

Física II

Primera parte: Electricidad

Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos(Responsable)

Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano

Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui

Dr. Santos Jesús Castillo

Webpage: <http://paginas.fisica.uson.mx/qb>

©2017 Departamento de Física

Universidad de Sonora

Tema: Potencial eléctrico.

1. Energía Potencial eléctrica.
2. Energía Potencial eléctrica en un campo uniforme.
3. Energía Potencial eléctrica de cargas puntuales.
4. Potencial eléctrico.
5. Calculo del potencial eléctrico.
6. Superficies equipotenciales.
7. El electrón-volt.



OBJETIVOS: DESPUÉS DE COMPLETAR ESTE MÓDULO DEBERÁ:

Comprender y aplicar los conceptos de energía potencial eléctrica, potencial eléctrico y diferencia de potencial eléctrico

Calcular el trabajo requerido para mover una carga conocida de un punto a otro en un campo eléctrico creado por cargas puntuales.

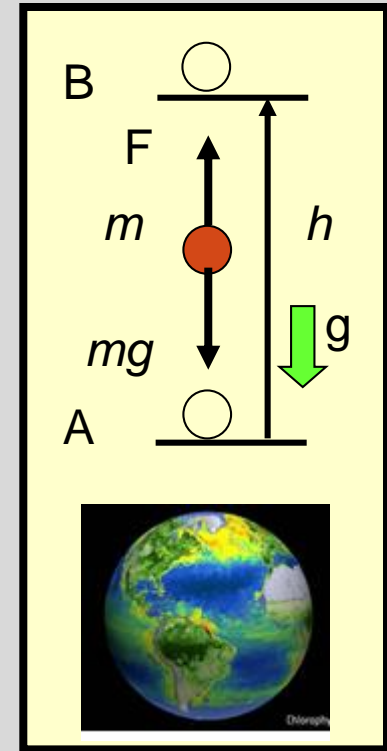
•Escribir y aplicar relaciones entre campo eléctrico, diferencia de potencial y separación de placas para placas paralelas de carga igual y opuesta.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

En mecánica se introduce el concepto de energía, como una cantidad escalar que se utiliza para formular la ley de la conservación de la energía.

Al emplear la ley de la conservación de la energía, podemos evitar trabajar directamente con fuerzas cuando se resuelven problemas mecánicos. La fuerza eléctrica al igual que la fuerza gravitacional, es consecuencia de las leyes fundamentales de la naturaleza.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

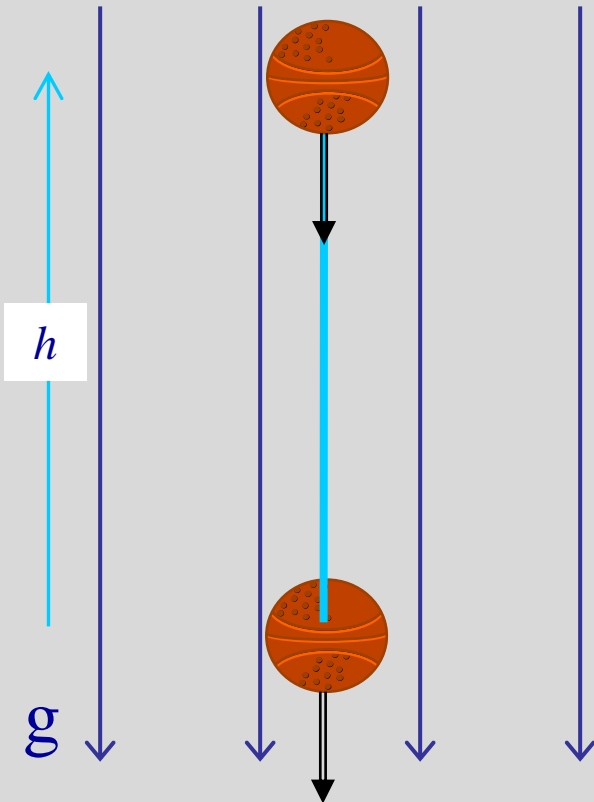
Fuerza conservativa.

En un campo gravitacional g que apunta hacia abajo, y colocamos dentro del campo un cuerpo de masa m .

Si consideramos un desplazamiento del cuerpo en dirección contraria al campo podemos afirmar que la fuerza gravitacional (peso) ha realizado un trabajo sobre el cuerpo.

Considerando que el trabajo se define como el producto escalar de la fuerza aplicada por la distancia recorrida, en este caso podemos calcular el trabajo realizado, al recorrer la trayectoria (recta) mostrada, como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (mg)(h) \cos 180^\circ = -mgh$$



TRABAJO Y ENERGÍA GRAVITACIONALES

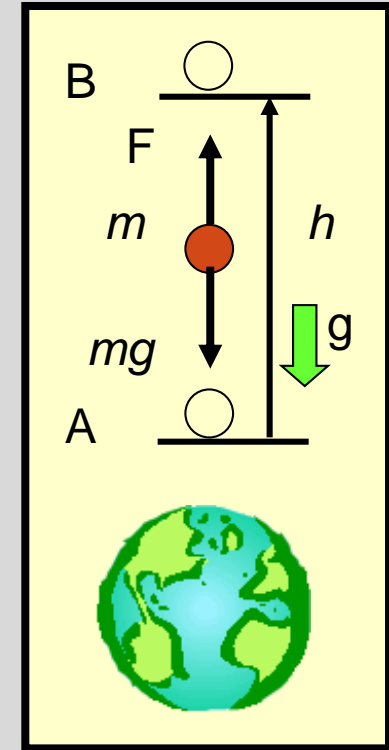
Considere el trabajo contra g para mover m de A a B, una altura vertical h .

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (mg)(h) \cos 180^\circ = -mgh$$

En el nivel B, la energía potencial U es:

$$U = mgh \text{ (gravitacional)}$$

La fuerza externa realiza trabajo positivo; la gravedad g realiza trabajo negativo.



La fuerza externa F contra el campo g aumenta la energía potencial. Si se libera, el campo proporciona trabajo de vuelta.



Tomando como base que la fuerza eléctrica es conservativa podemos afirmar, de manera análoga al caso gravitacional, que es posible asociar a una partícula con carga o una colección de partículas cargadas una cantidad llamada energía potencial eléctrica.

Esta energía potencial eléctrica puede transformarse en energía cinética o de movimiento.

Una fuerza externa F mueve a $+q$ de **A** a **B** contra la fuerza de campo qE .

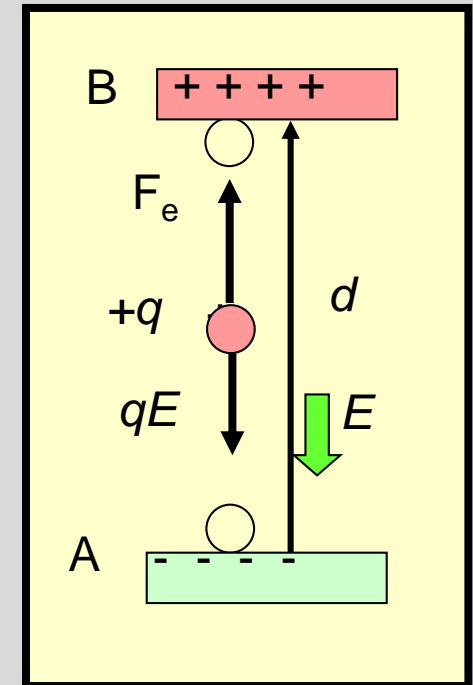
$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (mg)(h) \cos 180^\circ = -mgh$$

En el nivel **B**, la energía potencial U es:

$$U = qEd \text{ (eléctrica)}$$

El campo E realiza trabajo negativo; la fuerza externa realiza trabajo positivo.

La fuerza externa F contra el campo E aumenta la energía potencial. Si se libera el campo proporciona trabajo de vuelta.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

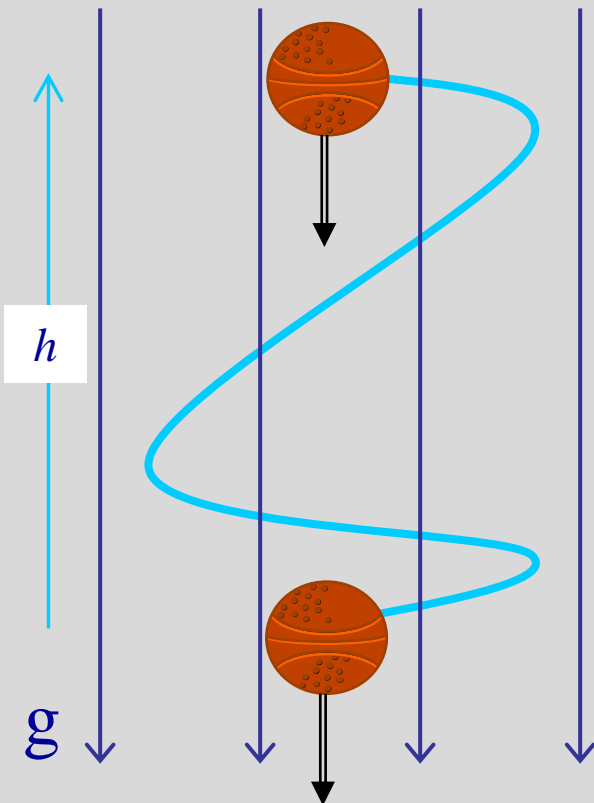
Fuerza conservativa.

A continuación, si consideramos un desplazamiento arbitrario para desplazar el objeto de masa m .

Podemos calcular el trabajo realizado, resultando que este es

$$W = \int_i^f \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = -mgh$$

Se dice que una fuerza es conservativa cuando el trabajo efectuado sobre una partícula que se mueve bajo su influencia entre dos puntos es independiente de la trayectoria, es decir, que sólo depende de la posición inicial y final del cuerpo y no de los detalles de cómo se realizó el paso de su posición inicial a la final.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

Fuerza conservativa

Lo anterior permite afirmar que una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza a lo largo de una trayectoria cerrada es cero.

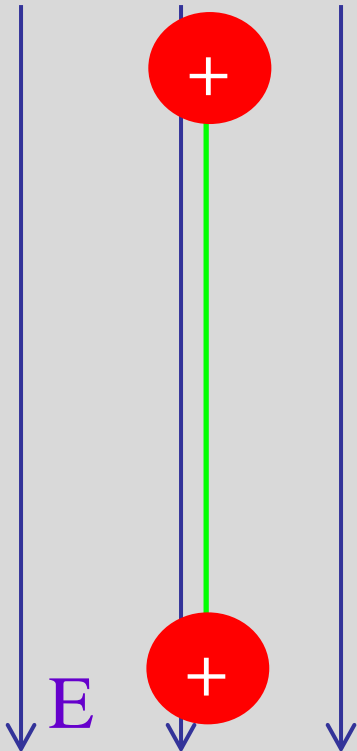
Podemos considerar que el trabajo realizado sobre un cuerpo es una energía externa que, en este caso, le es cedida al objeto convirtiéndose en lo que se conoce como energía potencial; de tal forma que si soltamos el cuerpo, este buscará ubicarse en puntos de menor energía potencial (en este caso relacionada directamente con la altura, ya que el trabajo resultó ser $-mgh$).

La energía potencial se presenta en conexión con fuerzas conservativas como por ejemplo la fuerza de gravedad y la fuerza elástica de un resorte. En particular, hemos mostrado que cuando un cuerpo se desplaza en sentido contrario al campo gravitacional, la fuerza gravitacional realiza un trabajo negativo, dado por $-mgh$.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

El movimiento de una partícula de masa m en un campo gravitacional (g), es análogo al movimiento de una partícula de carga q_0 positiva en un campo eléctrico (E). Cuando una partícula de carga positiva se desplaza en sentido contrario al campo eléctrico realiza un trabajo negativo.



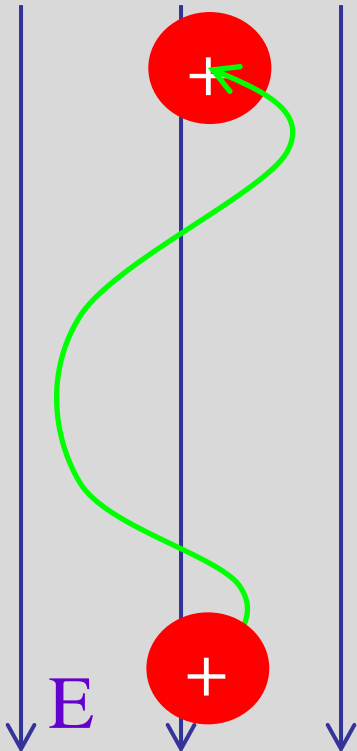
Supongamos que tenemos un campo eléctrico E y colocamos dentro del campo una partícula de carga positiva q_0 .

Para mover una partícula en sentido contrario al campo (gravitacional o eléctrico) se requiere del trabajo de un agente externo. Si la fuerza externa es igual y opuesta a la fuerza debida al campo, la energía cinética de la partícula no cambia. En este caso todo el trabajo externo se almacena como energía potencial del sistema.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

Previamente hemos mencionado que la fuerza gravitacional (mg) es una fuerza conservativa ya que el trabajo asociado con ella NO depende de la trayectoria seguida, sino sólo de las posiciones inicial y final.



Como la fuerza eléctrica (q_0E) tiene la misma forma de la fuerza gravitacional podemos afirmar, por analogía, que la fuerza eléctrica es también una fuerza conservativa, es decir, el trabajo debido al campo eléctrico no depende de la trayectoria seguida, sino sólo de las posiciones inicial y final de la carga.

Por tanto, los fenómenos electrostáticos pueden describirse convenientemente en términos de una energía potencial eléctrica y de un potencial eléctrico.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

La energía potencial gravitacional U_g cerca de la tierra viene dada por

$$U_g = mgh$$

Se puede obtener una función que no dependa de la masa m , definiendo el potencial gravitacional V_g , como la energía potencial por unidad de masa, es decir

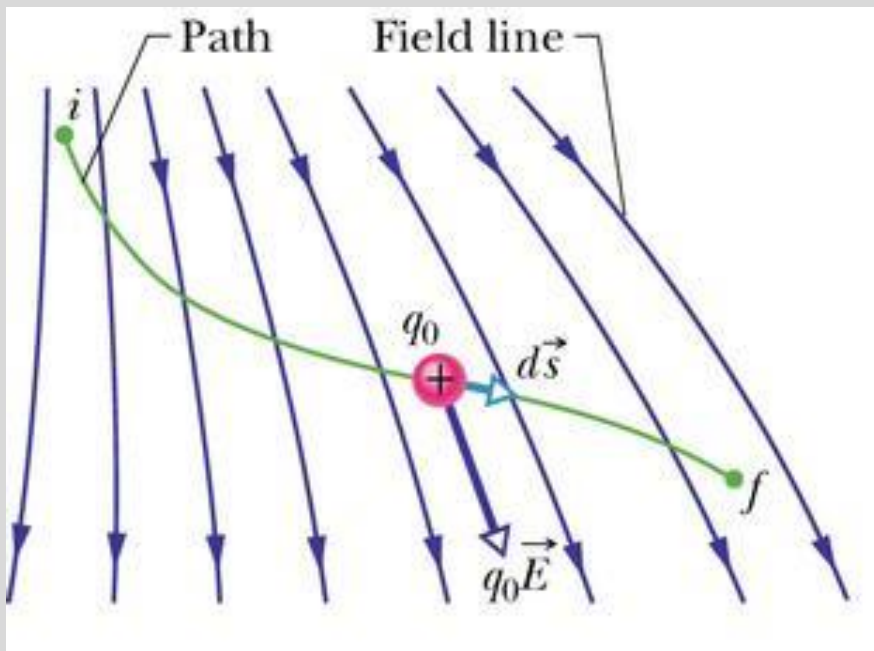
$$V_g = \frac{U}{m} = gh$$

La diferencia de potencial gravitacional entre dos puntos se define como el trabajo externo necesario para desplazar una unidad de masa m desde el nivel inicial y_i hasta una altura final y_f dada, sin cambiar su rapidez.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

De manera análoga, podemos definir el cambio de energía potencial eléctrica como el trabajo (externo) necesario para desplazar una carga q_0 a través de un campo eléctrico E , resultando



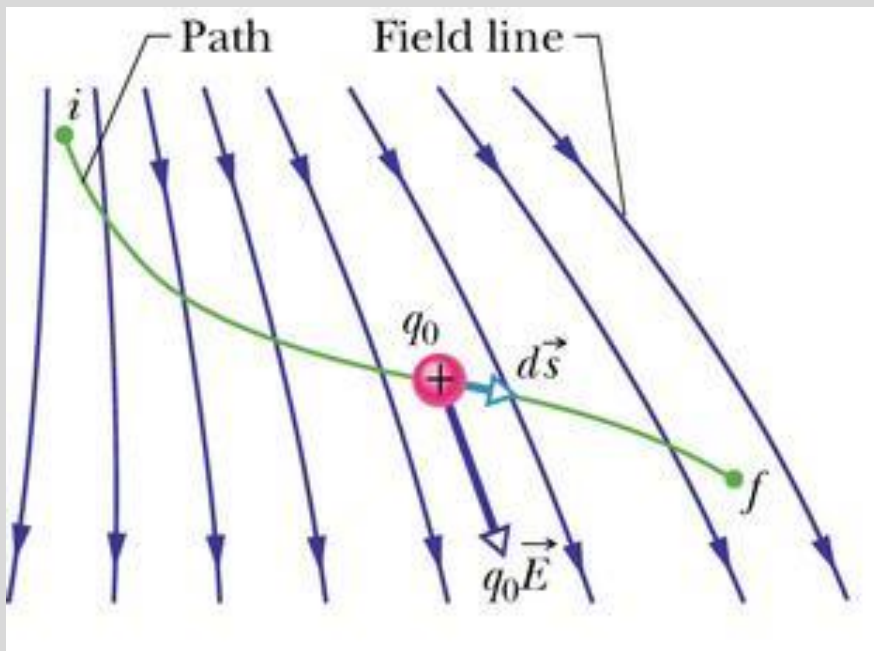
$$\Delta U = -q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Donde la integral se evalúa a lo largo de la trayectoria seguida por la carga q_0 para ir desde la posición inicial (i) hasta la posición final (f).



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

Como la fuerza eléctrica ($q_0\vec{E}$) es conservativa, el valor de esta integral NO depende de la trayectoria seguida, sino sólo de los puntos inicial y final.



$$\Delta U = -q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

El cambio de energía potencial eléctrica entre dos puntos se define como el trabajo externo necesario para desplazar una carga q_0 desde el punto inicial (i) hasta el punto final (f), sin cambiar su rapidez.



ejemplo 1. ¿cuál es la energía potencial si una carga de +2 nC se mueve desde el ∞ al punto A, a 8 cm de una carga de +6 μC ?

La E.P. será positiva en el punto A, porque el campo puede realizar trabajo + si q se libera.

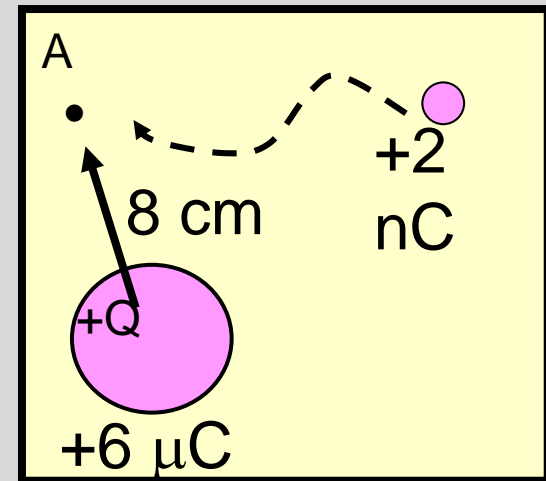
Energía potencial:

$$U = \frac{kQq}{r}$$

$$U = \frac{(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})(+6 \times 10^{-6} \text{C})(+2 \times 10^{-9} \text{C})}{(0.08 \text{ m})}$$

$$U = 1.35 \text{ mJ}$$

Energía potencial positiva



SIGNOS PARA ENERGÍA POTENCIAL

Considere los puntos A, B y C.

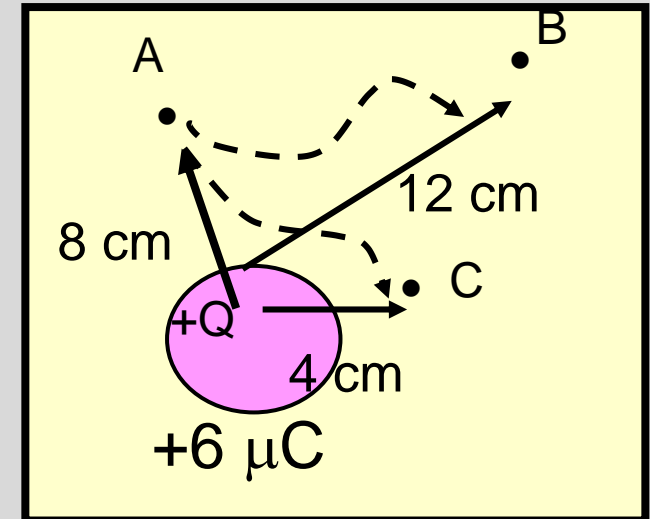
Para $+2 \text{ nC}$ en A: $U = +1.35 \text{ mJ}$


Preguntas:

Si $+2 \text{ nC}$ se mueve de A a B, ¿el campo E realiza trabajo + o -? ¿La E.P. aumenta o disminuye?

El campo E realiza trabajo positivo, la E.P. disminuye.

Si $+2 \text{ nC}$ se mueve de A a C (más cerca de $+Q$), el campo E realiza trabajo negativo y la E.P. aumenta.



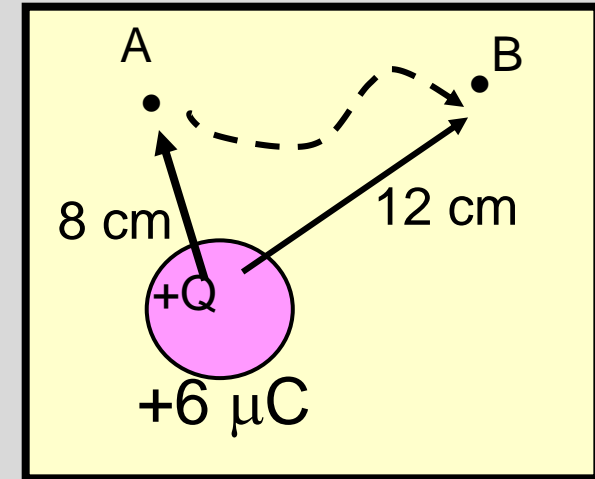
q positiva en movimiento  $+2 \text{ nC}$



EJEMPLO 2. ¿CUÁL ES EL CAMBIO EN ENERGÍA POTENCIAL SI UNA CARGA +2 NC SE MUEVE DE A A B?

Energía potencial:

$$U = \frac{kQq}{r}$$



Del Ej. 1: $U_A = + 1.35 \text{ mJ}$

$$U_B = \frac{(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})(+6 \times 10^{-6} \text{C})(+2 \times 10^{-9} \text{C})}{(0.12 \text{ m})} = 0.900 \text{ mJ}$$

$$\Delta U = U_B - U_A = 0.9 \text{ mJ} - 1.35 \text{ mJ}$$

$$\Delta U = -0.450 \text{ mJ}$$

Note que E.P. disminuye conforme E realiza trabajo.



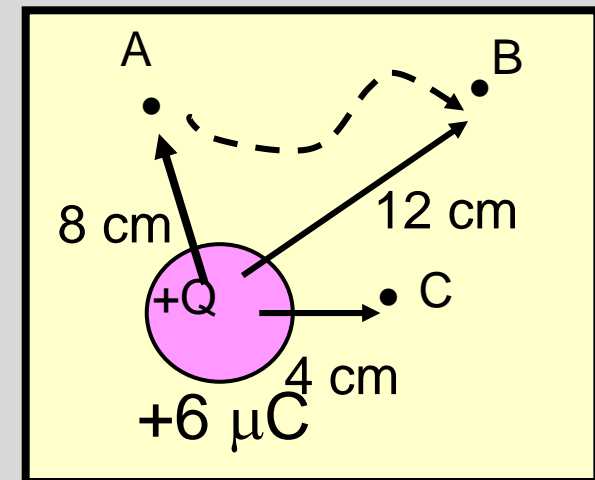
MOVIMIENTO DE UNA CARGA NEGATIVA

Considere los puntos A, B y C.

Suponga que se mueve una $-q$ negativa.

Preguntas:

Si $-q$ se mueve de A a B, ¿el campo E realiza trabajo + o -? ¿E.P. aumenta o disminuye?



q negativa
en
movimiento



El campo E realiza trabajo negativo, E.P. aumenta.

¿Qué ocurre si se mueve una carga de -2 nC de A a B, en lugar de una carga de $+2 \text{ nC}$?



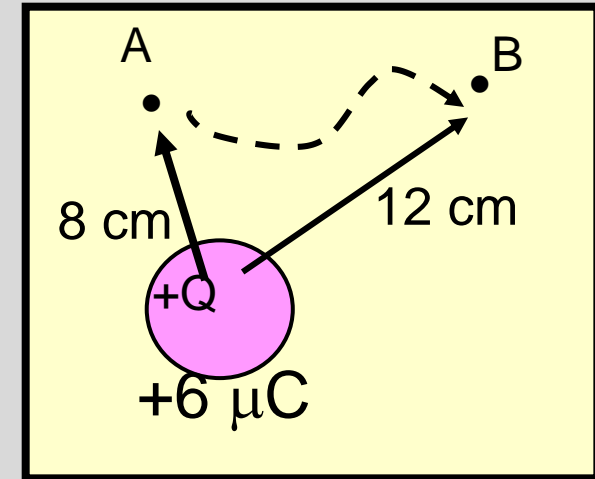
EJEMPLO 3. ¿CUÁL ES EL CAMBIO EN ENERGÍA POTENCIAL SI UNA CARGA DE -2 nC SE MUEVE DE A A B?

Energía potencial:

$$U = \frac{kQq}{r}$$

Del Ej. 1: $U_A = -1.35 \text{ mJ}$

(Negativo debido a carga $-$)



$$U_B = \frac{(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})(6 \times 10^{-6} \text{C})(-2 \times 10^{-9} \text{C})}{(0.12 \text{ m})} = -0.900 \text{ mJ}$$

$$U_B - U_A = -0.9 \text{ mJ} - (-1.35 \text{ mJ})$$

$$\Delta U = +0.450 \text{ mJ}$$

Una carga $-$ que se mueve alejándose de una carga $+$ gana E.P.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN UN CAMPO UNIFORME.

La expresión anterior, para el caso de un campo eléctrico uniforme se puede evaluar como

$$\Delta U = -q_0 \vec{E} \cdot \Delta \vec{s}$$

En este caso, $\Delta \vec{s}$ representa el vector que va del punto inicial al punto final, es decir

$$\Delta \vec{s} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

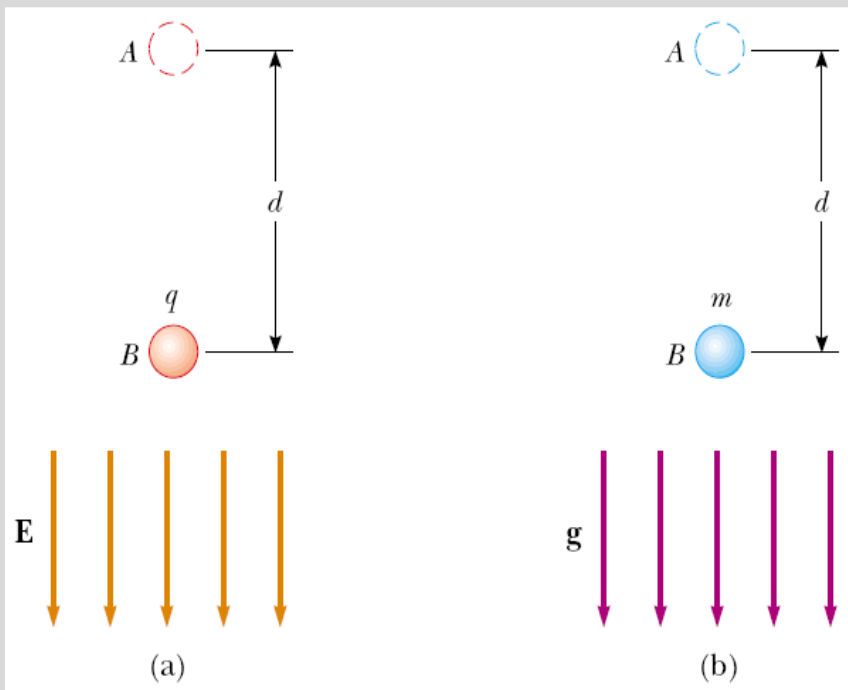
Si d representa la magnitud del desplazamiento y θ el ángulo entre el campo eléctrico y el desplazamiento, entonces podemos escribir al cambio de energía potencial eléctrica como

$$\Delta U = -q_0 E d \cos \theta$$



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN UN CAMPO UNIFORME.

Con lo anterior podemos concluir que las líneas de campo eléctrico siempre apuntan hacia regiones en las que la energía potencial eléctrica disminuye, de forma análoga al caso gravitacional.

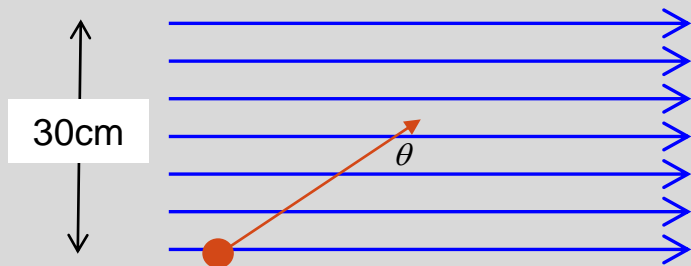


- a) Considerando un campo E dirigido hacia abajo, cuando una carga positiva q se mueve de A a B el sistema carga-campo pierde energía potencial eléctrica.
- b) Cuando un objeto de masa m se mueve hacia abajo en la dirección de un campo gravitacional g , el sistema cuerpo-campo pierde energía potencial gravitacional.



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN UN CAMPO UNIFORME.

Ejemplo 3 Calcule el cambio de energía potencial que experimenta un protón que es desplazado oblicuamente sobre una región de 30cm de ancho donde existe un campo eléctrico uniforme de $4.5 \times 10^6 \text{ N/C}$. Considere que el ángulo formado entre la línea de desplazamiento y el campo eléctrico es de 25° .



$$\Delta U = -q_0 E d \cos \theta$$



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE CARGAS PUNTUALES.

Para el cálculo de la energía potencial eléctrica de varias cargas puntuales, por ejemplo: cuatro, debemos encontrar cuánto trabajo necesitamos realizar para formar el arreglo que tienen dichas cargas.

- Cuando iniciamos, sólo tenemos una carga puntual por lo que no realizamos trabajo ya que no hay campo eléctrico que nos genere una fuerza eléctrica sobre la carga que estamos moviendo.
- Al mover la segunda carga ahora sí tenemos una energía potencial ya que el campo eléctrico donde se mueve la carga es diferente de cero, en este caso tenemos

$$\Delta U = -q_2 \int_i^f \left(k_e \frac{q_1}{r^2} \hat{r} \right) \cdot d\mathbf{r}$$



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE CARGAS PUNTUALES.

Esta integral se puede resolver tomando una trayectoria recta que inicie en infinito y termine en el punto donde se colocará la carga q_2 , con lo que

$$U_2 = k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}}$$

- Al mover la tercera carga puntual, tenemos que ahora aparecen dos trabajos ya que esta tercera carga se mueve en el campo de las dos primeras cargas, así que

$$U_3 = k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}} + k_e \frac{q_3 q_2}{r_{32}}$$



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE CARGAS PUNTUALES.

- Al mover la cuarta carga puntual tenemos la aparición de tres trabajos, cada uno correspondiente al campo eléctrico producido por las tres cargas anteriores, a saber

$$U_4 = k_e \frac{q_4 q_1}{r_{41}} + k_e \frac{q_4 q_2}{r_{42}} + k_e \frac{q_4 q_3}{r_{43}}$$

Lo anterior permite establecer que la energía potencial eléctrica de cuatro cargas puntuales corresponde al trabajo efectuado, a saber, la suma de las energías parciales anteriores, es decir

$$U_e = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$$U_e = 0 + k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}} + k_e \frac{q_3 q_2}{r_{32}} + k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}} + k_e \frac{q_4 q_1}{r_{41}} + k_e \frac{q_4 q_2}{r_{42}} + k_e \frac{q_4 q_3}{r_{43}}$$



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE CARGAS PUNTUALES.

Generalizando este resultado podemos establecer que la energía potencial eléctrica de N cargas puntuales, corresponde al trabajo total efectuado para formar el arreglo, a saber, la suma de las energías correspondientes a TODAS las parejas que podamos formar SIN repetirlas, es decir

$$U_e = 0 + k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}} + k_e \frac{q_3 q_2}{r_{32}} + k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}} + k_e \frac{q_4 q_1}{r_{41}} + k_e \frac{q_4 q_2}{r_{42}} + k_e \frac{q_4 q_3}{r_{43}} + \dots$$

ó

$$U_e = \sum_{\substack{i=1 \\ j>i}}^N k_e \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Energía potencia eléctrica de un arreglo de N cargas puntuales, donde la sumatoria se realiza sobre todas las parejas sin repetir.

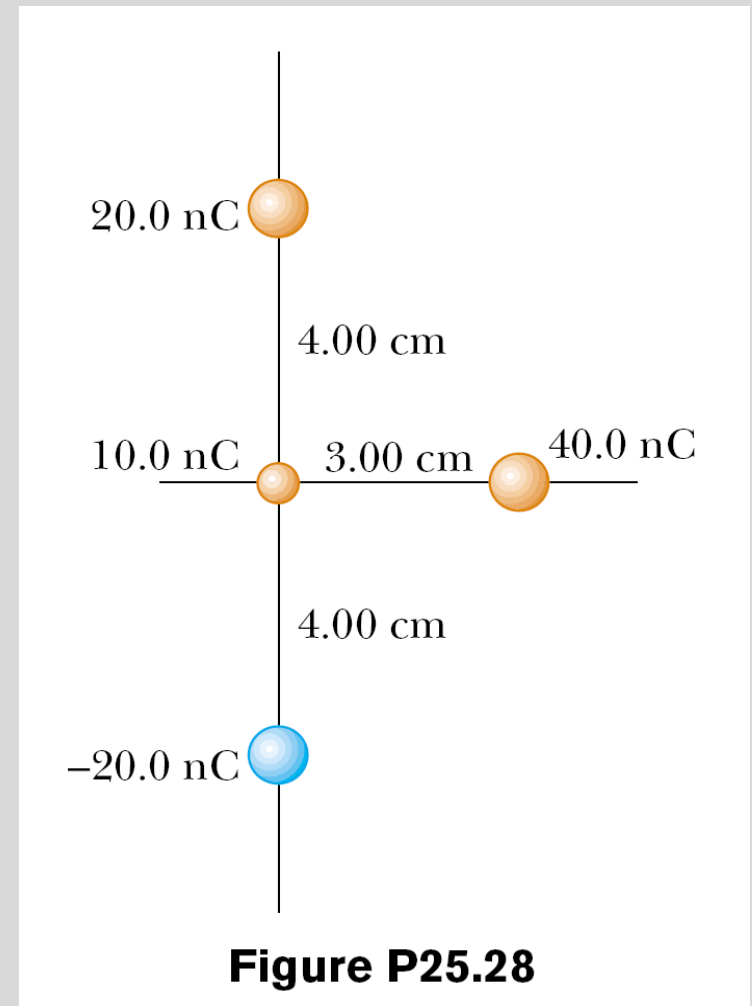


ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE CARGAS PUNTUALES.

Ejemplo 3

Calcule la energía potencial eléctrica del arreglo mostrado en la figura P25.28.

La energía requerida para formar el arreglo de cargas (y que corresponde a la energía potencial eléctrica) es de $7.50 \times 10^{-5} \text{ J}$.



POTENCIAL ELÉCTRICO.

Para una posición dada de la carga prueba q_0 en el campo, el sistema carga-campo tiene una energía potencial eléctrica U_e . Dividiendo esta energía potencial entre la carga prueba se obtiene una cantidad física que sólo depende de la distribución de cargas fuente, y no de la carga prueba que empleamos.

La energía potencial por unidad de carga U_e/q_0 , que es independiente del valor de q_0 y tiene un valor en cada punto de un campo eléctrico, recibe el nombre de potencial eléctrico (o simplemente potencial) V .

Por lo tanto, el potencial eléctrico V en cualquier punto de un campo eléctrico es

$$V \equiv \frac{U_e}{q_0}$$

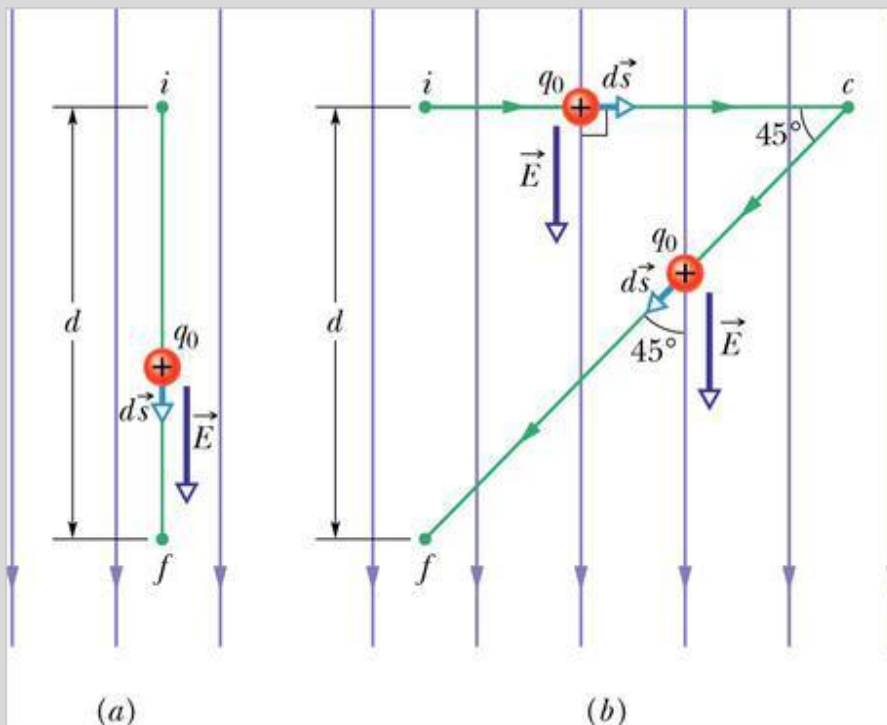
En el SI la unidad del potencial eléctrico es el Volt (V), de forma tal que $1\text{Volt} = 1\text{J/C}$.

El hecho de que la energía potencial sea un escalar origina que el potencial, también, sea una cantidad escalar.



POTENCIAL ELÉCTRICO.

De nuevo, al estar definido el potencial eléctrico en términos de la energía potencial eléctrica, podemos afirmar que la diferencia de potencial (o voltaje) NO depende de la trayectoria seguida, sino sólo de sus puntos inicial y final.



En (a) la partícula se mueve en dirección paralela al campo, de tal forma que el cambio de potencial es

$$\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q_0} = \frac{(-q_0 E d \cos\theta)}{q_0}$$

es decir

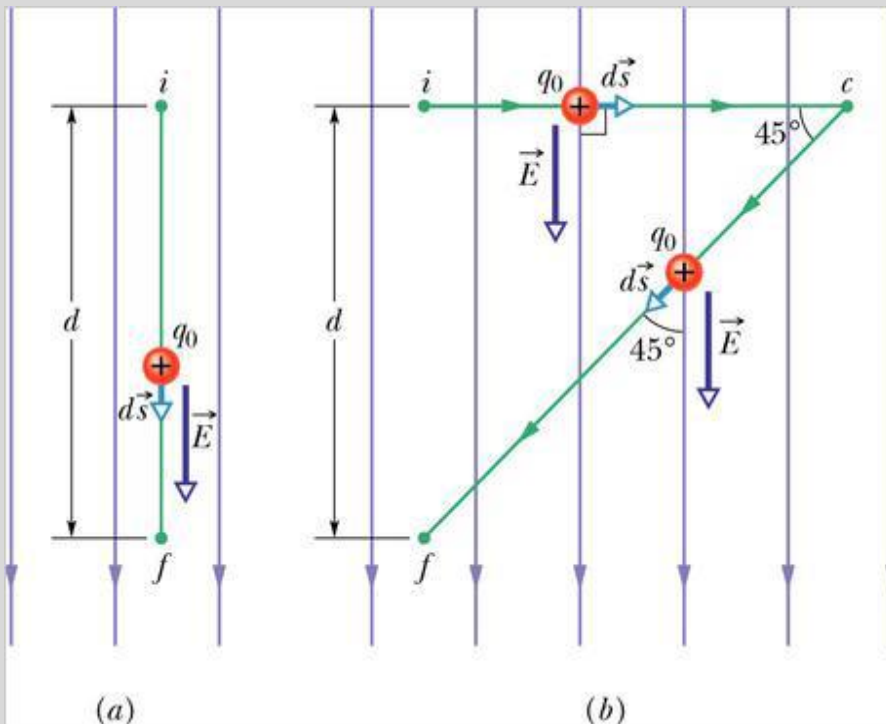
$$\Delta V = -Ed$$

donde hemos considerado que $q=0^\circ$.



POTENCIAL ELÉCTRICO.

En (b) la partícula se mueve primero en dirección perpendicular al campo, así que el cambio de potencial en esta parte de la trayectoria es cero (¿porqué?). A continuación lo hace diagonalmente formando un ángulo de 45° con el campo.



En esta segunda parte de la trayectoria, se recorre una distancia $d' = d / \text{Sen}45^\circ$, de tal forma que el cambio de potencial es

$$\Delta V = -E \left(\frac{d}{\text{Sen}45^\circ} \right) \text{Cos}45^\circ$$

es decir

$$\Delta V = -Ed$$

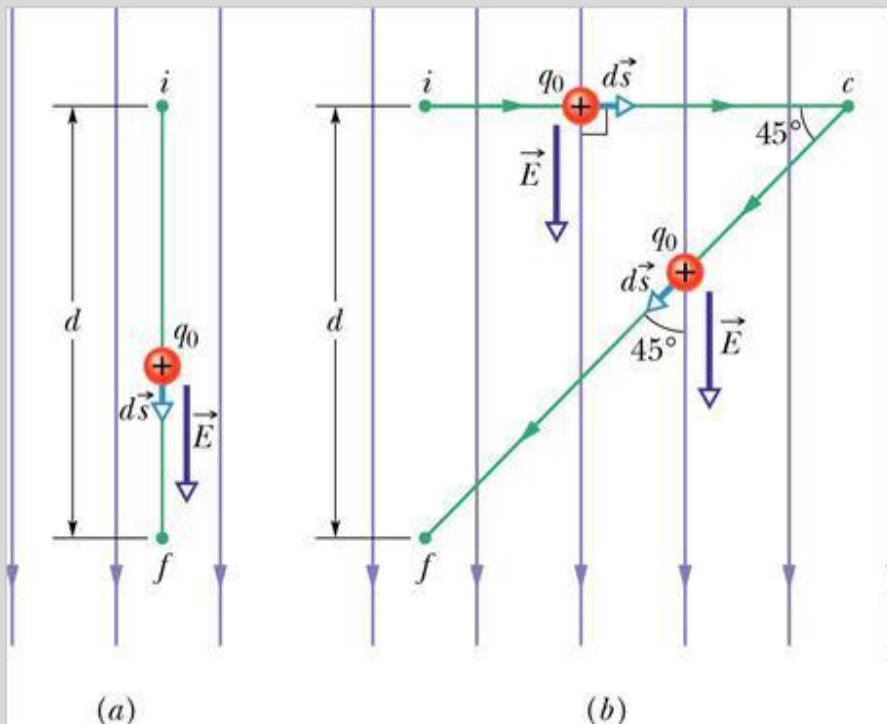
donde hemos considerado que $\text{Sen}45^\circ = \text{Cos}45^\circ$.



POTENCIAL ELÉCTRICO.

Con lo anterior, hemos demostrado que la diferencia de potencial (o voltaje) NO depende de la trayectoria seguida, sino sólo de sus puntos inicial y final, resultando en este caso

$$\Delta V = -Ed$$



Con todo esto podemos establecer que la diferencia de potencial o voltaje ΔV , al mover una carga de prueba una distancia d sobre una trayectoria que forma un ángulo θ con un campo uniforme E , está dado por

$$\Delta V = -E \cdot d = -Ed \cos \theta$$



POTENCIAL ELÉCTRICO. ALGUNAS ANOTACIONES.

Una vez establecidas las ideas de energía potencial eléctrica y potencial eléctrico, es importante hacer las siguientes anotaciones:

- La **energía potencial eléctrica** es característica del sistema carga-campo **debida a una interacción** entre el campo y una partícula cargada colocada en el campo.
- El **potencial eléctrico** es característico del campo solamente, ya que es **independiente de una carga prueba** que pueda ser colocada en el campo.

A partir de la definición de potencial, así como del resultado

$$\Delta V = -Ed$$

podemos establecer que las unidades del campo eléctrico, además de N/C, pueden ser V/m.

Esto nos permite interpretar el campo eléctrico como la razón de cambio del potencial con respecto a la posición.



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

El potencial eléctrico se puede calcular de una manera muy simple: basta recurrir a la definición general de energía potencial eléctrica

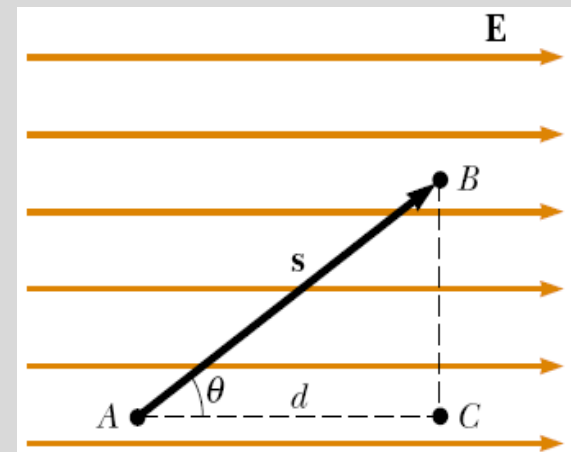
$$\Delta U = -q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

para escribir

$$\Delta V = V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Anteriormente ya hemos realizado este cálculo para el caso en que el campo eléctrico es uniforme, encontrando que

$$\Delta V = V_B - V_A = -\vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

Para el caso de una carga puntual, procedamos a calcular la integral

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Considerando el esquema anexo, el campo \vec{E} en cualquier punto a una distancia r está dado por

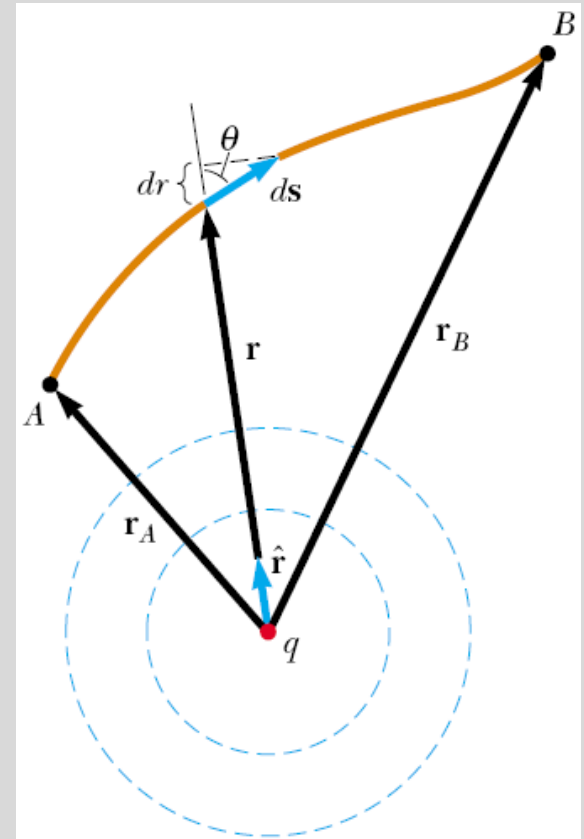
$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Con ello, el argumento de la integral se puede escribir como

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

pero como la magnitud del vector unitario es 1, el producto punto se escribe como

$$\hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos\theta$$



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

Del esquema puede verse que $dscos\theta$ es la proyección de ds sobre r , así que $dscos\theta = dr$, es decir, cualquier desplazamiento ds a lo largo de la trayectoria produce un cambio dr en la magnitud de r .

Con esto en mente, podemos escribir

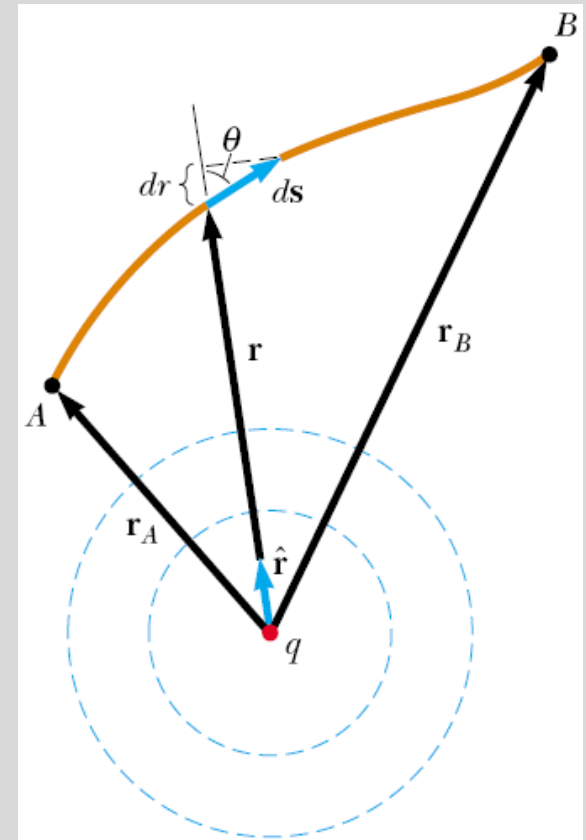
$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} dr$$

Por lo que la diferencia de potencial, a partir de la integral

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B k_e \frac{q}{r^2} dr$$

resulta ser

$$\Delta V = V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

En este punto es conveniente establecer la definición siguiente:

Se define el potencial eléctrico $V(r)$ en un punto P , como la diferencia de potencial eléctrico ΔV existente entre infinito (donde se toma $V=0$) y el punto P , es decir

$$V(r) = \Delta V = V_P - V_\infty$$

de donde

$$V(r) = k_e \frac{q}{r}$$

que representa el potencial eléctrico V a una distancia r a partir de la carga q .



UNIDAD SI DE POTENCIAL (VOLT)

De la definición de potencial eléctrico como E.P. por unidad de carga, se ve que las unidades deben ser J/C. Esta unidad se redefine como volt (V).

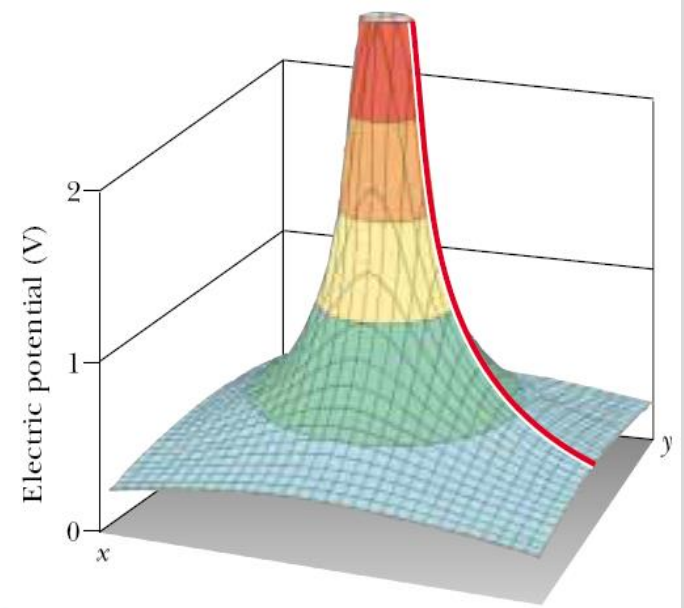
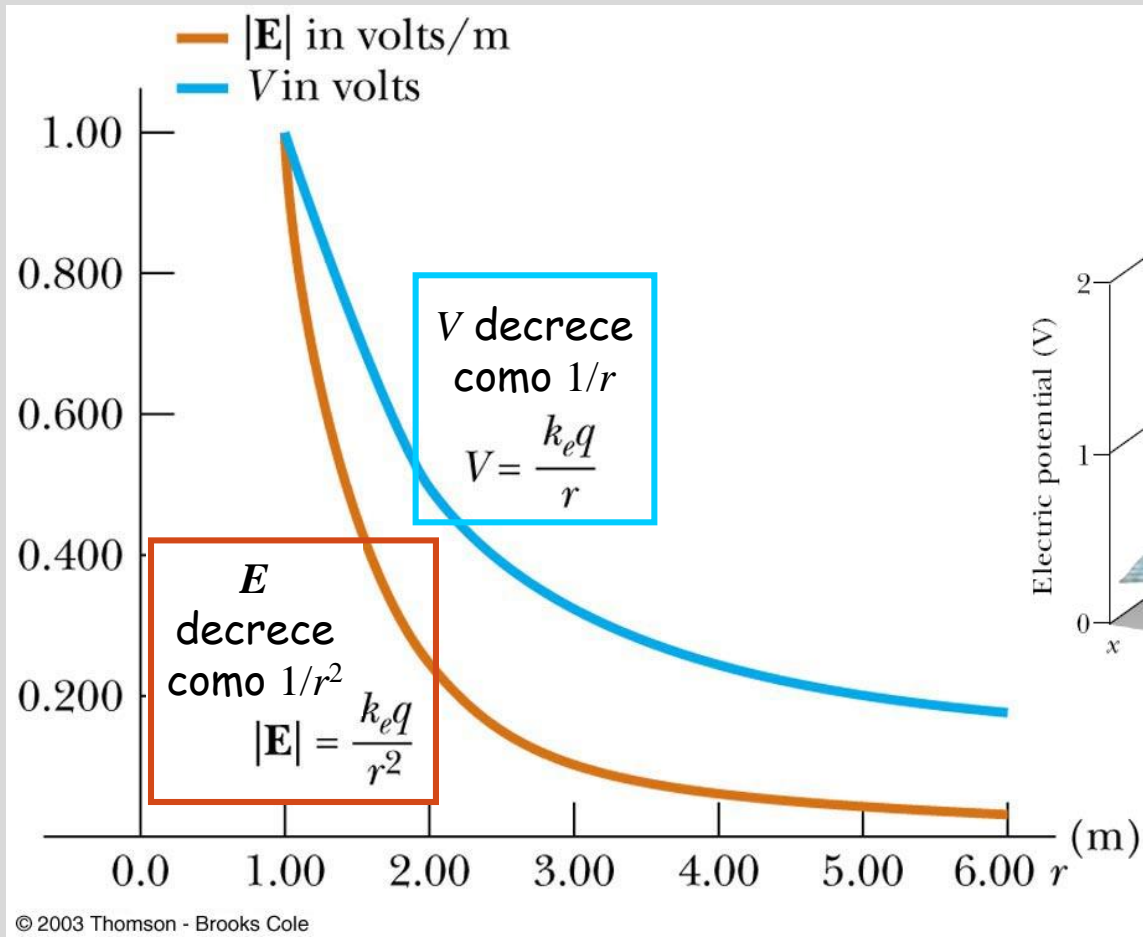
$$V = \frac{U}{q}; \quad \left(1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}} \right)$$

Un potencial de un volt en un punto dado significa que una carga de un coulomb colocada en dicho punto experimentará una energía potencial de un joule.



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

Para una carga puntual, en la gráfica anexa se muestra el comportamiento, tanto del campo eléctrico como del potencial.

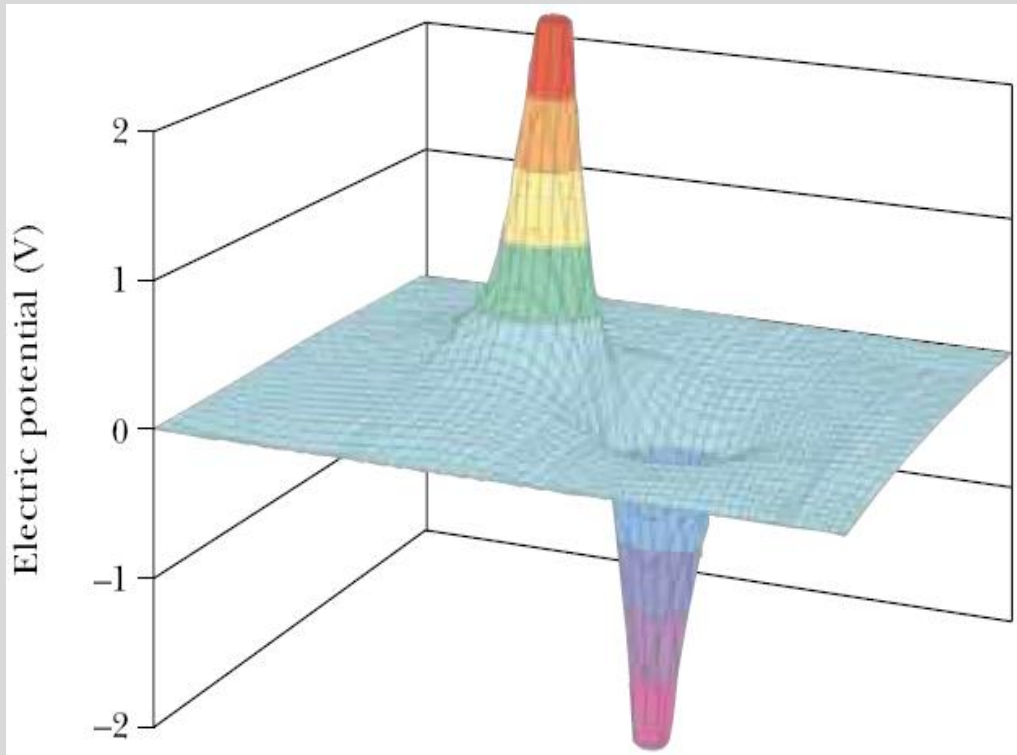


Gráfica del potencial eléctrico V de una carga positiva



CÁLCULO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO.

Para situaciones en que tenemos dos o más cargas puntuales, el potencial eléctrico se calcula empleando el principio de superposición, que establece que el potencial en un punto es la suma de los potenciales de cada una de las cargas, es decir



$$V(r) = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

donde r_i es la distancia de la carga q_i al punto P donde estamos calculando el potencial V .

Gráfica del potencial eléctrico en el plano que contiene un dipolo construida usando el principio de superposición



Ejemplo 4: dos cargas $q_1 = +3 \text{ nc}$ y $q_2 = -5 \text{ nc}$ están separadas 8 cm. calcule el potencial eléctrico en el punto a.

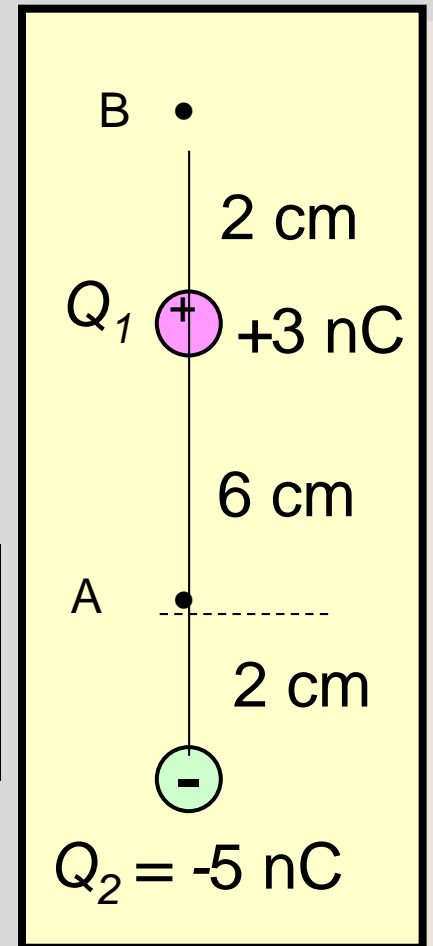
$$V_A = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$\frac{kQ_1}{r_1} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(+3 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.06 \text{ m})} = +450 \text{ V}$$

$$\frac{kQ_2}{r_2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(-5 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.02 \text{ m})} = -2250 \text{ V}$$

$$V_A = 450 \text{ V} - 2250 \text{ V};$$

$$V_A = -1800 \text{ V}$$



Ejemplo 4 continuación

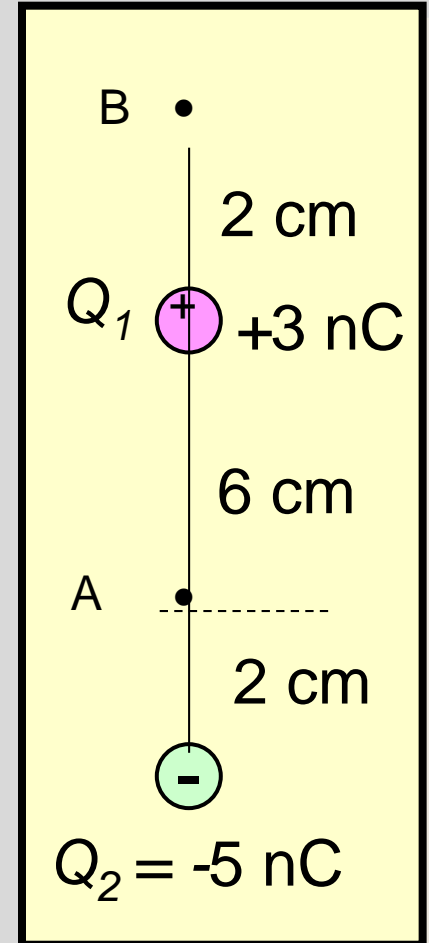
$$V_B = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$\frac{kQ_1}{r_1} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(+3 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.02 \text{ m})} = +1350 \text{ V}$$

$$\frac{kQ_2}{r_2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(-5 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.10 \text{ m})} = -450 \text{ V}$$

$$V_B = 1350 \text{ V} - 450 \text{ V};$$

$$V_B = +900 \text{ V}$$



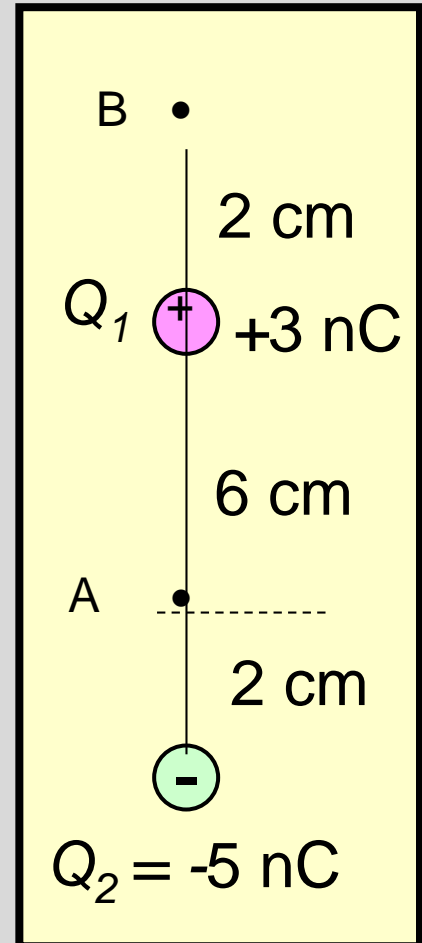
Ejemplo 4 continuación

Considere el punto A:

$$V_A = -1800 \text{ V}$$

Para cada coulomb de carga positiva colocado en el punto A, la energía potencial será -1800 J . (E.P. negativa.)

El campo se sostiene a esta carga positiva. Una fuerza externa debe realizar $+1800 \text{ J}$ de trabajo para mover cada coulomb de carga $+$ a infinito.



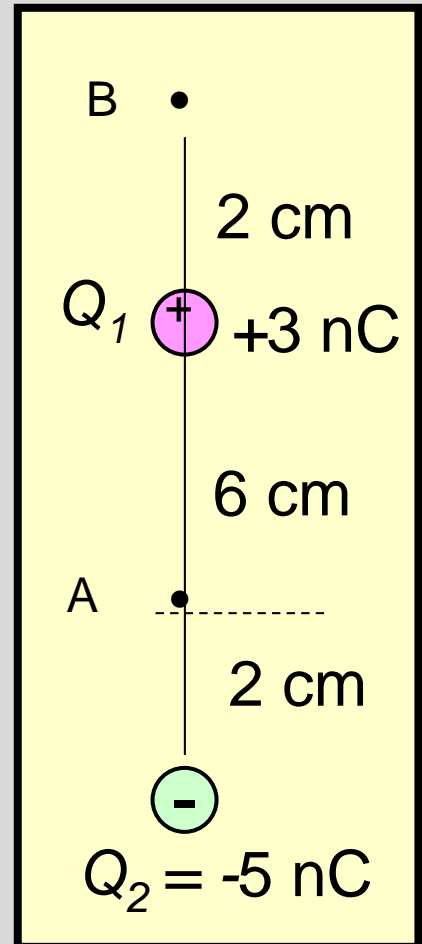
Ejemplo 4 continuación

Considere el punto B:

$$V_B = +900 \text{ V}$$

Para cada coulomb de carga positiva colocada en el punto B, la energía potencial será +900 J. (E.P. positiva.)

Para cada coulomb de carga positiva, el campo E realizará 900 J de trabajo positivo para moverlo al infinito.



PLACAS PARALELAS

Considere dos placas paralelas de carga igual y opuesta, separadas una distancia d .

$$\text{Campo } E \text{ constante: } F = qE$$

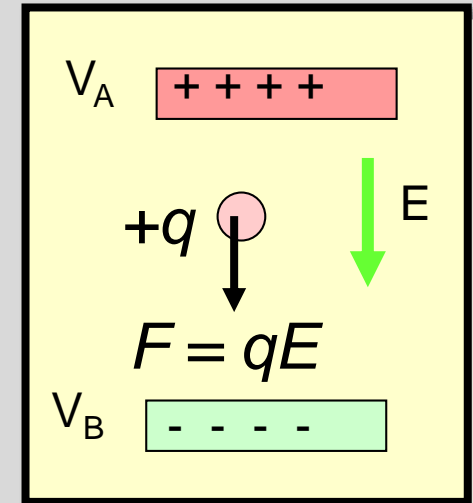
$$\text{Trabajo} = Fd = (qE)d$$

$$\text{Además, Trabajo} = q(V_A - V_B)$$

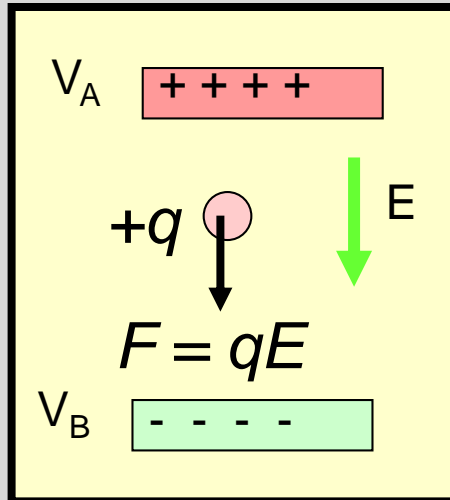
De modo que: $qV_{AB} = qEd$ y

$$V_{AB} = Ed$$

La diferencia de potencial entre dos placas paralelas cargadas opuestamente es el producto de E y d .



EJEMPLO 7: LA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PLACAS PARALELAS ES 80 V. SI SU SEPARACIÓN ES DE 3 MM, ¿CUÁL ES EL CAMPO E?



$$V = Ed; \quad E = \frac{V}{d}$$

$$E = \frac{80 \text{ V}}{0.003 \text{ m}} = 26,700 \text{ V/m}$$

El campo E expresado en volts por metro (V/m) se conoce como gradiente de potencial y es equivalente al N/C. El volt por metro es la mejor unidad para corriente de electricidad, el N/C es mejor para electrostática.

RESUMEN DE FÓRMULAS

Energía potencial eléctrica y potencial

$$U = \frac{kQq}{r}; \quad V = \frac{U}{q}$$

Potencial eléctrico cerca de múltiples cargas:

$$V = \sum \frac{kQ}{r}$$

Trabajo_{AB} = $q(V_A - V_B)$ Trabajo POR el campo E

Placas paralelas cargadas opuestamente:

$$V = Ed; \quad E = \frac{V}{d}$$



Cálculo del potencial eléctrico.

Cálculos típicos de potenciales eléctricos		
Distribución de carga	Potencial eléctrico	Ubicación
Esfera aislante de radio R, densidad de carga uniforme y carga total Q.	$k_e \frac{Q}{r}$	$r > R$
	$k_e \frac{Q}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$	$r < R$
Esfera conductora de radio R y carga total Q	$k_e \frac{Q}{r}$	$r > R$
	$k_e \frac{Q}{R}$	$r < R$
Anillo uniformemente cargado de radio a	$k_e \frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$	A lo largo del eje perpendicular al plano del anillo a una distancia x
Disco uniformemente cargado, de radio a y densidad superficial de carga σ .	$2\pi k_e \sigma \left[\sqrt{x^2 + a^2} - x \right]$	A lo largo del eje perpendicular al plano del disco a una distancia x



Cálculo del potencial eléctrico. Ejercicios.

20. Dos cargas puntuales $Q_1=+5.00\text{nC}$ y $Q_2=-3.00\text{nC}$, están separadas 35.0cm . (a) ¿Cuál es la energía potencial del par? ¿Qué significado tiene el signo algebraico de la respuesta? (b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas?

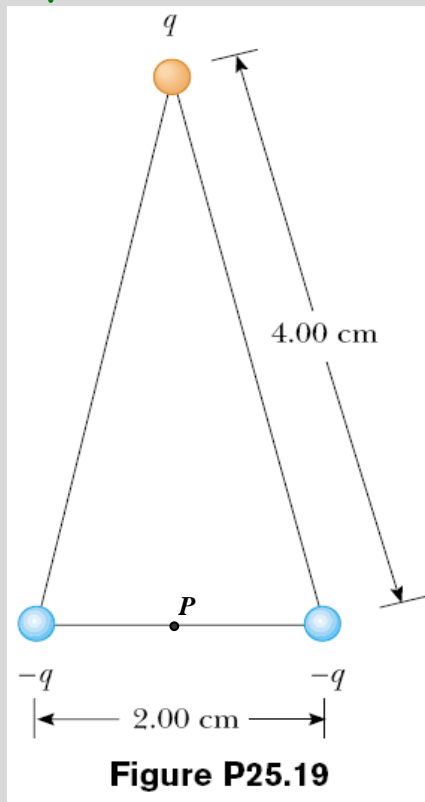
$$(a) \quad U = \frac{qQ}{4\pi \epsilon_0 r} = \boxed{-3.86 \times 10^{-7} \text{ J}}$$

$$(b) \quad V = \frac{Q_1}{4\pi \epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi \epsilon_0 r_2} = \boxed{103 \text{ V}}$$



Cálculo del potencial eléctrico. Ejercicios.

Tomando como referencia la figura P25.19, calcule (a) la energía empleada para formar el arreglo de cargas; (b) el potencial eléctrico V_P en el punto medio de la base del triángulo. Considere que $q=7.50\mu\text{C}$.



- (a) No se requiere energía para formar el arreglo de cargas, ya que la energía potencial eléctrica es 0 J .

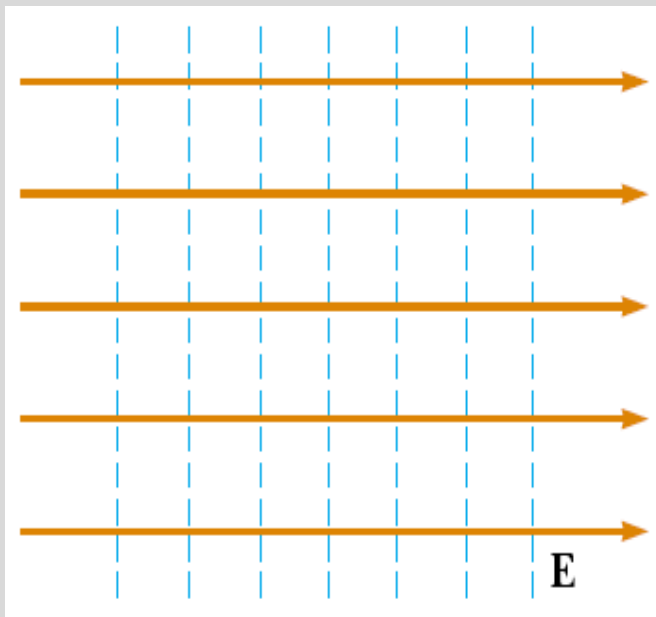
- (b) El potencial eléctrico V_P es -11.8629 MV .



SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES.

El nombre de superficie equipotencial es dado a cualquier superficie formada por una distribución continua de puntos que tienen el mismo potencial eléctrico.

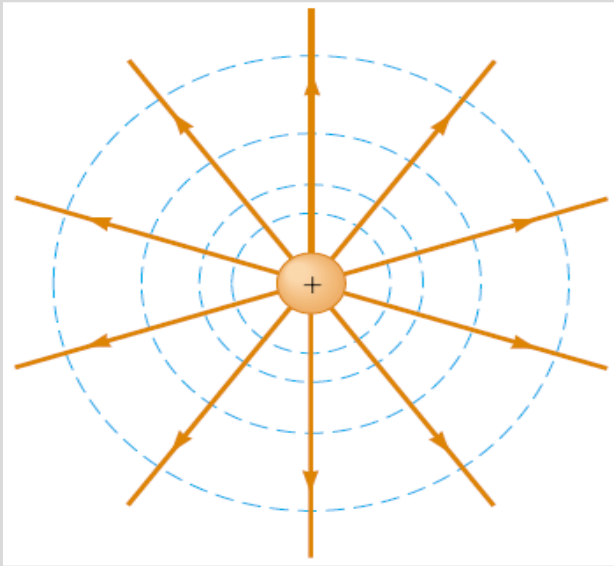
Una característica fundamental de las superficies equipotenciales es que en cualquier punto son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico.



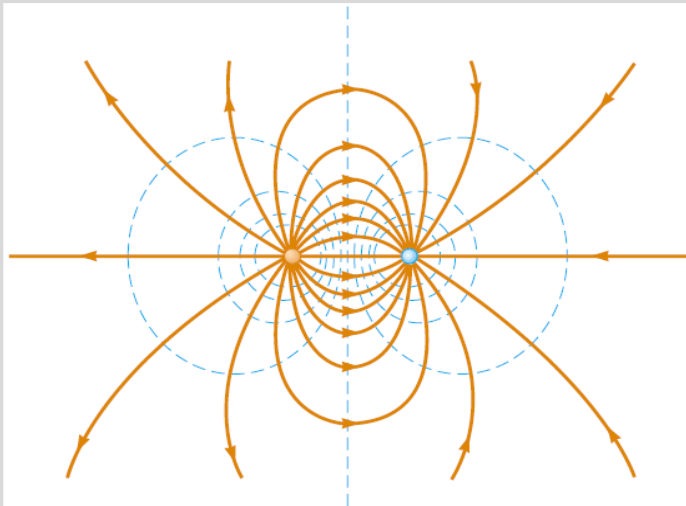
Para el caso de un campo uniforme, como el mostrado en el diagrama anexo, mientras que las líneas de campo (en color naranja) son horizontales, las superficies equipotenciales (líneas punteadas azules) son verticales; de forma tal que, en cualquier punto de cruce entre ellas, el ángulo que se forma es un ángulo recto.



SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES.



Para una carga puntual el esquema anexo muestra el patrón formado por las líneas de campo y las superficies equipotenciales. Estas últimas corresponden a círculos concéntricos a la carga.



Para el caso de un dipolo eléctrico, mostrado en el diagrama anexo, vemos que el patrón de superficies equipotenciales muy cerca de las cargas son circulares, pero conforme se alejan empiezan deformarse para tomar en cuenta la presencia de la otra carga.



EL ELECTRÓN-VOLT.

Una unidad de energía comúnmente empleada en laboratorios es el electrón-volt (representado por eV), que se define como la energía que un electrón (o protón) gana (o pierde) al ser acelerado a través de una diferencia de potencial de 1 volt.

- Los electrones, en átomos normales, tienen energías del orden de decenas de electrón-volts (eV's).
- Electrones excitados tienen energías del orden de los miles de electrón-volts (keV's: kilo electron-volts).
- Los rayos gamma de alta energía poseen energías que se ubican en el orden de los millones de electrón-volts (MeV's: mega electrón-volts).

Con base en la definición se puede establecer la equivalencia siguiente:

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C} \quad \gg \quad 1 \text{ eV} = 1.6021892 \times 10^{-19} \text{ J}$$



RESUMEN

En el siguiente cuadro se resumen diferentes cantidades físicas que hemos estudiado hasta el momento, así como su relación.

Concepto o cantidad física	Carácter vectorial	Carácter escalar
Interacción entre cargas	Fuerza eléctrica $\vec{F}_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$	Energía potencial eléctrica $U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$
Propiedades del espacio asociadas a la presencia de cargas	Campo eléctrico $\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$	Potencial eléctrico $V = k_e \frac{q}{r}$

