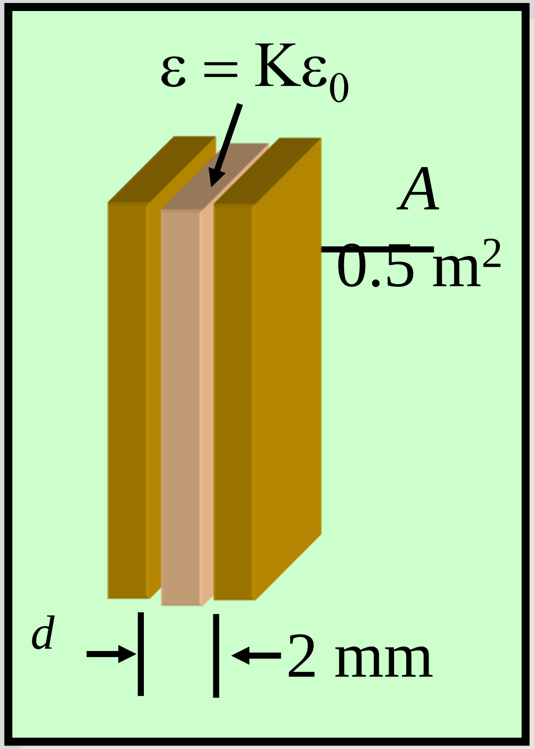
$\varepsilon_o = 44.25 \times 10^{-12}\ C/Nm^2$

$$C = \varepsilon\frac{A}{d} = \frac{(44.25 \times 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2})(0.5\ m^2)}{0.002\ m}$$

C = 11.1 nF

¿Q si se conecta a V = 200 V?

Q = CV = (11.1 nF)(200 V)



$Q = 2.22\ \mu C$

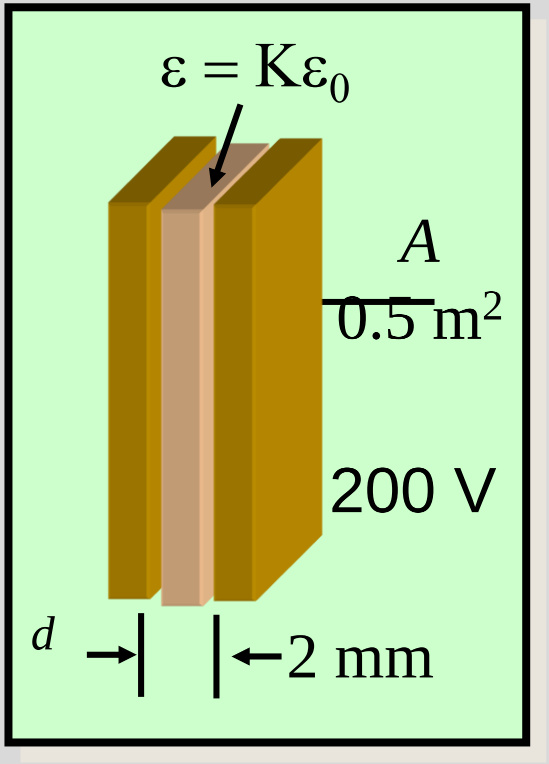
EJEMPLO (CONT.): ENCUENTRE EL CAMPO *E* ENTRE LAS PLACAS. RECUERDE Q = 2.22 MC; *V* = 200 V.

$$Ley\ de\ Gauss = E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon A}$$

$\varepsilon = 44.25 \times 10^{-12}\ \mathrm{C/Nm^2}$

$$E = \frac{2.22 \times 10^{-6}\mathrm{C}}{(44.25 \times 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2})(0.5\ \mathrm{m}^2)}$$

$\boxed{E = 100\ \mathrm{N/C}}$



Dado que V = 200 V, el mismo resultado se encuentra si *E* = *V*/*d* se usa para encontrar el campo.

Ejemplo : Un capacitor tiene una capacitancia de 6mF con aire como dieléctrico. Una batería carga el capacitor a 400 V y luego se desconecta. ¿Cuál es el nuevo voltaje si se inserta una hoja de of mica (K = 5)? ¿Cuál es la nueva capacitancia C

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V}; \qquad V = \frac{V_0}{K}$$

$$V = \frac{400\text{ V}}{5};$$

$V = 80.0$ V

$C = Kc_o = 5(6\ \mu\text{F})$

$C = 30\ \mu$F

EJEMPLO 5 (CONT.): SI LA BATERÍA DE 400 V SE RECONECTA DESPUÉS DE INSERTAR LA MICA, ¿QUÉ CARGA ADICIONAL SE AGREGARÁ A LAS PLACAS DEBIDO A LA C AUMENTADA?

$Q_0 = C_0V_0 = (6\ \mu\text{F})(400\ \text{V})$

$Q_0 = 2400\ \mu\text{C}$

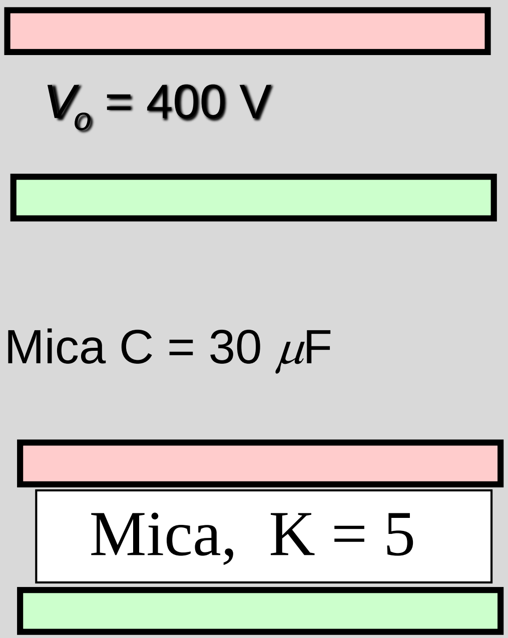
$Q = CV = (30\ \mu\text{F})(400\ \text{V})$

$Q = 12{,}000\ \mu\text{C}$

$\Delta Q = 12{,}000\ \mu\text{C} - 2400\ \mu\text{C}$

$\Delta Q = 9600\ \mu\text{C}$

Aire $C_o = 6\ \mu\text{F}$



$\Delta Q = 9.60$ mC

Cálculo de la capacitancia. Ejercicios.

26S48 Una muestra de dióxido de titanio (k=173) tiene un área de 1.00cm^2 y un espesor de 0.100mm. Se evapora aluminio sobre las caras paralelas para formar un capacitor de placas planas paralelas. (a) Calcule la capacitancia, (b) cuando el capacitor se carga con una batería de 12.0V, ¿cuál es la magnitud de la carga depositada en cada placa?

(a) A partir de la expresión de capacitancia para un capacitor de placas paralelas, podemos calcular la capacitancia como

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d} = \frac{173\left(8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}\right)\left(1.00\times10^{-4}\,\mathrm{m^2}\right)}{0.100\times10^{-3}\,\mathrm{m}} = 1.53178\times10^{-9}\,\mathrm{F}$$

(b) Considerando que el capacitor se conecta a una batería de 12.0V, podemos calcular su carga como

$$Q = C\Delta\mathrm{V} = \left(1.53178\times10^{-9}\,\mathrm{F}\right)\left(12.0\mathrm{V}\right) = 1.83813\times10^{-8}\,\mathrm{C}$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

En muchas de las aplicaciones de los capacitores se hace necesario conectar dos o más capacitores en un circuito, en tales casos podemos calcular la capacitancia equivalente.

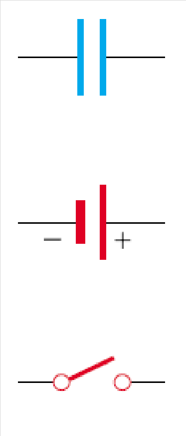
Antes de entrar en los detalles de este cálculo veamos la representación pictórica de un circuito, llamada diagrama del circuito.

Los diferentes dispositivos presentes en un circuito se representan mediante símbolos específicos, los empleados en este curso son, entre otros, los mostrados.

Capacitor

Fuente de voltaje o Batería

Interruptor

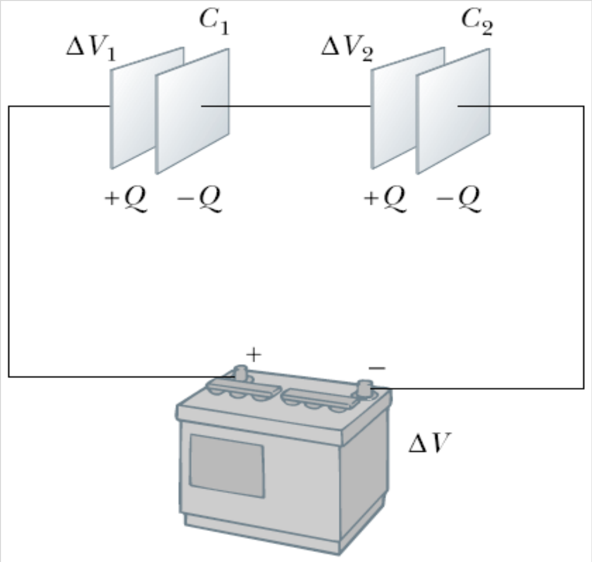


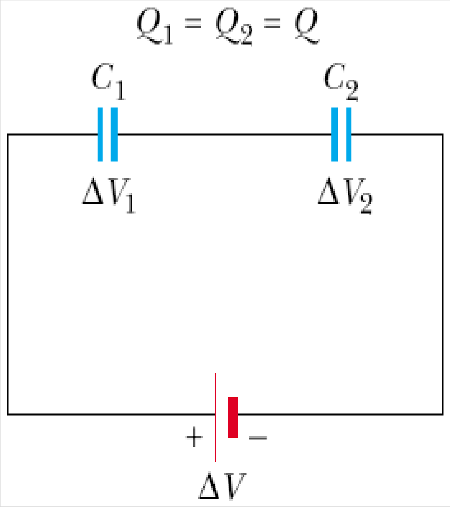
Estos símbolos se conectan mediante líneas rectas que representan a los alambres presentes en el circuito.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en serie

Dos capacitores conectados como se muestra, y su diagrama de circuito equivalente, se conoce como una conexión de capacitores en serie.





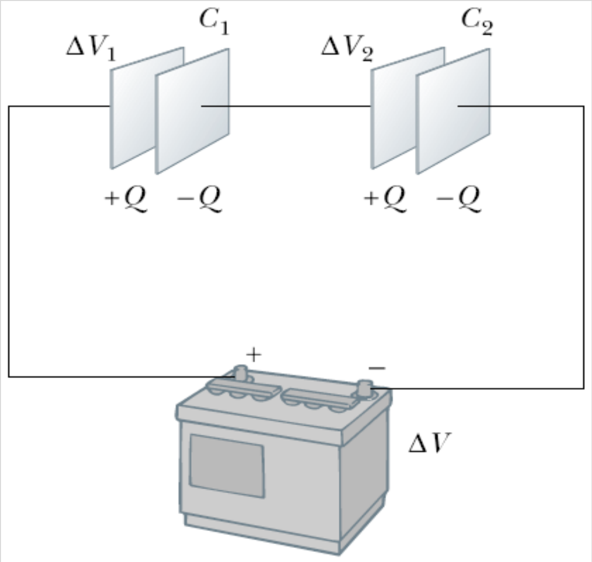
La placa izquierda del capacitor C_1 y la placa derecha del capacitor C_2 están conectadas a las terminales de positiva y negativa de la batería, respectivamente.

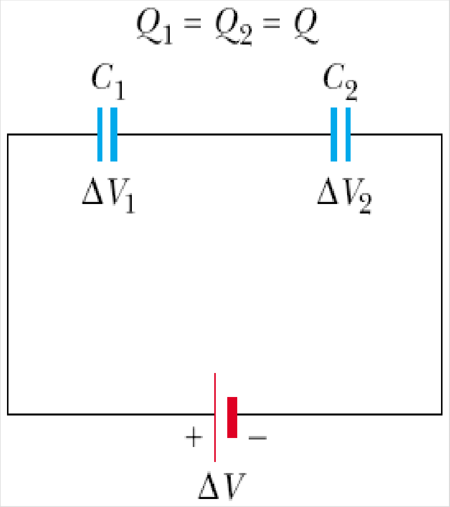
Las otras dos placas están conectadas entre sí, e inicialmente descargadas, <u>deben</u> permanecer con carga neta cero, lo que nos lleva a afirmar que las cargas de ambos capacitores son iguales.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en serie

Cuando la batería se conecta al circuito, se transfieren electrones de la placa izquierda de C_1 hacia la placa derecha de C_2, lo que induce cargas de signos opuestos en las placas aisladas.





Por otro lado, la diferencia de potencial de la batería se divide entre ambos capacitores, es decir

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

que, usando la definición de capacitancia ($C=Q/\Delta V$), podemos escribir como

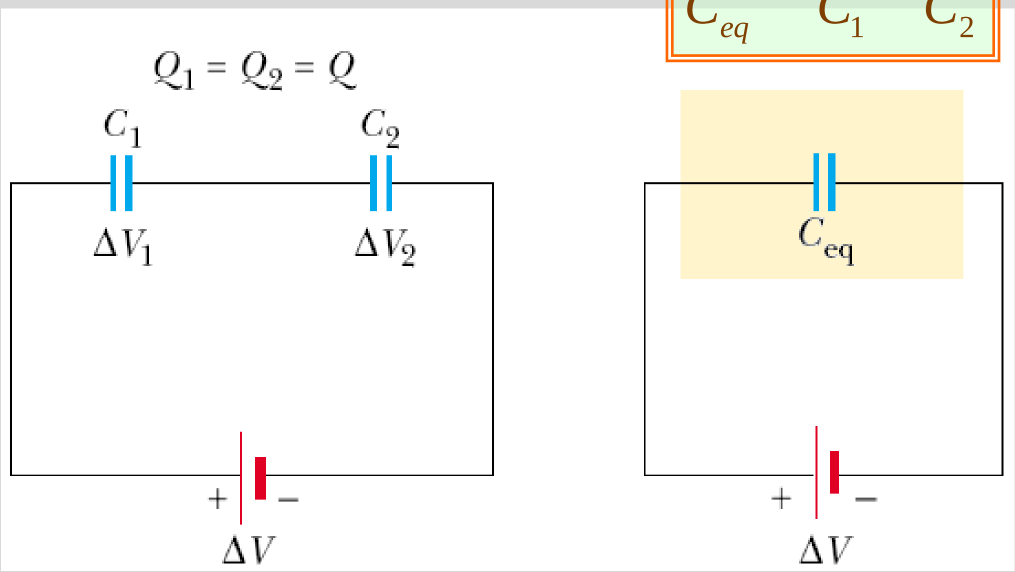
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en serie

Lo anterior permite establecer que la capacitancia equivalente del circuito es

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



El significado de C_{eq} corresponde al hecho de que los capacitores C_1 y C_2 pueden ser sustituidos por una capacitancia C_{eq}, tal como se muestra.

En el caso en que se tiene mas de dos capacitores, también se puede aplicar el procedimiento anterior para encontrar una expresión general para la capacitancia equivalente.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en serie

En general, cuando se tiene mas de dos capacitores conectados en serie, podemos demostrar que

- la carga es la misma para todos los capacitores conectados en serie

$$\boxed{Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = \ldots = Q_N = Q}$$

- la diferencia de potencial total a través de cualquier número de capacitores conectados en serie es la suma de las diferencias de potencial a través de cada uno de los capacitores

$$\boxed{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 + \ldots. + \Delta V_N = \Delta V}$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en serie

Los resultados anteriores permiten establecer una relación general para la capacitancia equivalente de un conjunto de N capacitores en serie:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \ldots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

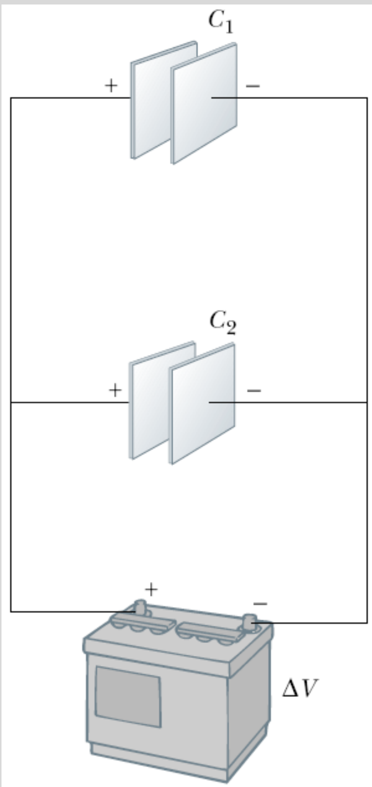
Esta relación nos dice que el inverso de la capacitancia equivalente es la suma de los inversos de las capacitancias de cada uno de los capacitores conectados en serie.

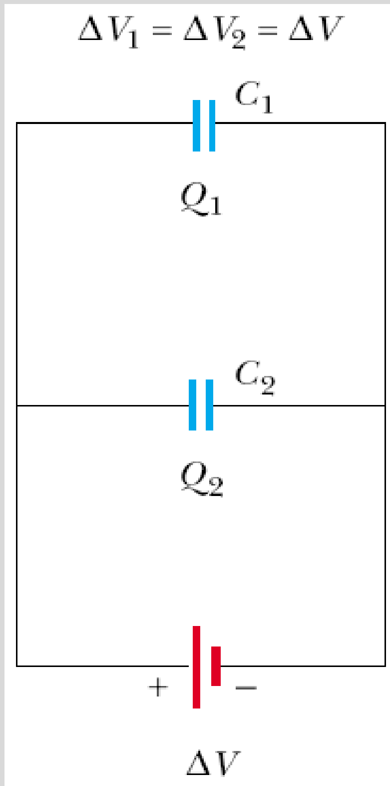
A partir de la expresión anterior se encuentra que la capacitancia equivalente de un arreglo de capacitores en serie siempre es menor que cualquiera de las capacitancias individuales.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en paralelo

Dos capacitores conectados como se muestra, y su diagrama de circuito equivalente, se conoce como una conexión de capacitores en paralelo.





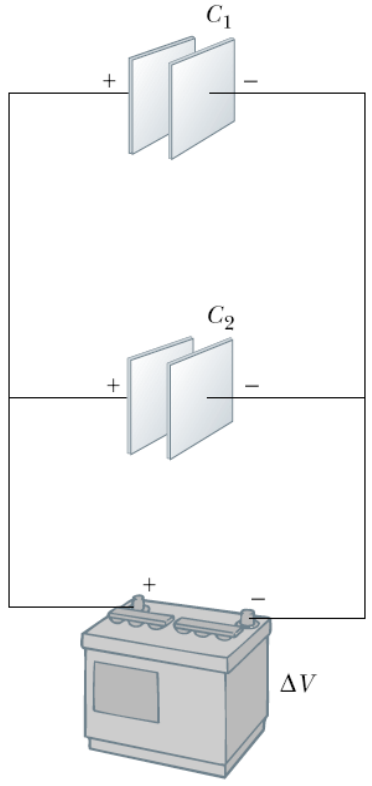
Las placas izquierdas de ambos capacitores están conectadas entre sí y a su vez a la terminal positiva de la batería; similarmente, las placas derechas están conectadas entre sí y a su vez a la terminal negativa de la batería.

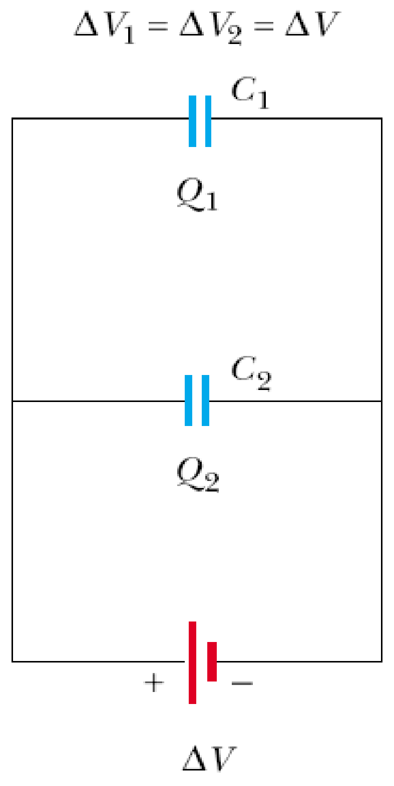
Lo anterior nos lleva a afirmar que ambos capacitores tienen la misma diferencia de potencial que la batería.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en paralelo

Cuando la batería se conecta al circuito, se transfieren electrones entre las placas y la batería, lo que deja cargadas positiva y negativamente a las placas de los capacitores.





Esta transferencia cesa cuando el voltaje a través de los capacitores es igual al voltaje a de las terminales de la batería, con esto los capacitores alcanzan la carga máxima Q_1 y Q_2, respectivamente.

Con ello, la carga total Q almacenada por los capacitores es

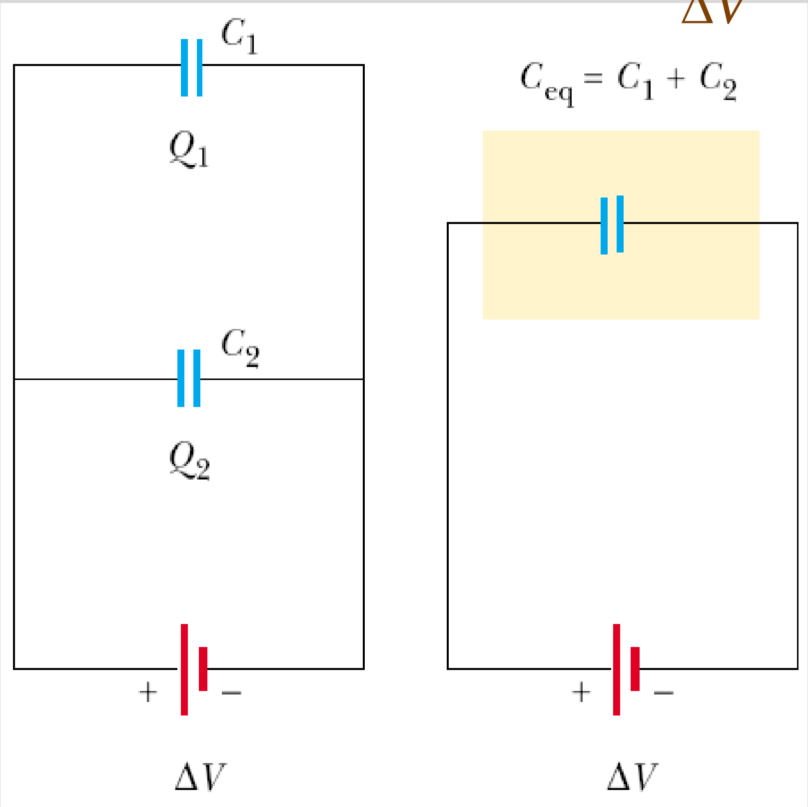
$$Q = Q_1 + Q_2$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en paralelo

Si dividimos esta relación de cargas entre la diferencia de voltaje ΔV tenemos

$$\frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_1}{\Delta V} + \frac{Q_2}{\Delta V}$$



Usando la definición de capacitancia ($C=Q/\Delta V$) podemos establecer que la capacitancia equivalente del circuito es

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

El significado de C_{eq} corresponde al hecho de que los capacitores C_1 y C_2 pueden ser sustituidos por una capacitancia C_{eq}, tal como se muestra.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en paralelo

En el caso en que se tiene mas de dos capacitores, es posible aplicar el procedimiento anterior para encontrar una expresión para la capacitancia equivalente.

En general, cuando se tienen capacitores conectados en paralelo, podemos demostrar que

- la diferencia de potencial es la misma para todos los capacitores

$$\boxed{\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V_4 = \ldots = \Delta V_N = \Delta V}$$

- la carga total almacenada en el arreglo es la suma de las cargas almacenadas en cada uno de los capacitores

$$\boxed{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + \ldots. + Q_N = Q}$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

Capacitores en paralelo

Los resultados anteriores permiten establecer una relación general para la capacitancia equivalente de un conjunto de N capacitores conectados en paralelo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \ldots + C_N = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

Esta relación nos dice que la capacitancia equivalente es la suma de las capacitancias de cada uno de los capacitores conectados en paralelo.

A partir de la expresión anterior se encuentra que la capacitancia equivalente de un arreglo de capacitores en paralelo siempre es mayor que cualquiera de las capacitancias individuales.

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

26S16 Dos capacitores, C_1=5.00μF y C_2=12.0μF, se conectan en paralelo. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 9.00V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuáles son (b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y (c) la carga almacenada en cada capacitor?

(a) La capacitancia equivalente para una combinación en paralelo se obtiene como

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 5.00\mu\text{F} + 12.0\mu\text{F} = \boxed{17.0\mu\text{F}}$$

(b) La diferencia de potencial en los capacitores de una combinación en paralelo es la misma para todos ellos, así que

$$\Delta V = \boxed{9.00\text{V}}$$

(c) La carga en cada capacitor se obtiene a partir de la definición de capacitancia $C=Q/\Delta V$.

$$Q = \left(5.00\times10^{-6}\,\text{F}\right)\left(9.00\text{V}\right) = \boxed{45.0\mu\text{C}}$$

$$Q = \left(12.0\times10^{-6}\,\text{F}\right)\left(9.00\text{V}\right) = \boxed{108\mu\text{C}}$$

CAPACITORES EN SERIE Y EN PARALELO.

26S17 Dos capacitores, C_1=5.00μF y C_2=12.0μF, se conectan en serie. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 9.00V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuáles son (b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y (c) la carga almacenada en cada capacitor?

(a) La capacitancia equivalente para una combinación en serie se obtiene como

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{5.00\times10^{-6}\,\mathrm{F}}+\frac{1}{12.0\times10^{-6}\,\mathrm{F}}=\boxed{3.5294\,\mu\mathrm{F}}$$

(c) La carga en los capacitores de una combinación en serie es la misma para todos ellos, y es igual a

$$Q=C_{\mathrm{eq}}\Delta V=\left(3.5294\times10^{-6}\,\mathrm{F}\right)\left(9.00\mathrm{V}\right)=\boxed{31.7647\,\mu\mathrm{C}}$$

(b) La diferencia de voltaje en cada capacitor se obtiene a partir de la definición de capacitancia $C=Q/\Delta V$.

$$\Delta V=\frac{31.7647\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{5.00\times10^{-6}\,\mathrm{F}}=\boxed{6.3529\mathrm{V}} \quad \text{y} \quad \Delta V=\frac{31.7647\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{12.0\times10^{-6}\,\mathrm{F}}=\boxed{2.6471\mathrm{V}}$$

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Como hemos mencionado, un capacitor es un dispositivo que permite almacenar cargas. Podemos calcular el trabajo realizado al cargarlo considerando que este es producto de la carga (dq) que movemos entre las placas y la diferencia de potencial (ΔV) que hay entre ellas, a saber

$$dW = (\Delta V)dq = \frac{q}{C}dq$$

que al integrar desde que no tenemos carga ($q=0$), hasta que la carga llega a su valor final Q, nos lleva a que

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

El trabajo hecho al cargar el capacitor aparece como energía potencia eléctrica U almacenada en el capacitor, así que

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2}$$

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Dos capacitores, C_1=7.50nF y C_2=15.0nF, se conectan en paralelo. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 12.0V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuál es (b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor, (c) la carga almacenada en cada capacitor y (d) la energía almacenada en cada capacitor?

(a) La capacitancia equivalente para una combinación en paralelo se obtiene como

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 7.50\text{nF} + 15.0\text{nF} = \boxed{22.5\text{nF}}$$

(b) La diferencia de potencial en los capacitores de una combinación en paralelo es la misma para todos ellos, así que

$$\Delta V = \boxed{12.0\text{V}}$$

Dos capacitores, C_1=7.50nF y C_2=15.0nF, se conectan en paralelo. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 12.0V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuál es (b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor, (c) la carga almacenada en cada capacitor y (d) la energía almacenada en cada capacitor?

(c) La carga en cada capacitor se obtiene a partir de la definición de capacitancia $C=Q/\Delta V$.

$$Q_1 = \left(7.50\times10^{-9}\,\mathrm{F}\right)\left(12.0\mathrm{V}\right) = \boxed{90.0\mathrm{nC}}$$

$$Q_2 = \left(15.0\times10^{-9}\,\mathrm{F}\right)\left(12.0\mathrm{V}\right) = \boxed{180\mathrm{nC}}$$

(d) La energía almacenada en cada capacitor se obtiene a partir de $U=Q\Delta V/2$

$$U_1 = \frac{1}{2}Q_1\Delta V_1 = \frac{1}{2}\left(90.0\times10^{-9}\,\mathrm{C}\right)\left(12.0\mathrm{V}\right) = \boxed{5.4\times10^{-7}\,\mathrm{J}}$$

$$U_2 = \frac{1}{2}Q_2\Delta V_2 = \frac{1}{2}\left(180.0\times10^{-9}\,\mathrm{C}\right)\left(12.0\mathrm{V}\right) = \boxed{1.08\times10^{-6}\,\mathrm{J}}$$

Dos capacitores, C_1=2.50μF y C_2=4.00μF, se conectan en serie. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 3.00V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuál es (b) la carga almacenada en cada capacitor, (c) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y (d) la energía almacenada en cada capacitor?

(a) La capacitancia equivalente para una combinación en serie se obtiene como

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{2.50\times10^{-6}\,\mathrm{F}}+\frac{1}{4.00\times10^{-6}\,\mathrm{F}}=\boxed{1.53846\,\mu\mathrm{F}}$$

(b) La carga en los capacitores de una combinación en serie es la misma para todos ellos, y a su vez, corresponde a la carga equivalente, así que

$$Q_1=Q_2=Q_{\mathrm{eq}}=C_{\mathrm{eq}}\Delta\mathrm{V}=\left(1.53846\times10^{-6}\,\mathrm{F}\right)\left(3.0\mathrm{V}\right)=\boxed{4.61538\times10^{-6}\,\mathrm{C}}$$

EJERCICIOS

Dos capacitores, C_1=2.50μF y C_2=4.00μF, se conectan en serie. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 3.00V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuál es (b) la carga almacenada en cada capacitor, (c) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y (d) la energía almacenada en cada capacitor?

(c) La diferencia de potencial en cada capacitor se obtiene a partir de la definición de capacitancia $C=Q/\Delta V$.

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{4.61538\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{2.50\times10^{-6}\,\mathrm{F}} = \boxed{1.84615\mathrm{V}}$$

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{4.61538\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{4.00\times10^{-6}\,\mathrm{F}} = \boxed{1.15385\mathrm{V}}$$

EJERCICIOS

Dos capacitores, C_1=2.50μF y C_2=4.00μF, se conectan en serie. Si la combinación resultante es conectada a una batería de 3.00V, (a) ¿cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? ¿Cuál es (b) la carga almacenada en cada capacitor, (c) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y (d) la energía almacenada en cada capacitor?

(d) La energía almacenada en cada capacitor se obtiene a partir de $U=C(\Delta V)^2/2$

$$U_1=\frac{1}{2}C_1(\Delta V_1)^2=\frac{1}{2}\left(2.50\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)\left(1.84615\,\mathrm{V}\right)^2=\boxed{4.26034\times10^{-6}\,\mathrm{J}}$$

$$U_2=\frac{1}{2}C_2(\Delta V_2)^2=\frac{1}{2}\left(4.00\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)\left(1.15385\,\mathrm{V}\right)^2=\boxed{2.66274\times10^{-6}\,\mathrm{J}}$$

UNA APLICACIÓN DE CAPACITORES

AnaesthesiaUK

Print this page!

Physical principles of defibrillators

Defibrillation is the application of a preset electrical current across the myocardium to cause synchronous depolarization of the cardiac muscle with the aim of converting a dysrhythmia into normal sinus rhythm. Over 135,000 people die annually following acute myocardial infarction. The main cause of sudden death is ventricular fibrillation; the only effective treatment for which is early defibrillation. The defibrillator was invented in 1932 by Dr William Bennett Kouwenhoven.

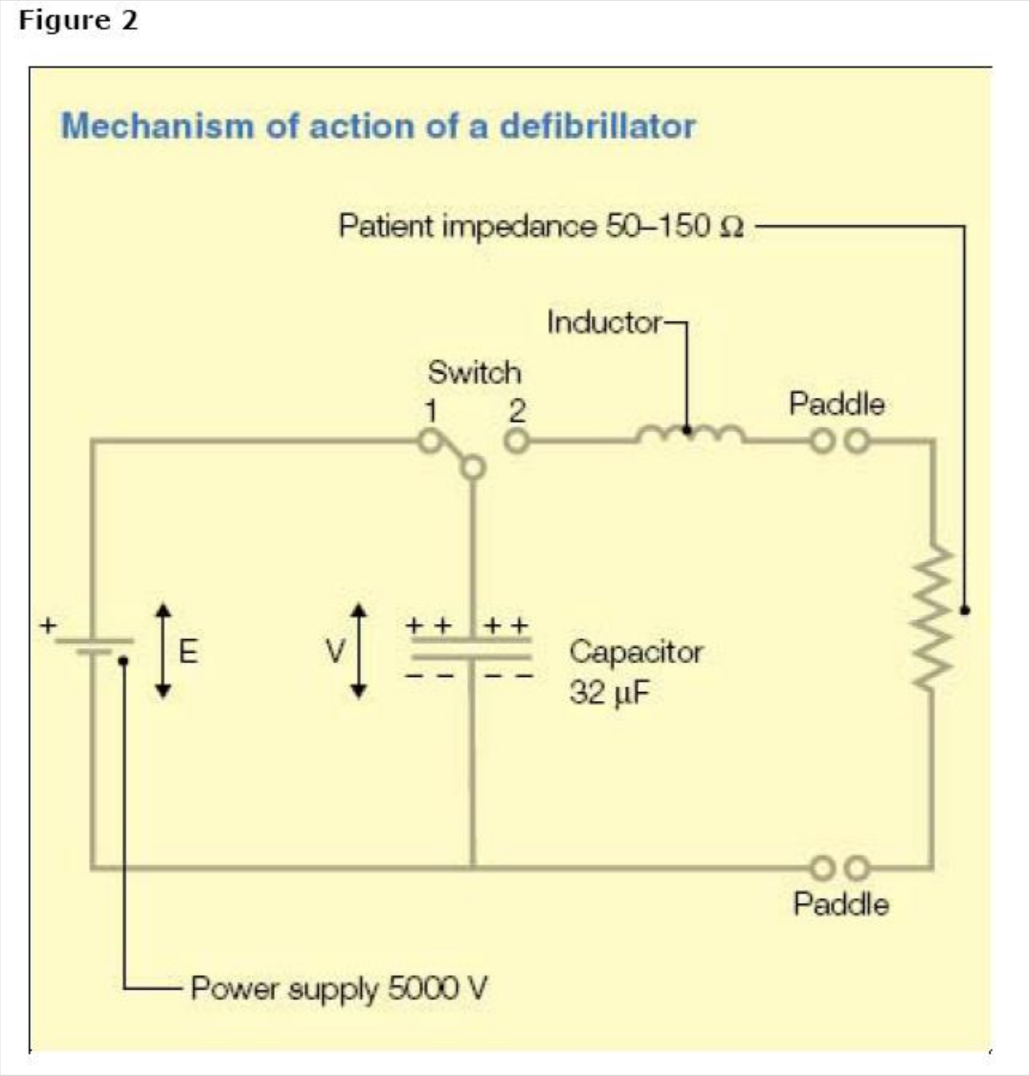
Capacitors

The most important component of a defibrillator is a capacitor that stores a large amount of energy in the form of electrical charge, then releases it over a short period of time. A capacitor consists of a pair of conductors (e.g. metal plates) separated by an insulator (called a dielectric). Conductors lose and gain electrons easily, and therefore allow current to flow; whereas insulators do not lose their electrons, and hardly allow any current to flow. The maximum working voltage is the voltage that when exceeded causes the dielectric to break down and conduct, often with catastrophic results.

UNA APLICACIÓN DE CAPACITORES

Figure 2 shows a defibrillator. When the switch is in position 1, direct current (DC) from the power supply is applied to the capacitor. Electrons flow from the upper plate to the positive terminal of the power supply and from the negative terminal of the power supply to the lower plate. Therefore current flows and a charge begins to build up on each electrode of the capacitor, with the lower plate becoming increasingly negatively charged, and the upper plate increasingly positively charged. As the charge builds up on the plates, it creates a potential difference across the plates (V), which opposes the electromagnetic force of the power supply (E). Initially when there is no charge on the plates, V is zero and it is easy to move electrons onto the plates. As V increases, however, it opposes further movement of electrons, and increasing work must be done to move more electrons onto the plates. The work done (W) to move charge (Q) through a potential difference V is: W = VQ. Charging a capacitor is therefore an exponential process, with a time constant determined by the capacitance and the resistance of the circuit through which the current flows (Figure 3). When V equals E, the current ceases to flow and the capacitor is fully charged. In this example, the amount of charge stored (Q = CV) is 32 μF x 5000 V = 160 mC.

UNA APLICACIÓN DE CAPACITORES



RESUMEN DE FÓRMULAS

$$C = \frac{Q}{V}; \quad farad\ (\mathrm{F}) = \frac{coulomb\ (\mathrm{C})}{volt\ (\mathrm{V})}$$

$$C = \frac{Q}{V} = K\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 r$$

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$U = \tfrac{1}{2} QV; \quad U = \tfrac{1}{2} CV^2; \quad U = \frac{Q^2}{2C}$$