



ANIVERSARIO **75**

NOTAS PARA EL CURSO “FÍSICA I” DIVISIÓN DE CIENCIAS BIOLÓGICAS Y DE LA SALUD

**Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano
(Responsable)**

**Dr. Mario Enrique Alvarez Ramos
Dr. Santos Jesús Castillo
M.C. Beatriz G. Zaragoza Palacios**

© 2017 Departamento de Física
Universidad de Sonora

TEMARIO

Introducción

1. Cinemática de una partícula
2. Vectores.
3. Movimiento en dos dimensiones.
4. Dinámica de una partícula.
5. Leyes de conservación.
6. Estática de fluidos.
7. Dinámica de Fluidos.



Introducción



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI)

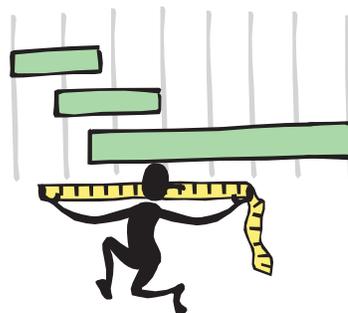
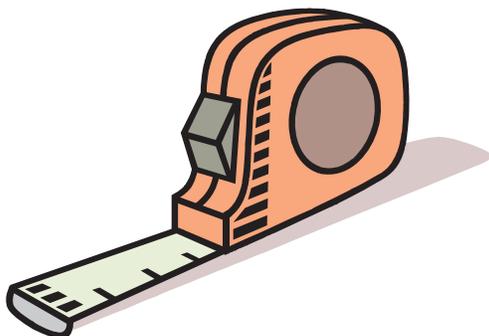
¿Qué es el SI?

Es el nombre adoptado por la XI Conferencia General de Pesas y Medidas para un sistema universal, unificado y coherente de unidades de medida, basado en el sistema mks (metro-kilogramo-segundo).

Sus orígenes se ubican en el **sistema métrico** que fue una de las muchas reformas aparecidas durante el periodo de la Revolución Francesa, ya que en 1790, la Asamblea Nacional Francesa encargó a la Academia Francesa de Ciencias para el desarrollo de un sistema único de unidades.

SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI)

La estabilización internacional del Sistema Métrico Decimal comenzó en 1875 mediante el tratado denominado la Convención del Metro.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI)

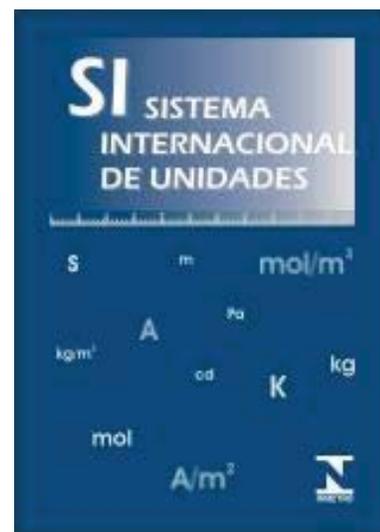
Antecedentes:

- En 1875 se crea la Conferencia General de Pesas y Medidas, el Comité y la Oficina de Pesas y Medidas
- En un principio existieron varios sistemas: CGS, MKS, MKSA, MTS.
- En 1948 se selecciona el MKS para estudio y en 1954 se establece como sistema de medición.
- En 1960 se denomina Sistema Internacional de Unidades, a este sistema.
- La Conferencia General de Pesas y Medidas, es la máxima autoridad de la metrología científica y es la que apruebe las nuevas definiciones del SI y recomienda a los países que lo integren a sus legislaciones.

SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI)

Consagración:

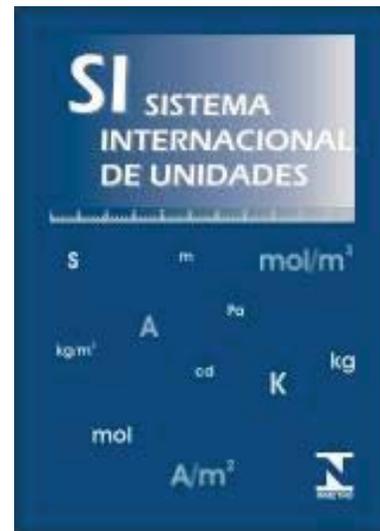
- En 1960 la 11ª Conferencia General de Pesas y Medidas estableció definitivamente el S.I., basado en 6 unidades fundamentales:
 - metro (m),
 - kilogramo (kg),
 - segundo (s),
 - ampere (A),
 - Kelvin (K) y
 - candela (cd).
- En 1971 se agregó la séptima unidad fundamental: el mol.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI)

Coherencia:

- Define las unidades en términos referidos a algún fenómeno natural constante e invariable de reproducción viable.
- Logra una considerable simplicidad en el sistema al limitar la cantidad de unidades base.



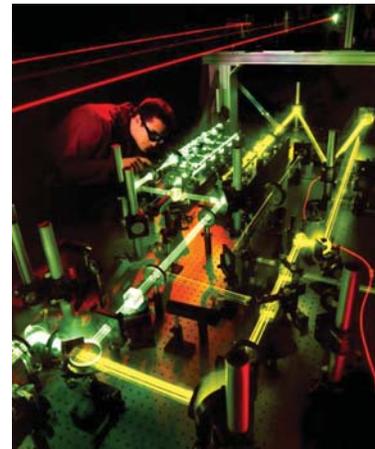
SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

MAGNITUD	NOMBRE	SÍMBOLO
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
intensidad de corriente eléctrica	ampère	A
temperatura termodinámica	kelvin	K
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad luminosa	candela	cd

SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

METRO

- En **1889** se definió el *metro patrón* como la distancia entre dos finas rayas de una barra de aleación platino-iridio.
- El interés por establecer una definición más precisa e invariable llevó en **1960** a definir el metro como “1'650,763.73 veces la longitud de onda de la radiación rojo-naranja del átomo de kriptón 86 (86Kr)”.
- Desde **1983** se define como “ la distancia recorrida por la luz en el vacío en $1/299\,792\,458$ segundos”.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

KILOGRAMO

- En la **primera definición** de kilogramo fue considerado como “la masa de un litro de agua destilada a la temperatura de 4°C”.
- En **1889** se definió el *kilogramo patrón* como “la masa que tiene el prototipo internacional, compuesto de una aleación de platino e iridio, que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas (BIPM) en Sèvres, cerca de París”.
- En la **actualidad** se intenta definir de forma más rigurosa, expresándola en función de las masas de los átomos.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

SEGUNDO

- Su **primera definición** fue “el segundo es la 1/86400 parte del día solar medio”.
- Con el aumento en la precisión de medidas de tiempo se ha detectado que la Tierra gira cada vez más despacio, y en consecuencia se ha optado por definir el segundo en función de constantes atómicas.



Desde **1967** se define como "la duración de **9,192'631,770** períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (^{133}Cs), a nivel del mar".

SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

AMPÈRE

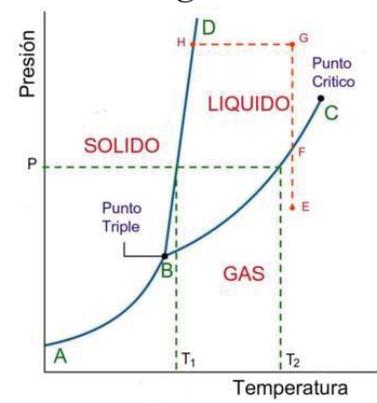
- Para la **enseñanza primaria** podría decirse, si acaso, que un amperio es el doble o el triple de la intensidad de corriente eléctrica que circula por una bombilla común.
- Fue nombrado en honor de André-Marie Ampère como un reconocimiento a sus trabajos en el campo de la electricidad y el magnetismo.
- Actualmente se define como “la intensidad de una corriente constante que, manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a 2×10^{-7} newton por metro de longitud.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

KELVIN

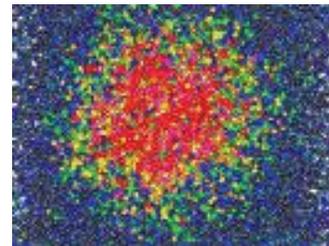
- Hasta su definición en el Sistema Internacional, el kelvin y el grado celsius tenían el mismo significado: *tomando el valor 0 para la temperatura de congelación del agua y el valor 100 para la temperatura de ebullición —ambas medidas a una atmósfera de presión— se divide la escala resultante en 100 partes iguales, cada una de ellas se define como 1 grado.*
- **Actualmente se define como “la fracción $1/273,16$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua”.**
- **Se representa con la letra "K", y nunca "°K". Además, su nombre no es el de "grado kelvin", sino simplemente "kelvin"**



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

MOL

- Antes de su definición en 1971, no existía la unidad de cantidad de sustancia, sino que 1 mol era una unidad de masa "gramomol, gmol, kmol, kgmol."
- **En la actualidad se define como “la cantidad de sustancia de un sistema que contiene un número de entidades elementales igual al número de átomos que hay en 0,012 kg de carbono-12 (^{12}C)”.**
- **NOTA:** Cuando se emplee el mol, deben especificarse las unidades elementales, que pueden ser átomos, moléculas, iones, etc.



SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS (SI). UNIDADES

CANDELA

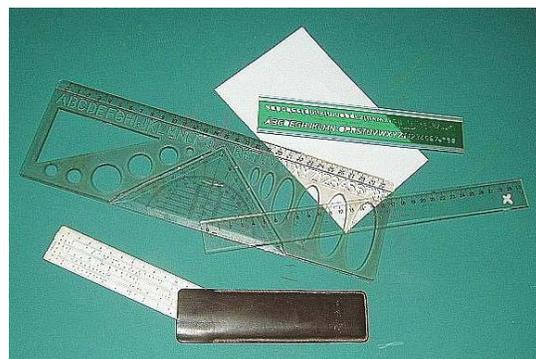
- La candela **comenzó definiéndose** como la intensidad luminosa en una cierta dirección de una fuente de platino fundente de $1/60\text{cm}^2$ de apertura, radiando como cuerpo negro, en dirección normal a ésta
- **En la actualidad es “la intensidad luminosa en una cierta dirección de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz y que tiene una intensidad de radiación en esa dirección de $1/683$ W/sr”.**
- Esta cantidad es equivalente a la que en 1948, en la conferencia general de pesos y medidas, se definió como “una sexagésima parte de la luz emitida por un centímetro cuadrado de platino puro en estado sólido a la temperatura de su punto de fusión (2046 K)”



MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

¿QUÉ ES MEDIR?

Es **comparar** la cantidad desconocida que queremos determinar y una cantidad conocida de la misma magnitud, que elegimos como unidad.



- Para lograr una medición es importante, como punto de referencia, tener dos cosas: un objeto o magnitud física (lo que se quiere medir) y una unidad de medida ya establecida.

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

¿ERRORES?

El propósito de todo experimento consiste en obtener una serie de datos de las variables involucradas, para lo cual tendremos que medir, o bien, calcular una magnitud en función de una o más mediciones directas.



En el primer caso, medir implica comparar y leer una escala, por lo que podemos decir que *una medida es el resultado de una operación humana de observación*.

En el segundo caso, se hace necesario disponer de una herramienta de cálculo que nos permita conocer el valor de la medición (indirecta) que estamos buscando, a partir de mediciones con cierto error.

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

¿ERRORES?

Debido a las dos concepciones arriba mencionadas, una medición NO es una verdad absoluta, sino que contiene cierto grado de incertidumbre, debido principalmente a los siguientes factores:



- Precisión del instrumento.
- Toma de lecturas.
- Condiciones ambientales.

Estos factores hacen que involucremos cierto tipo de errores, los cuales no podemos eliminar pero sí minimizar.

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

¿ERRORES?

Para determinar el error de una magnitud, en función de los errores de las magnitudes obtenidas a partir de una medición directa, debemos efectuar lo que se conoce como propagación del error.

El error es, por lo tanto, una medida de la confiabilidad de nuestra medición.

Mediante el error podemos evaluar la calidad de nuestra medición, la cual vendrá dada por el **error relativo**, que es la relación entre la magnitud medida y su error.



MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

Una forma de calcular el error en una medida directa, es repetir numerosas veces la medida.

Si obtenemos siempre el mismo valor, es porque la apreciación del instrumento no es suficiente para manifestar los errores; por el contrario, si al repetir la medición obtenemos diferentes valores, como en la tabla siguiente:

Medición	1	2	3	4
Valor	12.50	12.23	12.42	12.36

tenemos que la precisión del instrumento permite una apreciación mayor que los errores que estamos cometiendo.

En este caso, **asignamos como valor de la medición, el promedio** (o media aritmética) de estas medidas; y como **error, la desviación media** de estos valores.

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES

El promedio (o media aritmética) se define como la suma de las mediciones entre el número de ellas, es decir

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Con ello, el error (o desviación media) se calcula como la suma de las desviaciones de la medida entre el número de ellas, a saber

$$error = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|$$

Finalmente, el error relativo porcentual está dado por el error dividido por el promedio y multiplicado por 100%:

$$\%error = \frac{error}{\bar{x}} \times 100\%$$

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES. EJEMPLOS

Los intervalos de tiempo medidos con un cronómetro generalmente tienen una incertidumbre de aproximadamente 0.2s, a causa del tiempo de reacción del humano en los momentos de arrancar y detener. ¿Cuál es el error relativo porcentual de una medición tomada a mano de a) 5s, b) 50s, c) 5min?

- a) 4%
- b) 0.4%
- c) 0.07%

$$\%error = \frac{error}{\bar{x}} \times 100\%$$

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES. EJEMPLOS

- Encontrar el valor promedio de las siguiente serie de mediciones:

1.05m, 0.97m, 1.01m, 1.03m, 0.99m

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{5} (1.05m + 0.97m + 1.01m + 1.03m + 0.99m)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{5} (5.05m) = 1.01m$$

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES. EJEMPLOS

- Encontrar la desviación media del ejemplo anterior.

$$error = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|$$

$$error = \frac{1}{5} (|1.05 - 1.01| + |0.97 - 1.01| + |1.01 - 1.01| + |1.03 - 1.01| + |0.99 - 1.01|)$$

$$error = \frac{1}{5} (|0.04| + |-0.08| + |0| + |0.02| + |-0.02|)$$

$$error = \frac{1}{5} (0.04 + 0.08 + 0.02 + 0.02) = \frac{0.16}{5} = 0.03$$

MEDICIONES Y ELEMENTOS DE TEORÍA DE ERRORES. EJEMPLOS

- ¿Cuál es la incertidumbre porcentual en la medición 1.01 ± 0.03 ?

$$\%error = \frac{error}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$\%error = \frac{0.03}{1.01} \times 100\%$$

$$\%error = 0.00664 \times 100\% = 0.6\%$$

1. Cinemática de una partícula



VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Antecedentes.

En el estudio del movimiento de los cuerpos, uno de los principales retos que se tiene es poder hacer la descripción del mismo de una manera inequívoca; para ello, se precisa hablar del movimiento con relación a cierto sistema de referencia, generalmente se escoge uno llamado **sistema de referencia inercial**.

Un sistema de referencia inercial es aquel en el que las Leyes de Newton son aplicables usando sólo las fuerzas reales que se ejercen unas partículas a otras, así que *en un sistema de referencia inercial toda variación de la trayectoria de un cuerpo tiene que tener una fuerza real que la provoca.*

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Antecedentes.

Lo anteriormente mencionado permite establecer que *en un sistema de referencia inercial un cuerpo sobre el que la fuerza resultante actuante sobre él sea cero, mantiene un movimiento con velocidad constante (rectilíneo uniforme) o permanece en reposo.* Para fines prácticos, la tierra es un buen sistema de referencia, aunque estrictamente hablando, no lo es.

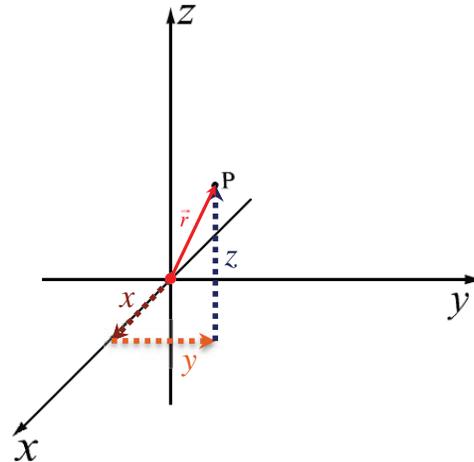
En el estudio del movimiento de los cuerpos existen algunos conceptos importantes que necesitaremos, empezando con los de posición, distancia y desplazamiento.

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Posición, distancia y desplazamiento.

Se llama *posición* al punto del espacio físico a partir del cual es posible conocer dónde se encuentra geoméricamente un cuerpo en un instante dado, con relación a un punto que llamamos origen.

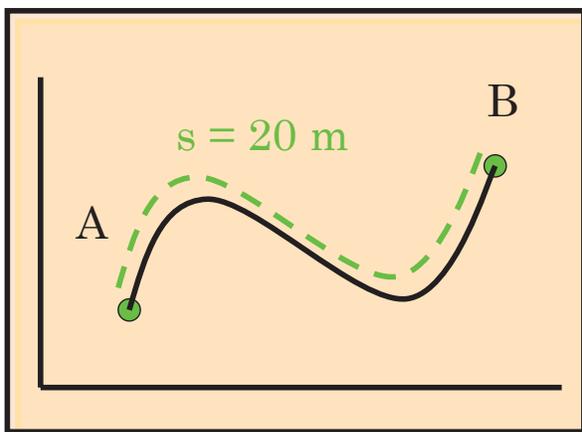
En nuestro espacio 3D, la posición se representa como un vector r de tres componentes: x , y y z , tal como se muestra en el esquema.



VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Posición, distancia y desplazamiento.

Distancia es la longitud de la trayectoria real que sigue el objeto. Considere el viaje del punto A al punto B en el siguiente diagrama:

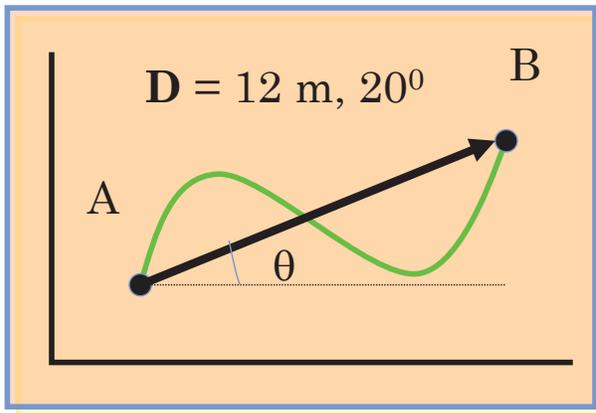


La distancia s es una cantidad escalar (sin dirección), ya que sólo tiene magnitud y consta de un número y una unidad; en el ejemplo: 20m.

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Posición, distancia y desplazamiento.

Desplazamiento es la separación en línea recta de dos puntos en una dirección específica, de nuevo, considere el viaje de A a B en el siguiente diagrama:

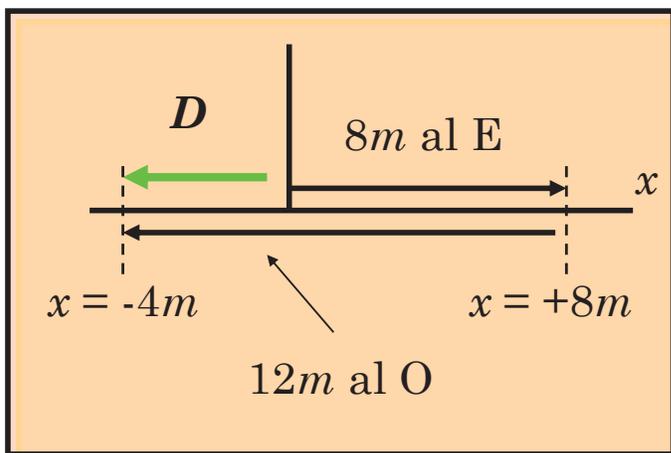


El desplazamiento es una cantidad vectorial, ya que tiene magnitud, dirección y sentido, lo que se representa como un número, unidad y ángulo; en el ejemplo 12m a 20° .

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Posición, distancia y desplazamiento. Un ejemplo.

Para movimiento a lo largo de los ejes x o y , el desplazamiento se determina por la coordenada x o y de su posición final. Ejemplo: Considere un auto que viaja 8 m al E, luego 12 m al O:



El desplazamiento neto D es desde el origen hasta la posición final:

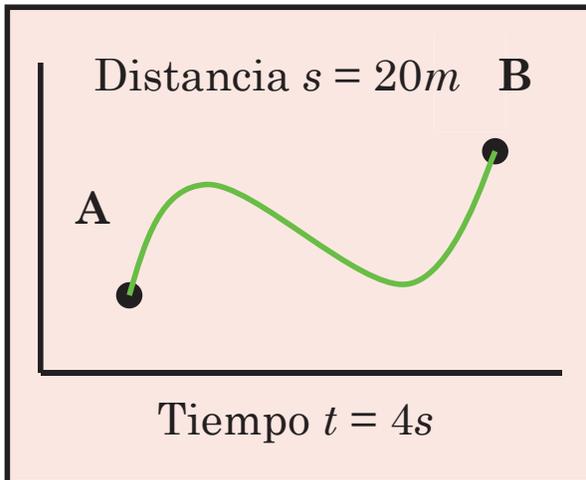
$$D = 4m, \text{ Oeste}$$

¿Cuál es la distancia recorrida? 20 m !!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Rapidez y velocidad medias.

La *rapidez* (v) es la distancia recorrida por unidad de tiempo (por lo que resulta ser una cantidad escalar).



$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{20m}{4s}$$

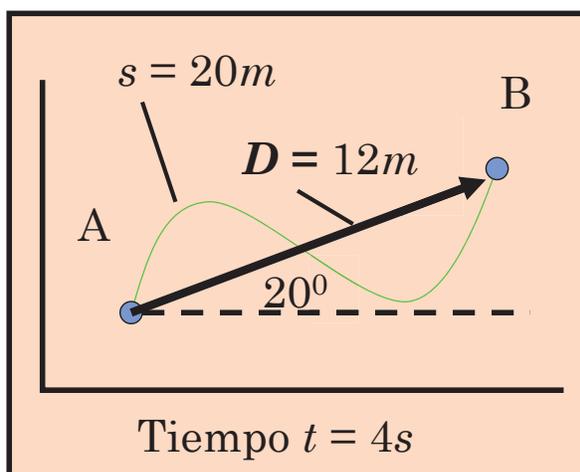
$$v = 5 \text{ m/s}$$

¡La rapidez NO depende de la dirección!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Rapidez y velocidad medias.

La *velocidad* (\vec{v}) es el desplazamiento por unidad de tiempo (por lo que resulta ser una cantidad vectorial).



$$\vec{v} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}} = \frac{12m}{4s}$$

$$\vec{v} = (3\text{m/s}, 20^\circ)$$

¡La velocidad requiere una dirección!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Rapidez y velocidad medias. Ejemplo 1.

Una corredora corre 200m al Este, luego cambia dirección y corre 300m al Oeste. Si todo el viaje tarda 60s, ¿cuál es la rapidez promedio y cuál la velocidad promedio?

Recuerde que la rapidez promedio es una función sólo de la distancia total y del tiempo total:



$$\text{Distancia total: } s = 200\text{ m} + 300\text{ m} = 500\text{ m}$$

$$\text{Rapidez promedio} = \frac{\text{trayectoria total}}{\text{tiempo}} = \frac{500\text{m}}{60\text{s}}$$

La rapidez promedio es 8.3333m/s

¡Para el cálculo de la rapidez NO importa la dirección!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Rapidez y velocidad medias. Ejemplo 1.

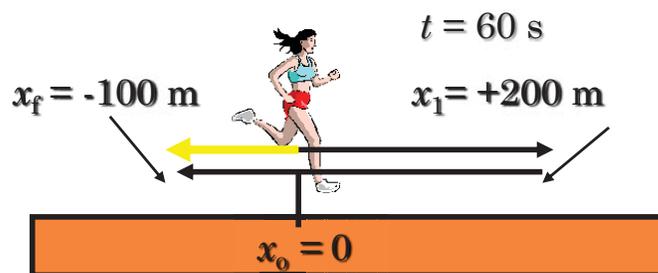
(Continuación) Ahora encuentre la velocidad promedio, que es el desplazamiento neto dividido por el tiempo. En este caso **SI** importa la dirección.

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t}$$

$$x_i = 0\text{ m}; x_f = -100\text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{-100\text{m} - 0}{60\text{s}} = -1.6667\text{m/s}$$

La velocidad promedio es 1.6667m/s dirigida al Oeste



La dirección del desplazamiento final es hacia la izquierda, como se muestra.

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Rapidez y velocidad medias. Ejemplo 2.

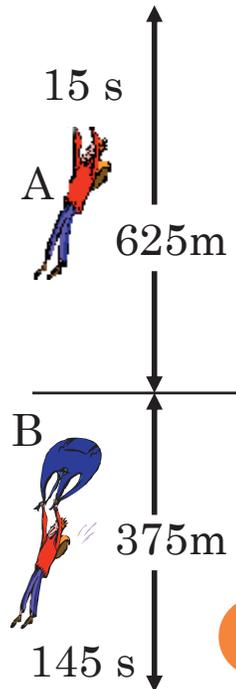
Un paracaidista salta y cae 625m en 15s. Después se abre el paracaídas y cae otros 375m en 145s. ¿Cuál es la rapidez promedio de toda la caída?

Rapidez promedio = Distancia total / tiempo total

$$\bar{v} = \frac{x_A + x_B}{t_A + t_B} = \frac{625m + 375m}{15s + 145s} = \frac{1000m}{160s}$$

$$\bar{v} = 6.25m/s$$

Recuerde: La rapidez promedio sólo es función de la distancia total recorrida y el tiempo total requerido.



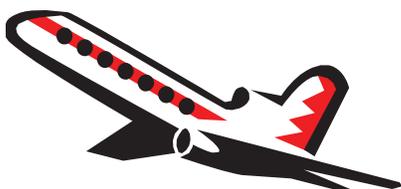
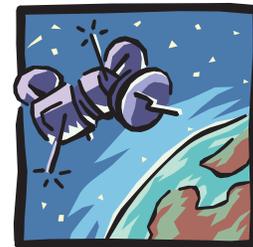
VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Ejemplos de rapidez en la Naturaleza.

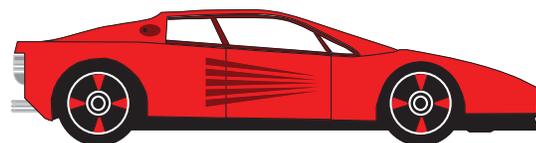


Luz = 3×10^8 m/s

Órbita
 2×10^4 m/s



Jets = 300 m/s



Automóvil = 25 m/s

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

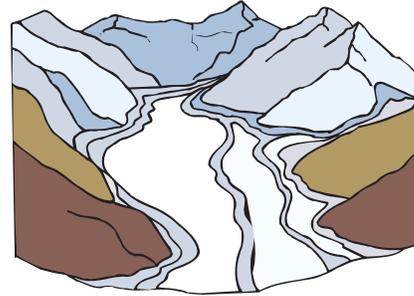
Ejemplos de rapidezces en la Naturaleza.



Corredora = 10 m/s



Caracol = 0.001 m/s



Glaciar = 1×10^{-5} m/s

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Aceleración media.

La *aceleración* (a) es el cambio de velocidad por unidad de tiempo (por lo que resulta ser una cantidad vectorial).

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Experimentalmente se observa que para tener un cambio en la velocidad de un cuerpo se requiere la aplicación de una fuerza neta sobre él.

La Segunda Ley de Newton resume el resultado anterior, con lo que se sientan las bases de la llamada dinámica newtoniana.

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

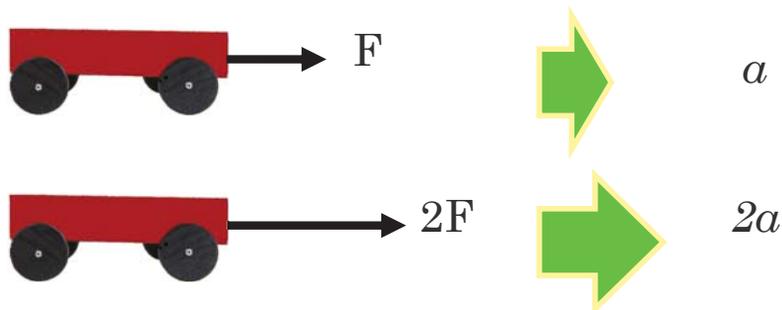
Aceleración y fuerza aplicada.

Más adelante se dará un tratamiento formal de fuerza y aceleración, por el momento es suficiente saber que:

- La dirección de la aceleración es la misma que la dirección de la fuerza (resultante) aplicada.
- La aceleración es proporcional a la magnitud de dicha fuerza (resultante).

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Aceleración y fuerza aplicada.

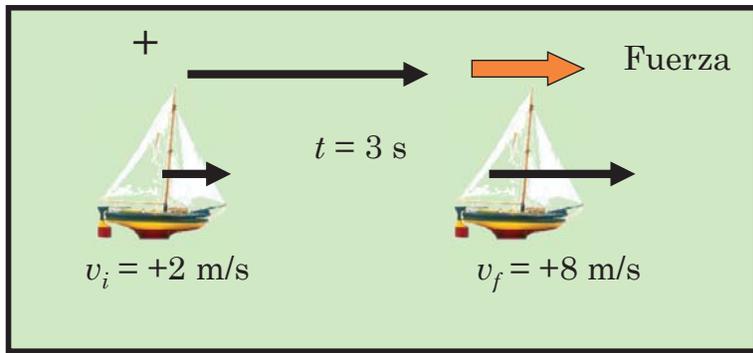


Jalar el carrito con el doble de fuerza produce el doble de aceleración y la aceleración está en la dirección de la fuerza.

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Aceleración media. Ejemplo 1.

El viento cambia la rapidez de un bote de 2m/s a 8m/s en 3s. ¿Cuánto vale la aceleración media experimentada por el bote?



$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$\bar{a} = \frac{8 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{3 \text{ s} - 0 \text{ s}}$$

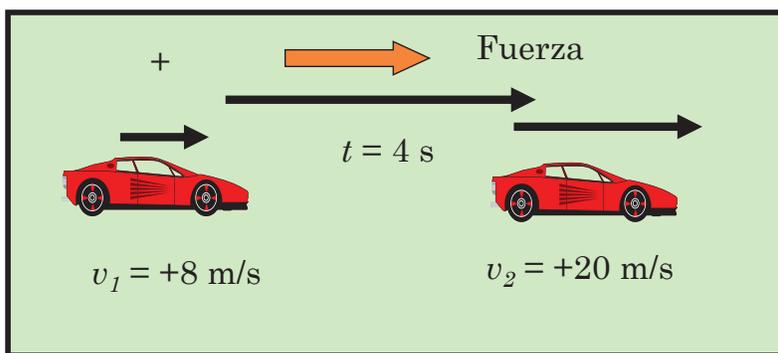
$$\bar{a} = 2 \text{ m/s}^2$$

¡¡ Una aceleración de 2 m/s^2 significa que la velocidad cambia 2 m/s cada segundo!!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Aceleración media. Ejemplo 2.

Una fuerza constante cambia la rapidez de un auto de 8m/s a 20m/s en 4s. ¿Cuál es la aceleración promedio?



$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{a} = \frac{(+20 \text{ m/s}) - (+8 \text{ m/s})}{4 \text{ s} - 0 \text{ s}}$$

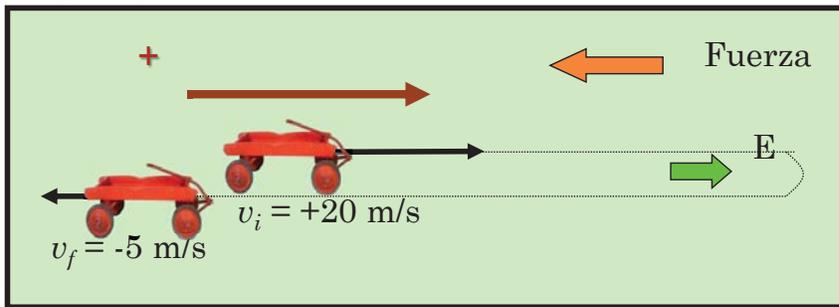
$$\bar{a} = 3 \text{ m/s}^2$$

¡¡ En este caso tenemos una aceleración de 3 m/s^2 positiva, lo que significa que hay una fuerza a la derecha que es la responsable del cambio de velocidad!!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN MEDIAS

Aceleración media. Ejemplo 3.

Un carrito que se mueve al este a 20m/s encuentra un viento de cara muy fuerte, lo que hace que cambie de dirección. Después de 5s, está viajando al oeste a 5m/s. ¿Cuál es la aceleración promedio? (Cuidado con los signos)



$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

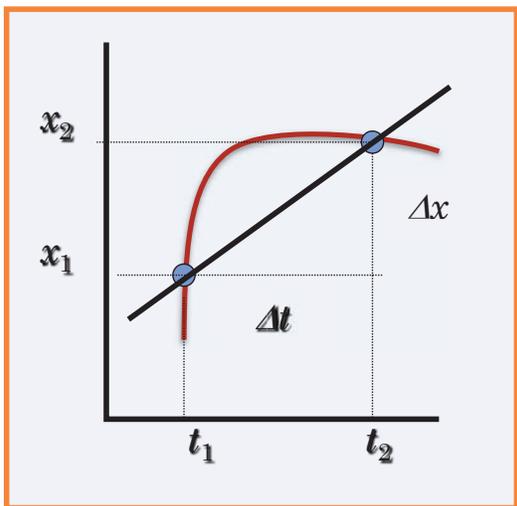
$$\bar{a} = \frac{(-5 \text{ m/s}) - (+20 \text{ m/s})}{5 \text{ s} - 0 \text{ s}}$$

$$\bar{a} = -5 \text{ m/s}^2$$

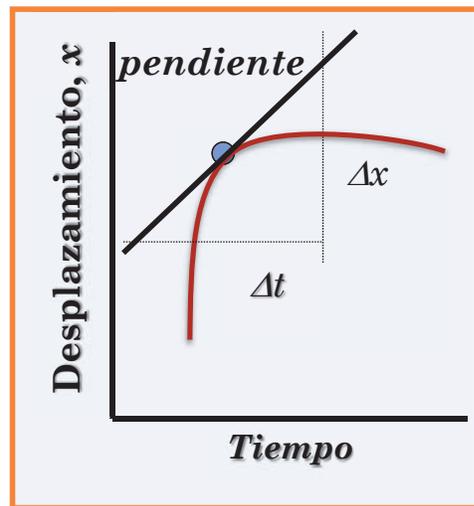
¡¡ En este caso tenemos una aceleración de 5m/s² negativa, lo que significa que hay una fuerza a la izquierda que es la responsable del cambio de velocidad!!

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN INSTANTÁNEAS

Velocidad promedio y velocidad instantánea.



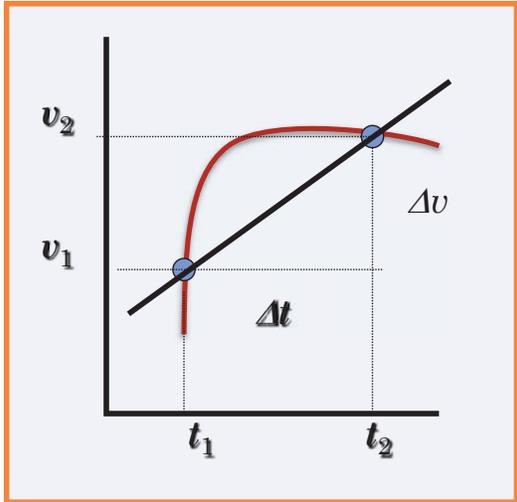
Velocidad promedio $v_{\text{promedio}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$



Velocidad instantánea $v_{\text{inst}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$

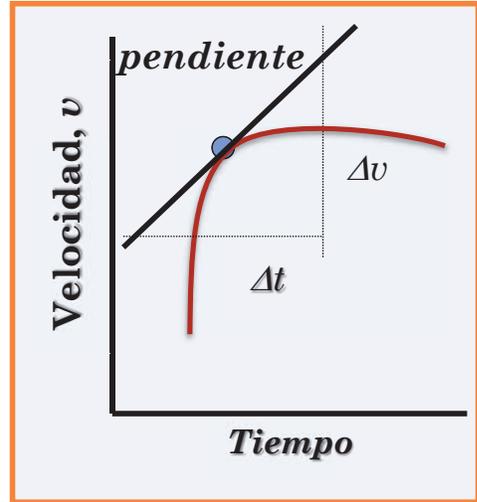
VELOCIDAD Y ACELERACIÓN INSTANTÁNEAS

Aceleración promedio y aceleración instantánea.



Aceleración promedio

$$a_{\text{promedio}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$



$$a_{\text{inst}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

Aceleración instantánea

2. Vectores.



ESCALARES Y VECTORES

Las magnitudes que intervienen en la mayoría de los campos de las ciencias exactas (particularmente física) pueden clasificarse en 2 clases:

- los que quedan totalmente determinadas por su magnitud o tamaño, expresado en alguna unidad adecuada, y que reciben el nombre de **escalares**; y
- las que para ser totalmente determinadas requieren que a su magnitud se les añada una dirección y un sentido, recibiendo el nombre de **vectores**.

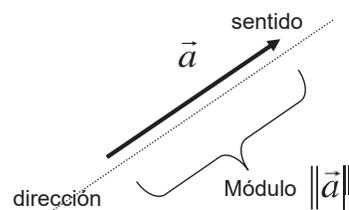
Como ejemplos de **magnitudes escalares** podemos citar: el tiempo, la masa, la densidad, la longitud, el área, el volumen, la temperatura, el trabajo, la energía, el capital, etc.

Como ejemplos de **magnitudes vectoriales** podemos mencionar el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza, el campo eléctrico, entre otras.

ESCALARES Y VECTORES

Las cantidades escalares se indican por letras de tipo ordinario, como en álgebra elemental. Las operaciones con magnitudes escalares siguen las mismas reglas que en álgebra elemental.

Gráficamente, una cantidad vectorial (o simplemente vector) se representa por una flecha trazada a escala. La longitud de la flecha representa la magnitud (o módulo), la dirección de la flecha representa la dirección y sentido del vector.



Un vector tiene siempre un punto O llamado origen del vector y un punto P llamado punto terminal.

ESCALARES Y VECTORES

Para diferenciar entre escalares y vectores analicemos los siguientes ejemplos:

- La distancia entre dos puntos es de 5 metros (es un **escalar**).
- Una persona recorre 5 metros de donde estaba inicialmente. (Hay un cambio de posición o **desplazamiento**)

En estos ejemplos 5 es el NÚMERO de metros (magnitud) y metro, a su vez, es la UNIDAD.

Sin embargo, no podemos localizar a la persona, ya que puede estar ubicada en cualquier punto de una circunferencia de radio 5 metros, medidos a partir de donde estaba inicialmente, por lo que tenemos que dar su DIRECCIÓN y SENTIDO, por ejemplo, 30° al S del O

ESCALARES Y VECTORES

Notación de vectores

- Se denotan (escriben) mediante letras mayúsculas o minúsculas, a las cuales se les pone encima una flechita para indicar que es un vector. Ejemplo:

$$\vec{A} \quad \vec{B} \quad \vec{C} \quad \vec{F} \quad \text{etc.} \quad \vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c} \quad \vec{d} \quad \text{etc.}$$

- Generalmente en libros de textos o notas de clase donde se facilita más la escritura, se suprime la flechita pero se remarca la letra por ejemplo:

A, B, C, D, E, etc. ó **a, b, c**, etc.

que comúnmente son llamadas "negritas" o "bold".

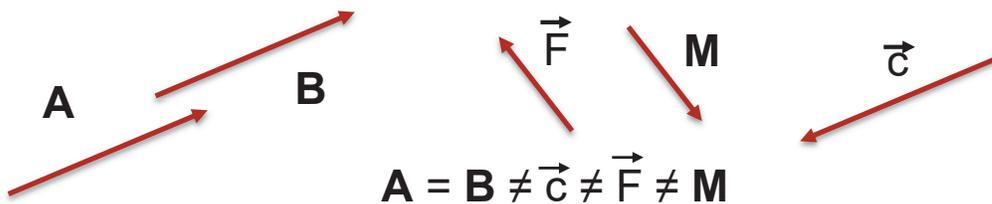
ESCALARES Y VECTORES

Representación, magnitud e igualdad de vectores

- Se representan mediante flechas:

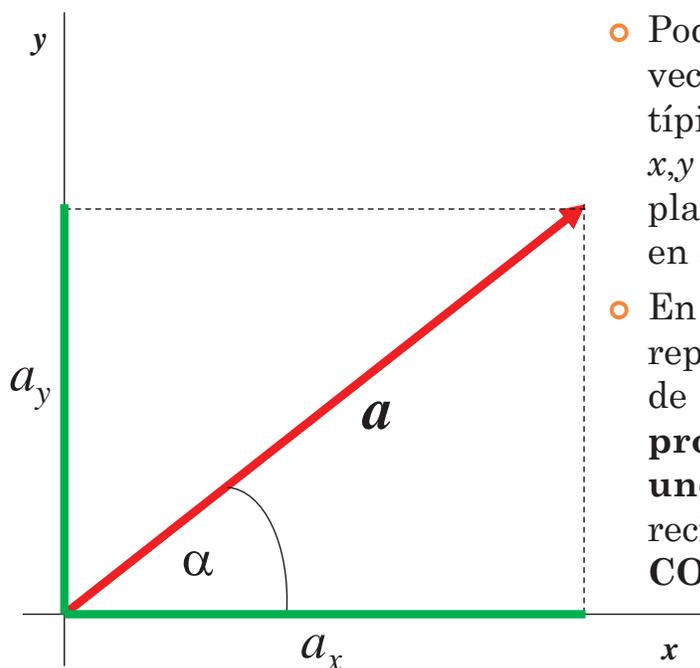


- Su magnitud es proporcional a la longitud de la flecha
- Dos o más vectores son iguales si tienen la misma magnitud, dirección y sentido, no importa si sus orígenes no coincidan.



ESCALARES Y VECTORES

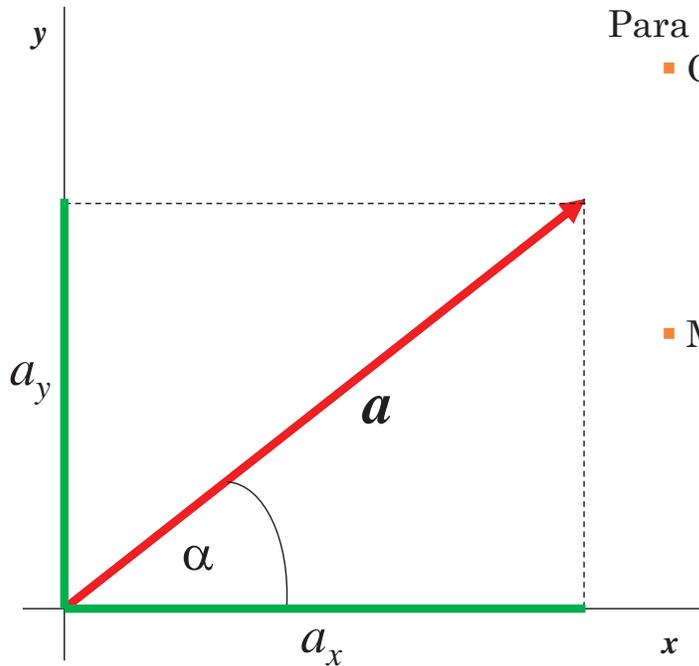
Componentes (cartesianas) de un vector



- Podemos representar un vector respecto a los típicos ejes cartesianos x,y si estamos en un plano o x,y,z si estamos en el espacio.
- En un plano, quedaría representado por un par de números que son su **proyección sobre cada uno de los ejes** y reciben el nombre de **COMPONENTES**.

ESCALARES Y VECTORES

Componentes (cartesianas) de un vector



Para cuestiones de cálculos:

- Componentes:

$$a_x = a \cos \alpha$$

$$a_y = a \sin \alpha$$

- Magnitud y ángulo

$$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x} \right)$$

ESCALARES Y VECTORES

Componentes (cartesianas) de un vector

Ejemplos

- Calcular las componentes de los siguientes vectores:

$$\vec{p} = (5m, 30^\circ)$$

$$\vec{m} = (8N, 145^\circ)$$

$$\vec{f} = (1.5m/s, 300^\circ)$$

$$a_x = a \cos \alpha$$

$$a_y = a \sin \alpha$$

$$p_x = 4.33m, p_y = 2.5m$$

$$m_x = -6.55N, m_y = 4.59N$$

$$f_x = 0.75m/s, f_y = -1.30m/s$$

- Calcule la magnitud y la dirección de los siguientes vectores:

$$\vec{a} = (3.5N, 2.0N)$$

$$\vec{b} = (7.0m, -3.2m)$$

$$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x} \right)$$

$$a = \sqrt{12.25N^2 + 4N^2} = \sqrt{16.25N^2} = 4.03N$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{2}{3.5} \right) = \tan^{-1}(0.57) = 29.74$$

$$a = (4.03N, 29.74^\circ)$$

$$b = (7.70cm, -24.57^\circ)$$

OPERACIONES CON VECTORES

Como se mencionó anteriormente, los vectores se manejan mediante operaciones especiales siendo éstas:

- **Suma vectorial.**- Sean **A** y **B** dos vectores, se define la suma vectorial como:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

donde **C** es un nuevo vector con su propia magnitud, dirección y sentido.

- **Producto escalar o producto punto.**- Sean **A** y **B** dos vectores, se define el producto punto entre los dos vectores como:

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = A B \cos \theta = B A \cos \theta = C$$

donde **C** es un escalar que posee únicamente magnitud y unidad, y θ es el MENOR ÁNGULO que se forma entre los dos vectores.

OPERACIONES CON VECTORES

Suma de vectores

Para sumar dos o más vectores, existen dos métodos:

1. Métodos Gráficos

- Método del paralelogramo (es ideal para dos vectores)
- Método del polígono (se recomienda para sumar más de dos vectores)

2. Método Analítico

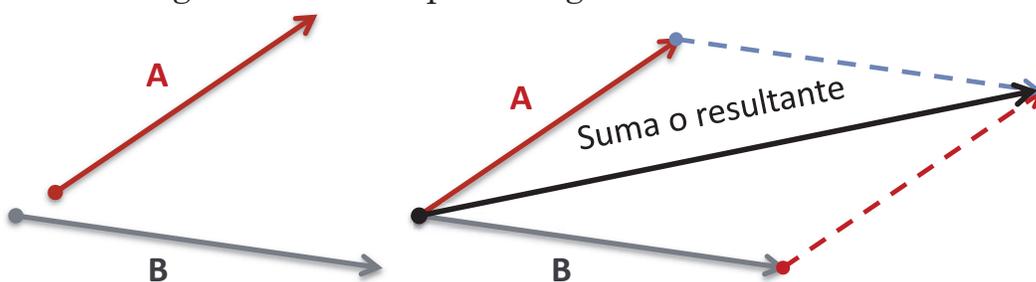
- Suma (o resta) de componentes (es ideal y necesario cuando se desea tener un resultado más preciso)

OPERACIONES CON VECTORES

Método del paralelogramo

Consiste en sumar dos vectores gráficamente y se realiza de la siguiente manera:

1. A partir de los vectores que deseamos sumar.
2. Se unen los orígenes de ambos vectores.
3. A partir de sus puntas o terminaciones se trazan paralelas a cada uno de ellos formando una paralelogramo.
4. La diagonal de dicho paralelogramo es el vector suma.



OPERACIONES CON VECTORES

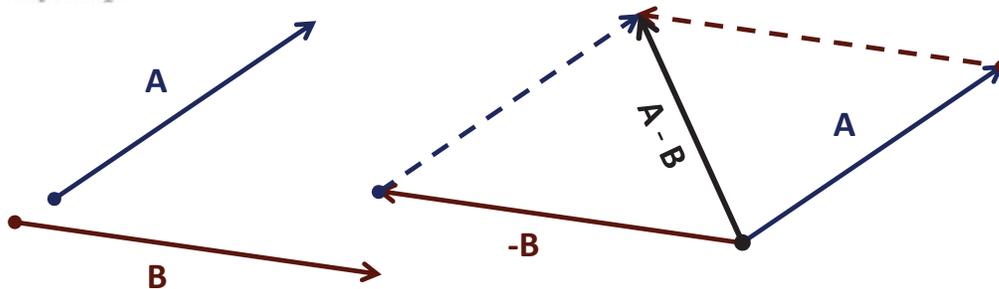
Método del paralelogramo. Resta de vectores

Para restar vectores, se procede igual que en la suma, sólo que en ese caso se usa la siguiente propiedad:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

Es decir, se suma el negativo del vector, el cual se obtiene cambiando el sentido del vector original (en este caso \mathbf{B}), manteniendo la dirección y la magnitud.

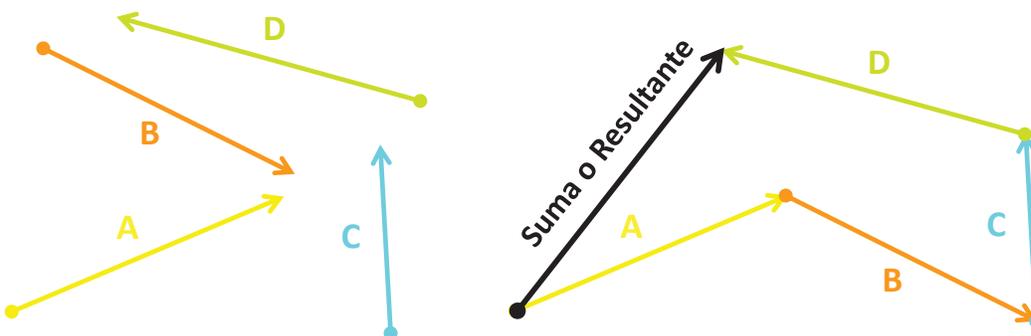
Ejemplo:



OPERACIONES CON VECTORES

Método del polígono

- Consiste en unir el origen del segundo vector con la punta del primero.
- Si son mas de dos vectores, unir el origen del tercer vector con la punta del segundo y así sucesivamente.
- El vector resultante es el que va desde el origen del primero hasta la punta del último.



OPERACIONES CON VECTORES

Método gráfico. Ejemplo

Un camión de reparto recorre 18 cuadras hacia el norte, 10 hacia el este y 16 al sur. ¿Cuál es su desplazamiento final?

OPERACIONES CON VECTORES. EJERCICIO.

Determina gráficamente el resultante de los siguientes 3 desplazamientos vectoriales:

- 34m, 25° al norte del este
- 48m, 33° al este del norte
- 22m, 56° al oeste del sur

OPERACIONES CON VECTORES

Método Analítico

Para utilizar el método analítico se procede de la siguiente manera:

1. Se escriben todos los vectores involucrados en la suma (o resta) en términos de sus componentes x y y , tal como se vio anteriormente.
2. Realizado lo anterior, se llevan a cabo las operaciones solicitadas con las correspondientes componentes de cada uno de los vectores, es decir, primero se opera con las componentes x y el resultado es la componente x de la resultante, luego se usan las componentes y para obtener la componente y de la resultante.

OPERACIONES CON VECTORES

Método Analítico. Ejemplo

4. Dinámica de una partícula.



INTRODUCCIÓN

Antecedentes.

En la naturaleza, la interacción entre cuerpos se cuantifica en términos de las fuerzas que se ejercen entre ellos.

La fuerza es una magnitud vectorial capaz de deformar los cuerpos (efecto estático), modificar su velocidad o vencer su inercia y ponerlos en movimiento si estaban inmóviles (efecto dinámico).

En este sentido, *la fuerza puede definirse como una interacción capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo (imprimiéndole una aceleración que modifica el módulo, la dirección o el sentido de su velocidad), o bien de deformarlo.*

INTRODUCCIÓN

Las interacciones entre cuerpos se deben a cuatro tipo de fuerzas llamadas fundamentales y son las que gobiernan el Universo:

- *Fuerza Gravitacional.*
- *Fuerza Electromagnética.*
- *Fuerza Nuclear Fuerte.*
- *Fuerza Nuclear Débil.*

INTRODUCCIÓN

Las interacciones entre cuerpos se deben a cuatro tipo de fuerzas llamadas fundamentales y son las que gobiernan el Universo:

- *Fuerza Gravitacional.*- Es la fuerza de atracción que una masa ejerce sobre otra, y afecta a todos los cuerpos. La gravedad es una fuerza muy débil y de un sólo sentido (siempre es atractiva), pero de alcance infinito. Es la responsable de mantener unidos a cuerpos grandes: Tierra-personas; Tierra-Luna; Tierra-Sol, etc.

INTRODUCCIÓN

Las interacciones entre cuerpos se deben a cuatro tipo de fuerzas llamadas fundamentales y son las que gobiernan el Universo:

- *Fuerza Electromagnética.*- Afecta a los cuerpos eléctricamente cargados, y es la fuerza involucrada en las transformaciones físicas y químicas de átomos y moléculas. Es mucho más intensa que la fuerza gravitatoria, puede tener dos sentidos (atractivo y repulsivo) y su alcance es infinito. Mantiene unidas a las moléculas y a los átomos y en el interior de estos últimos, hace que los electrones permanezcan cerca del núcleo.

INTRODUCCIÓN

Las interacciones entre cuerpos se deben a cuatro tipo de fuerzas llamadas fundamentales y son las que gobiernan el Universo:

- *Fuerza Nuclear Fuerte.*- La fuerza o interacción nuclear fuerte es la que mantiene unidos los componentes de los núcleos atómicos, y actúa indistintamente entre dos nucleones cualesquiera, protones o neutrones. Su alcance es del orden de las dimensiones nucleares, pero es más intensa que la fuerza electromagnética.

INTRODUCCIÓN

Las interacciones entre cuerpos se deben a cuatro tipo de fuerzas llamadas fundamentales y son las que gobiernan el Universo:

- *Fuerza Nuclear Débil.*- La fuerza o interacción nuclear débil es la responsable de la desintegración beta de los neutrones; los neutrinos son sensibles únicamente a este tipo de interacción (aparte de la gravitatoria, que afecta a todos los cuerpos). Su intensidad es menor que la de la fuerza electromagnética y su alcance es aún menor que el de la interacción nuclear fuerte.

INTRODUCCIÓN

Las fuerzas, de acuerdo a su magnitud, dirección o sentido, pueden ser:

- **Constantes**, cuando magnitud, dirección y sentido no cambian conforme transcurre el tiempo.
- **Variables**, cuando cambia la magnitud, la dirección y/o el sentido.

Por su aplicación en sistemas o procesos pueden ser:

- **Conservativas**, cuando la energía mecánica no cambia por su acción.
- **No conservativas o disipativas**, cuando la energía mecánica “se pierde” (o se transforma, para ser precisos).

INTRODUCCIÓN

Por su forma de actuar o interacción con otros cuerpos pueden ser:

- **De contacto**, cuando la interacción es directa, es decir el cuerpo que aplica la fuerza y el que la recibe entran en contacto físico; por ejemplo, la fuerza que ejerce una mesa sobre un libro que está encima de ella, el golpe de un martillo sobre un clavo, colgar algo con una cuerda, etc.
- **A distancia**, cuando el cuerpo que ejerce la fuerza y quien la recibe no entran en contacto físicamente; por ejemplo, la fuerza que un imán ejerce sobre otro imán o sobre un clavo, o la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos que están sobre su superficie, incluso en el aire, etc.

INTRODUCCIÓN

En nuestro caso, abordaremos el concepto de fuerza en función de la aceleración que experimenta un cuerpo patrón cuando es colocado en un medio ambiente, estableciendo una técnica para asociarle una masa m a cualquier cuerpo, con el fin de entender que cuerpos de la misma naturaleza (por ejemplo madera), experimentan diferentes aceleraciones cuando son colocados en el mismo medio ambiente.

El concepto de fuerza y masa se encuentran íntimamente relacionados, asociamos a:

- la **fuerza** con jalar o empujar un objeto y,
- la **masa** como la resistencia que presenta un cuerpo a ser acelerado (movido).

INTRODUCCIÓN

Los tres conceptos: fuerza, masa y aceleración, se relacionan entre sí por medio de:

1. las Leyes de la Naturaleza o Leyes de Fuerzas y
2. las Leyes de Movimiento o Leyes de Newton,

Las primeras (Leyes de Fuerza) son aquéllas mediante las cuales se rigen los fenómenos naturales e involucran a las propiedades del cuerpo con su medio ambiente.

Las segundas (Leyes de Newton) son las que rigen su comportamiento en ese medio ambiente.

INTRODUCCIÓN

De las Leyes de Movimiento, tenemos los siguientes enunciados de las Leyes de Newton:

- **Primera Ley.**- Todo cuerpo permanecerá en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se vea obligado a cambiar dicho estado por medio de un agente externo que le aplique una fuerza.
- **Segunda Ley.**- La aceleración que experimenta un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional su masa.
- **Tercera Ley.**- A toda acción le corresponde una reacción de igual magnitud pero en sentido contrario.

PRIMERA LEY DE NEWTON

Antecedentes.

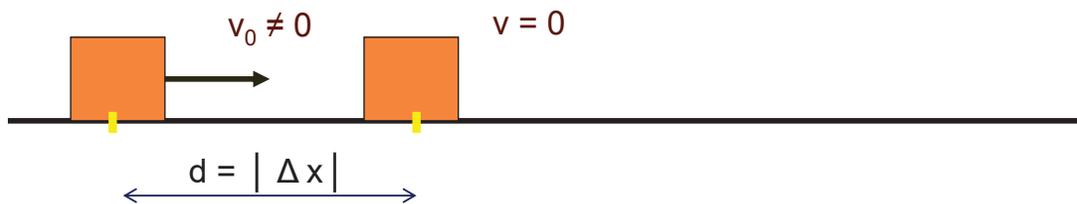
En la época de Aristóteles, se creía firmemente que un cuerpo se encontraba en su estado natural cuando estaba en reposo, que se requería la presencia de un agente externo que lo impulsara y que cambiara dicho estado. Cuando el agente externo dejaba de impulsarlo, tendía nuevamente a su estado natural.

Dicha aseveración aún persiste en muchas personas en nuestros días, ya que por experiencia propia, cuando arrojamamos un objeto con una cierta velocidad inicial sobre un plano, el cuerpo recorre una distancia y se detiene.

PRIMERA LEY DE NEWTON

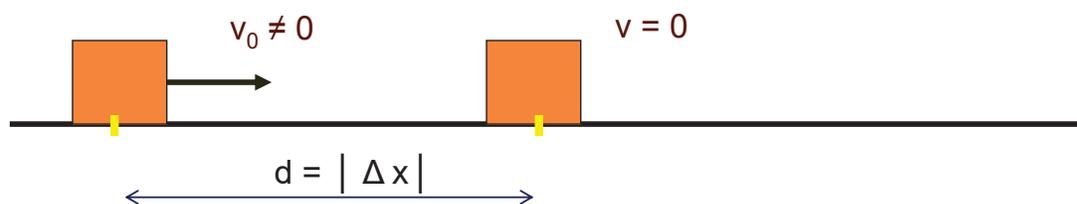
Nuestro error, así como el de Aristóteles, lo aclara Galileo con el siguiente experimento:

Galileo argumentaba que si arrojamos un cuerpo sobre una superficie, este tendería al reposo después de recorrer una cierta distancia d .

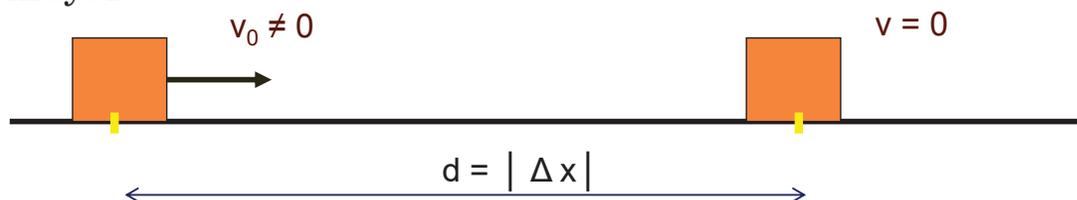


PRIMERA LEY DE NEWTON

Pero que si arrojamos el cuerpo con la misma velocidad inicial una vez pulidas las superficies, el cuerpo recorrerá una mayor distancia d .

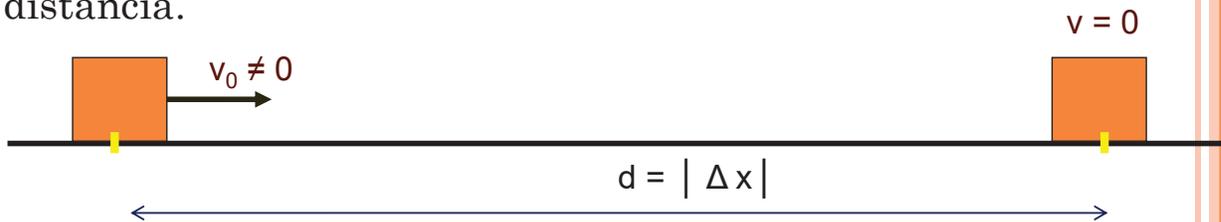


Si además de pulir las superficies las lubricamos, entonces el cuerpo va a recorrer una distancia todavía mayor.



PRIMERA LEY DE NEWTON

Si usamos cada vez superficies más tersas y mejor lubricadas, el cuerpo recorrerá cada vez una mayor distancia.



En el experimento anterior, se está eliminando la fricción, por lo que al evitarla completamente, lo que tendremos será un cuerpo que se mueve siempre con la misma velocidad con la que se arroja, es decir, será un movimiento rectilíneo uniforme.

PRIMERA LEY DE NEWTON

El experimento, Galileo lo resumió en el siguiente enunciado:

“Se requiere la presencia de un agente externo para cambiar la velocidad inicial de un cuerpo, pero no se requiere tal presencia para que el cuerpo continúe moviéndose con la misma velocidad”

Como se puede apreciar, aunque con otras palabras, la idea de Galileo se encuentra expresada en el enunciado de la Primera Ley de Newton.

Primera Ley.- Todo cuerpo permanecerá en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se vea obligado a cambiar dicho estado por medio de un agente externo que le aplique una fuerza

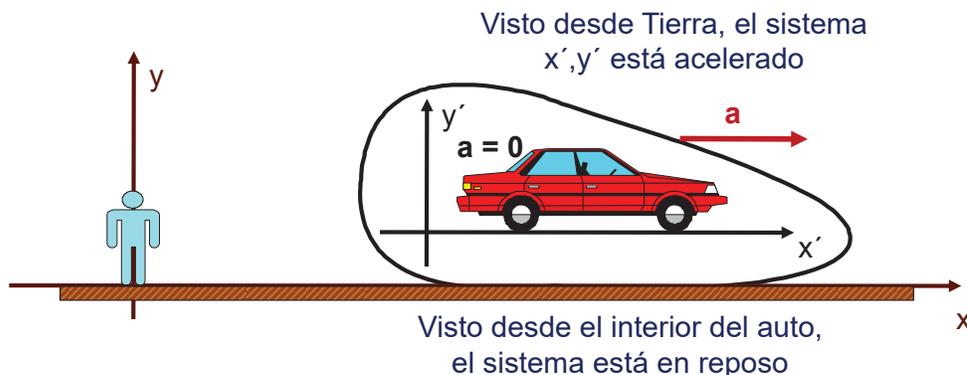
EQUILIBRIO DE FUERZAS

Si nos adelantamos e interpretamos la Segunda Ley, apreciaremos que si la fuerza neta sobre un cuerpo es cero, entonces no habrá aceleración y por consiguiente el cuerpo estará en reposo o moviéndose con velocidad constante.

Por tal razón, algunos autores afirman que la Primera Ley es un caso especial de la Segunda Ley, sin embargo, la Primera Ley se atribuye a marcos de referencia inerciales, ya que sobre un cuerpo puede estar obrando una fuerza neta diferente de cero y la aceleración del cuerpo ser cero.

EQUILIBRIO DE FUERZAS

Ejemplo de lo anterior, es cuando una persona parada en tierra observa cómo se acelera un automóvil, un pasajero que vaya en el auto, observará que todas las cosas en el interior del auto están en reposo con respecto a él.



EQUILIBRIO DE FUERZAS

Con base en lo anterior, y para simplificar las cosas, vamos a considerar sistemas de referencia no acelerados. Para fines prácticos, la tierra puede considerarse como un sistema de referencia no acelerado aunque, estrictamente hablando, no lo es.

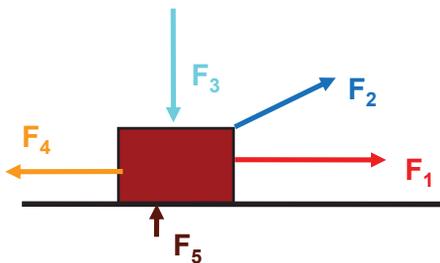
Lo anterior NO implica que el cuerpo no pueda estar acelerado, de hecho lo estará cuando la resultante (suma) de fuerzas que actúan sobre él sea diferente de cero, ya que la Segunda Ley de Newton establece que

“La aceleración que experimenta un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional su masa”

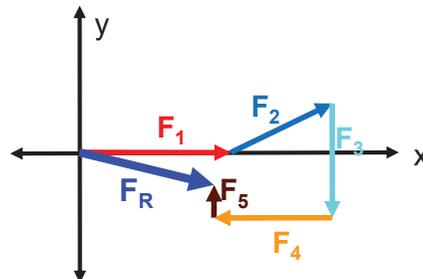
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}$$

EQUILIBRIO DE FUERZAS

Sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas como por ejemplo:



Como las fuerzas son vectores, debemos sumarlas como vectores



F_R es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, lo que equivale a que sobre el cuerpo estuviera actuando únicamente esta fuerza



EQUILIBRIO DE FUERZAS

Sin embargo, cuando la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él sea cero, hablaremos de un *equilibrio de fuerzas*, lo que implica que el cuerpo estará en reposo o moviéndose con velocidad constante.

La condición para tener un equilibrio de fuerzas será entonces que la resultante sea cero, por lo que en términos de componentes (para 2D) se tiene:

$$F_{Rx} = \sum F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = 0$$

$$F_{Ry} = \sum F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = 0$$

Condición de equilibrio de fuerzas en 2D

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Para resolver problemas de equilibrio de los cuerpos es importante aislarlos unos de otros, lo que permite hacer un análisis de las fuerzas conocidas que actúan sobre un cuerpo, así como las que se desconocen y se desea calcular.

Cuando se aísla un cuerpo, sobre él aparecen únicamente las fuerzas externas que soporta, las cuales son ocasionadas por tener contacto con otros cuerpos o por atracción gravitacional.

Este procedimiento gráfico para aislar un cuerpo recibe el nombre de **Diagrama de Cuerpo Libre** (DCL).

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Fuerza externa e internas.

En la construcción de un DCL, es importante diferenciar entre fuerzas externas e internas, ya que las responsables del movimiento son las fuerzas externas.

Las *fuerzas externas* son las que representan la acción que ejercen otros cuerpos sobre el cuerpo rígido por lo que son las responsables del comportamiento externo del cuerpo rígido, es decir, causarán que se mueva o aseguran su reposo; mientras que las *fuerzas internas* son aquellas que mantienen unidas las partículas que conforman el cuerpo rígido.

Se puede concluir que “*cada una de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo rígido pueden ocasionar un movimiento de traslación, rotación o ambas siempre y cuando dichas fuerzas no encuentren ninguna oposición*”.

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre son:

1. Hacer un dibujo que represente claramente el problema que se desea resolver, lo que se conoce como *esquema del problema*, el cual es básico si no se proporciona la figura.
2. Construir un diagrama de cuerpo libre sustituyendo por medio de fuerzas todo aquel efecto que recibe el cuerpo, provocado por su contacto con otros cuerpos o por la fuerza gravitacional y que originen que se encuentren en equilibrio. En todo caso, indique la magnitud, dirección y sentido de las fuerzas conocidas. Use símbolos para señalar las cantidades que se desconocen.

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre son:

- Tomando al cuerpo en equilibrio como el origen de un sistema de coordenadas, establezca un sistema de referencia utilizando ejes rectangulares (x y y), procurando que estos queden alineados con la mayor cantidad de fuerzas. Esto nos ahorrará cálculos de componentes.
- Para las fuerzas que no se ubican sobre alguno de los ejes, se deben calcular las componentes a lo largo de los ejes x y y , acorde a la forma vista anteriormente.

$$a_x = a \cos \alpha$$

$$a_y = a \sin \alpha$$

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre son:

- Aplique las condiciones de equilibrio y despeje lo necesario para encontrar las respuestas a las incógnitas buscadas.

Las ecuaciones del equilibrio traslacional son

$$\sum F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = 0$$

$$\sum F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = 0$$

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE. EJEMPLOS

Dos cuerdas A y B sostienen a un objeto cuyo peso es de 40 libras, la cuerda A, está en forma horizontal, y la cuerda B forma un ángulo de 60° respecto al techo, como se ve en la figura. (a) Elabore el diagrama de cuerpo libre. (b) Encuentre las tensiones en las cuerdas A y B.

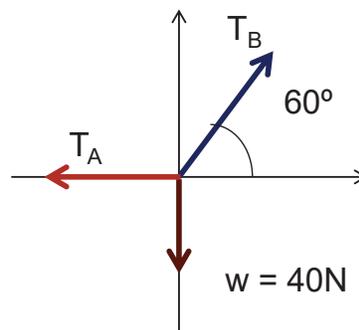
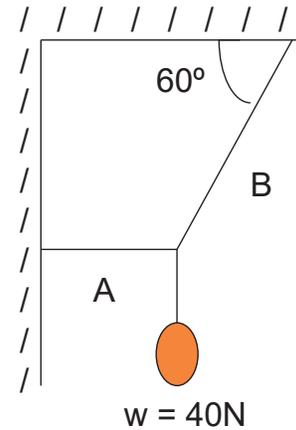


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE. EJEMPLOS

Un objeto de masa $m = 30\text{kg}$ se cuelga del techo mediante una cuerda. Una persona se apoya sobre el objeto ejerciendo una fuerza horizontal F , de tal forma que la cuerda forma un ángulo de 40° con el techo. (a) Elabore un esquema de la situación planteada; (b) Dibuje el DCL para el objeto. (c) ¿Cuánto vale la fuerza F que ejerce la persona?

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE. EJEMPLOS

Una pelota de 100N suspendida de un cordel *A* es tirada hacia un lado por otro cordel *B* y mantenida de tal forma que el cordel *A* forme un ángulo de 30° con la pared vertical. (a) Elabore un esquema de la situación planteada; (b) Dibuje el DCL para el objeto. (c) ¿Cuánto valen las tensiones en las cuerdas *A* y *B*?

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE. EJEMPLOS

Dos cuerdas sostienen a un objeto cuyo peso es de 700N, de tal forma que la cuerda 1 forma un ángulo de 45° y la cuerda 2 forma un ángulo de 50° , en ambos casos respecto al techo. (a) Elabore un esquema de la situación planteada; (b) Dibuje el DCL para el objeto. (c) ¿Cuánto valen las tensiones en las cuerdas *A* y *B*?

FRICCIÓN DENTRO DEL ESQUEMA DE LA PRIMERA LEY

Se define como *fuerza de rozamiento* o *fuerza de fricción* entre dos superficies en contacto, a la fuerza que se opone al movimiento de una superficie sobre la otra (fuerza de fricción dinámica) o a la fuerza que se opone al inicio del movimiento (fuerza de fricción estática).

La fuerza de fricción se genera debido a las imperfecciones, especialmente microscópicas, entre las superficies en contacto, encontrándose que la fricción estática es mayor que la dinámica.

Experimentalmente se encuentra que es proporcional a la fuerza de contacto (llamada fuerza normal, por ser perpendicular a las superficies involucradas), la constante de proporcionalidad se llama *coeficiente de fricción* y se representa por la letra griega “*mu*” (μ).

FRICCIÓN DENTRO DEL ESQUEMA DE LA PRIMERA LEY

El coeficiente de rozamiento depende de la naturaleza de los cuerpos en contacto, así como del estado en que se encuentren sus superficies.

Matemáticamente, la *fuerza de rozamiento* o *fuerza de fricción* entre dos superficies en contacto se calcula mediante la expresión

$$F_f = \mu N$$

En particular, cuando se construye un DCL en el que se involucra la fricción, esta se representa por un vector que tiene una dirección opuesta a la que presenta, el movimiento (en caso de que este exista), o el posible movimiento (en caso de que el cuerpo esté en reposo).

FRICCIÓN DENTRO DEL ESQUEMA DE LA PRIMERA LEY. EJEMPLOS

Un libro de 700g descansa sobre una mesa con fricción. Si el coeficiente de fricción dinámica es de 0.13, ¿qué fuerza se requiere para que el libro se deslice con una rapidez constante?

FRICCIÓN DENTRO DEL ESQUEMA DE LA PRIMERA LEY. EJEMPLOS

Una mujer arrastra por el piso de un aeropuerto una maleta que tiene una masa de 18kg, si el coeficiente de fricción dinámico en este caso es de 0.05, ¿que fuerza ejerce mediante la correa que forma un ángulo de 30° con la horizontal?

FRICCIÓN DENTRO DEL ESQUEMA DE LA PRIMERA LEY. TAREA.

Una caja de madera que pesa 50N permanece en reposo sobre una superficie horizontal con fricción. Si una persona advierte que requiere una fuerza de 8N para iniciar el movimiento, pero una vez iniciado, la fuerza requerida para mantener el movimiento se reduce a 6N, ¿cuánto valen los coeficientes de fricción estática y dinámica?

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Antecedentes.

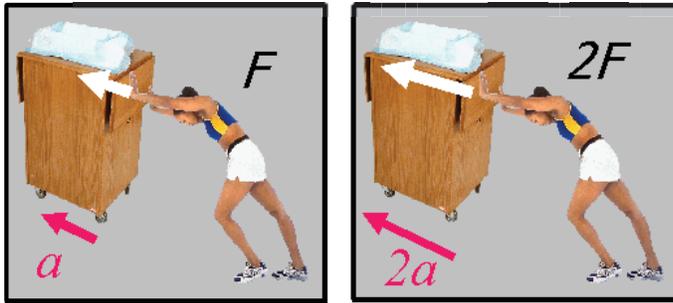
La Segunda Ley de Newton establece que *“siempre que una fuerza resultante actúa sobre un objeto, produce una aceleración: una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa”*.

$$a = \frac{F}{m}$$

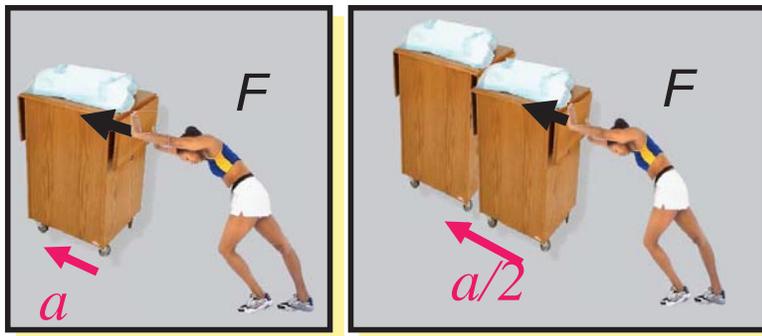
Esta expresión es válida en los llamados **Sistemas de Referencia Inerciales**, descritos en diapositivas pasadas.

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Aceleración y fuerza con fuerzas de fricción cero.



Empujar el carro con el doble de fuerza produce el doble de aceleración. Tres veces la fuerza, triplica la aceleración, y así sucesivamente.



Empujar dos carros iguales con la misma fuerza F produce la mitad de la aceleración. La aceleración varía inversamente con la cantidad de material (masa).

SEGUNDA LEY DE NEWTON. EJEMPLOS.

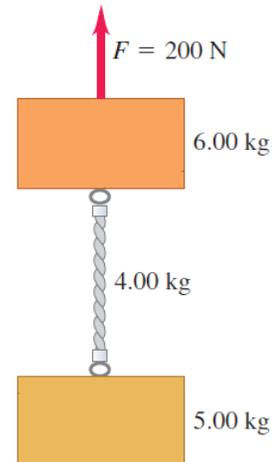
Sobre un cuerpo con masa m inicialmente en reposo actúa una fuerza $\mathbf{F} = k_1\mathbf{i} + k_2t^3\mathbf{j}$, donde k_1 y k_2 son constante. Calcule la velocidad $\mathbf{v}(t)$ del objeto en función del tiempo.

SEGUNDA LEY DE NEWTON. EJEMPLOS.

Los dos bloques de la figura 4.39 están unidos por una cuerda gruesa uniforme de 4.00kg. Se aplica una fuerza de 200N hacia arriba, como se indica.

- Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el bloque de 6.00kg, uno para la cuerda de 4.00kg y uno para el bloque de 5.00kg. Para cada fuerza, indique qué cuerpo la ejerce.
- ¿Qué aceleración tiene el sistema?
- ¿Qué tensión hay en la parte superior de la cuerda?
- ¿Y en su parte media?

Figura 4.39
Problema 4.54.

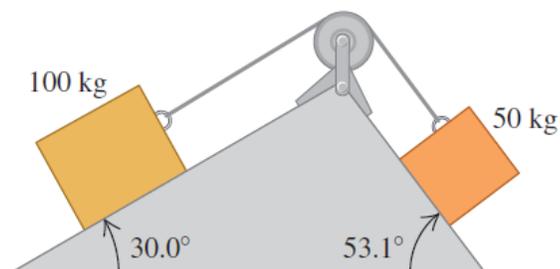


SEGUNDA LEY DE NEWTON. EJEMPLOS.

Dos bloques conectados por un cordón que pasa por una polea pequeña sin fricción descansan en planos sin fricción (ver figura).

- ¿Hacia dónde se moverá el sistema cuando los bloques se suelten del reposo?
- ¿Qué aceleración tendrán los bloques?
- ¿Qué tensión hay en el cordón?

Figura 5.70 Problema 5.86.



SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR

Como hemos visto hasta ahora, la Segunda Ley de Newton explica cómo se comportan los cuerpos cuando son afectados por fuerzas que son externas a él, como resultado de estas interacciones, los cuerpos modifican su estado de movimiento, es decir su velocidad, en consecuencia adquieren una aceleración.

Cuando las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo lo restringen a tener un movimiento circular, éste adquiere una **aceleración centrípeta**.

A esta resultante de fuerzas se le denomina Fuerza centrípeta (F_{cp}), es decir NO es una fuerza nueva sino que la dirección que toma es tal que resulta ser la responsable de mantener el cuerpo en movimiento circular.

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR

Con esto en mente, podemos escribir a la Segunda Ley de Newton como

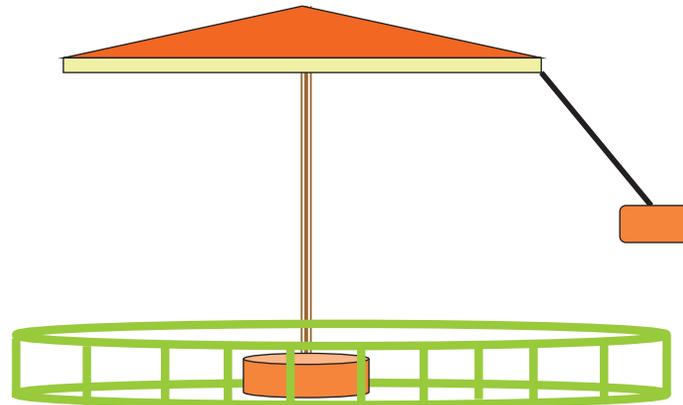
$$F_{cp} = ma_{cp}$$

donde la aceleración centrípeta está dada por

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Las sillas voladoras es uno de los juegos más populares de los parques de diversiones. Para evitar accidentes, se tiene en cuenta la máxima velocidad angular que pueden rotar y a partir de este valor se considera las dimensiones de los cables que sostienen dichas sillas. Determine la relación entre la rapidez angular y el ángulo de elevación de las sillas voladoras.

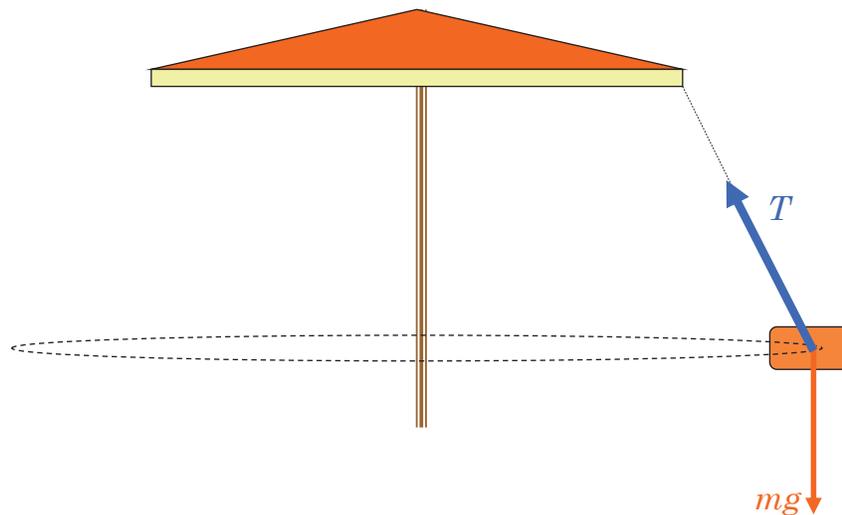


SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Solución

1°) construimos el **DCL**

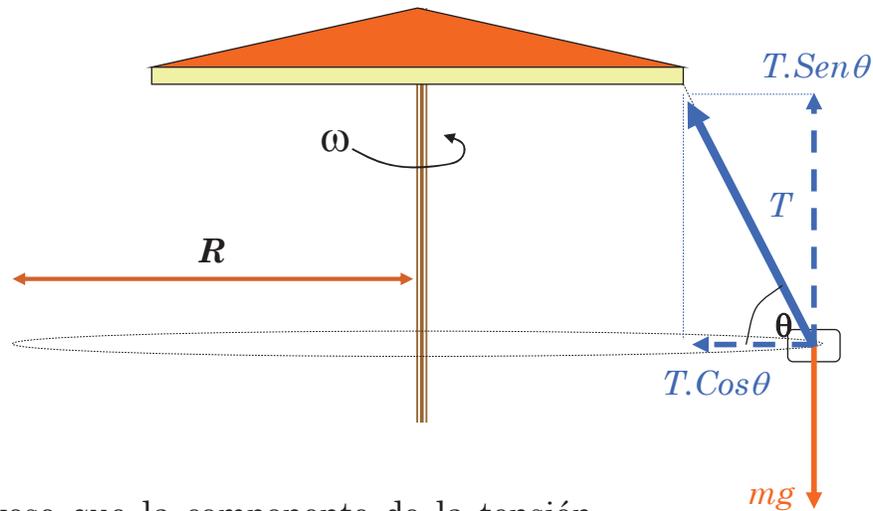
Las únicas fuerzas externas son la tensión T y el peso mg , la fricción del aire vamos a despreciarla pues en el diseño esta se puede “salvar” con la tolerancia del equipo.



SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Solución

2°) Identificamos las fuerzas radiales.



Obsérvese que la componente de la tensión $T \cos \theta$, es la única fuerza radial y, por tanto, será la responsable de la fuerza centrípeta.

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Solución

3°) Aplicamos 2da ley:

$$\sum F_{cp} = ma_{cp} \rightarrow \sum F_r = m \frac{v^2}{R}$$

$$T \cos \theta = m \omega^2 R$$

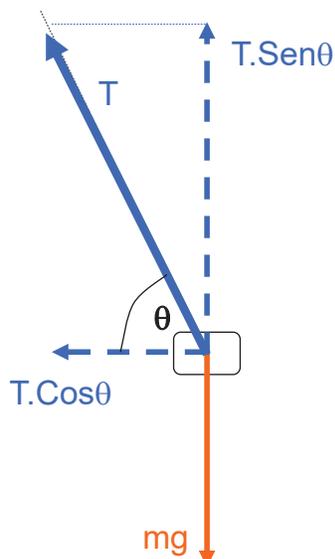
Obsérvese que el cuerpo gira en un plano horizontal, no se mueve verticalmente, entonces:
 $T \sin \theta = mg$

Dividiendo ambas ecuaciones tenemos:

$$\tan \theta = \frac{g}{\omega^2 R}$$

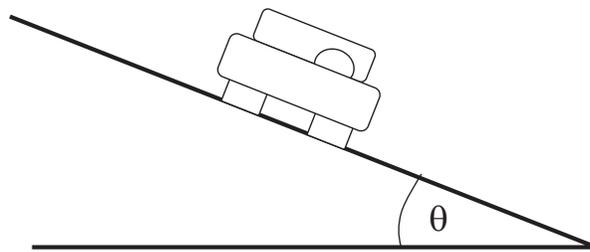
Por tanto, la rapidez angular dependerá de la elevación θ y el radio de giro R .

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R \tan \theta}}$$



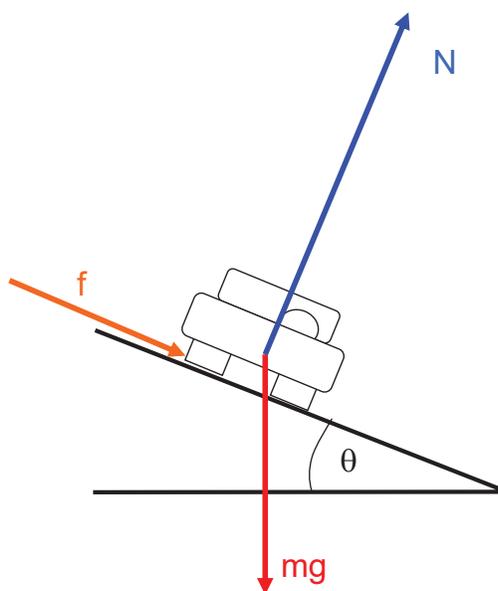
SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Muchas pistas para carreras tienen curvas peraltadas, que permiten a los carros tomarlas con mayor rapidez como si fueran planas. De hecho, los coches podrían dar vuelta en estas curvas peraltadas aunque no hubiera fricción. Explique esta afirmación con la ayuda del diagrama de cuerpo libre de la figura considerando μ_s el coeficiente de fricción estática para que el automóvil no se deslice lateralmente.



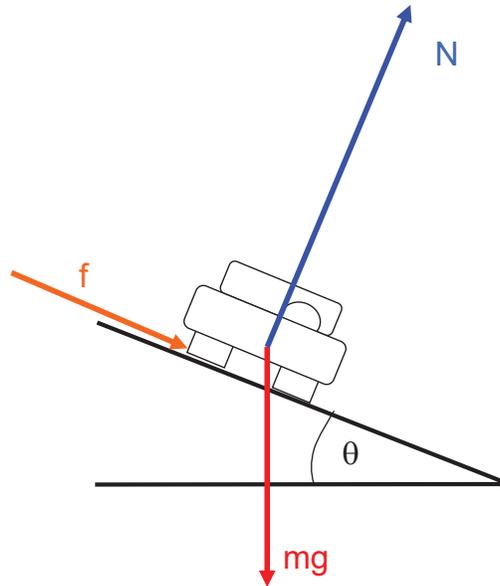
SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

1º) Construimos el **DCL**



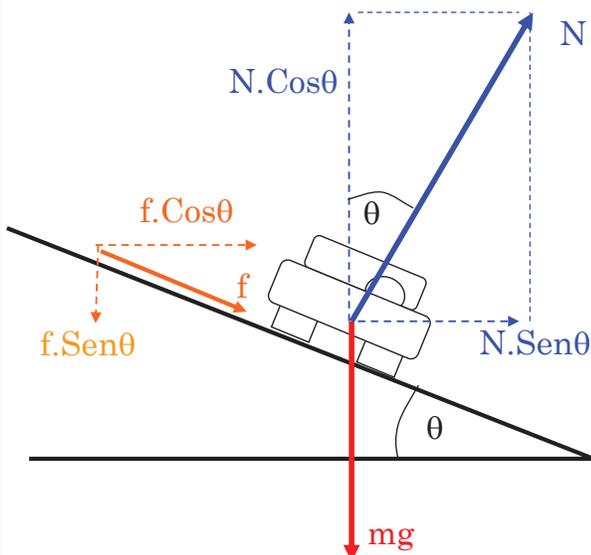
SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

2°) **Análisis**, con el propósito de evitar el rozamiento f , o reducir el desgaste de los neumáticos, la carretera debe inclinarse un ángulo θ .



SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

2°) Identificamos las fuerzas radiales:



Con lo que encontramos una ecuación que relaciona a las cantidades involucradas en el problema, a saber

3°) Aplicamos la 2da ley:

$$\sum F_{cp} = ma_{cp} \rightarrow \sum F_r = m \frac{v^2}{R}$$

Luego tenemos:

$$N \sin \theta + f_f \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$

Como no hay movimiento vertical:

$$N \cos \theta - f_f \sin \theta - mg = 0$$

Considerando que: $f_f = \mu_s N$ podemos escribir

$$N (\sin \theta + \mu \cos \theta) = m \frac{v^2}{R}$$

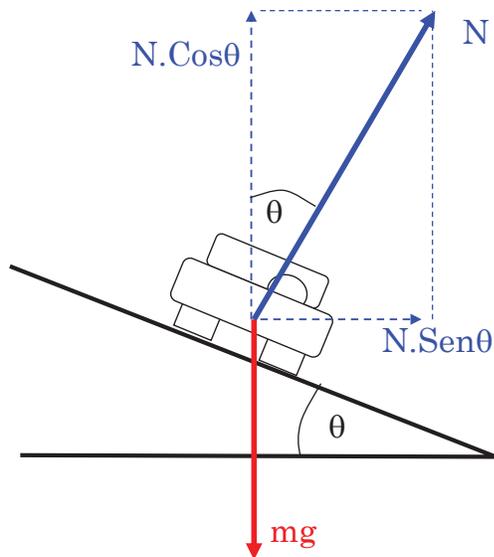
y

$$N (\cos \theta - \mu \sin \theta) = mg$$

$$\frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\cos \theta - \mu \sin \theta} = \frac{v^2}{Rg}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

3°) Considerando que estas autopistas deben ser transitadas con mínima fricción, se tiene:



$$N \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$$

Como no hay movimiento vertical:

$$N \cdot \cos \theta = mg$$

Dividiendo ambas ecuaciones se tiene:

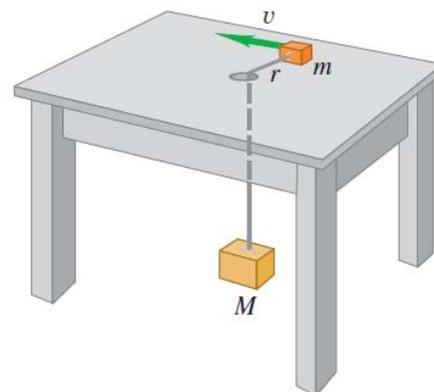
$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

En consecuencia, al planificar una carretera, las curvas se peraltan (bajo un ángulo θ) para una velocidad media de tráfico prevista.

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Un bloque pequeño de masa m descansa sobre una mesa horizontal sin fricción, a una distancia r de un agujero en el centro de la mesa (ver figura). Un cordón atado al bloque pequeño pasa por el agujero y está atado por el otro extremo a un bloque suspendido de masa M . Se imprime al bloque pequeño un movimiento circular uniforme con radio r y rapidez v . ¿Qué rapidez v se necesita para que el bloque grande quede inmóvil una vez que se le suelta?

Figura 5.79 Problema 5.114.

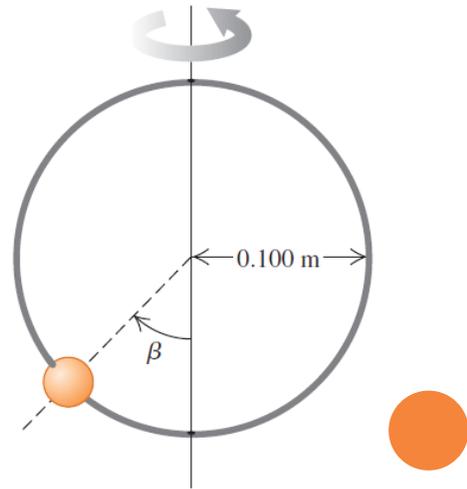


SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR. EJEMPLOS

Una cuenta pequeña puede deslizarse sin fricción por un arco circular de 0.100m de radio, que está en un plano vertical. El aro gira con rapidez constante de 4.00rev/s en torno a un diámetro vertical (ver figura).

Figura 5.80 Problema 5.115.

- Calcule el ángulo β en que la cuenta está en equilibrio vertical. (Desde luego, tiene aceleración radial hacia el eje.)
- ¿Podría la cuenta mantenerse a la misma altura que el centro del aro?
- ¿Qué sucede si el aro gira a 1.00rev/s?



5. Leyes de conservación.



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Antecedentes.

Anteriormente se resolvieron problemas donde se involucraban **fuerzas constantes** utilizando la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

donde **F** viene expresada en función de las propiedades del cuerpo y del medio ambiente que lo rodea, por medio de la ley de fuerzas (o ley de la naturaleza) respectiva que rige el movimiento de un cuerpo.

El problema viene cuando la Fuerza que actúa sobre el cuerpo es variable, en cuyo caso, la aceleración también lo será y, consecuentemente, su estudio se complica.

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Antecedentes.

La forma en que esto se resuelve, en la mayoría de los casos, es usando un enfoque energético.

La energía es un concepto fundamental de la ciencia, pero no es sencillo definirlo con precisión.

La energía de un sistema es una propiedad del mismo que nos refiere a su capacidad para transformar a otros sistemas; pero más importante que esto, es comprender cómo se transforma y como se transfiere.

Hay energía en los seres vivos y en las cosas, y también en las radiaciones que llegan del espacio, pero únicamente detectamos sus efectos cuando algo sucede, es decir, cuando se producen cambios.

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Antecedentes.

La equivalencia entre masa y energía es uno de los resultados más notables de la Teoría especial de la Relatividad de Einstein: la masa es también una forma de energía!!

$$E = mc^2$$

Energía Eléctrica

Energía Química

Energía Elástica

Energía Gravitatoria

Energía Nuclear

Energía Potencial

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Antecedentes.

Hay otros tipos de energía:

Energía Térmica

Energía Radiante

Energía Cinética

Cambio y Conservación de la Energía



Principio de Conservación de la Energía

La energía no se crea ni se destruye.

En cualquier sistema considerado en su totalidad, hay una cantidad que no se modifica: la energía.

La energía puede transformarse o transferirse, pero el balance total de energía del sistema permanece constante

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Trabajo.

El significado físico de la palabra **trabajo** difiere del significado habitual!!

En física diremos que se realiza un trabajo cuando ejercemos una fuerza sobre un cuerpo mientras este se mueve de un lugar a otro, es decir, si sufre un desplazamiento.

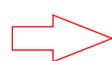
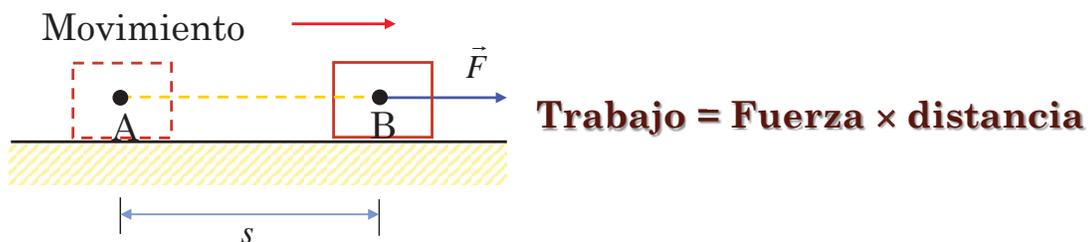
El trabajo será mayor si la fuerza es mayor o si el desplazamiento obtenido es mayor, o si ocurren ambas cosas.



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Trabajo.

Para una fuerza constante paralela al desplazamiento que es rectilíneo, se define el trabajo de la siguiente manera:

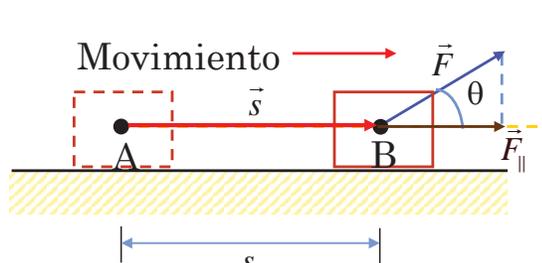


$$W = Fs$$

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Trabajo.

Si la fuerza constante forma un ángulo con la dirección del desplazamiento, para calcular el trabajo sólo se usa la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

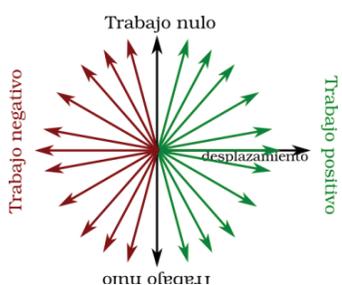


Movimiento \vec{s}

Como $F_{\parallel} = F \cos \theta$ Producto escalar

$$W = F_{\parallel} s \Rightarrow W = F s \cos \theta \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Si $\theta = 90^\circ \Rightarrow W = 0$
Si $0^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow W > 0$
Si $90^\circ < \theta < 180^\circ \Rightarrow W < 0$



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Trabajo total.

¿Cómo calculamos el trabajo cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo?

Podemos usar cualquiera de las ecuaciones anteriores para calcular el trabajo realizado por cada fuerza individual y, como el trabajo es una cantidad escalar, el trabajo total W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el cuerpo es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales.

Otra forma de calcularlo es obtener la suma vectorial de las fuerzas (es decir, la fuerza neta) y usarla en la ecuación que define el trabajo.

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

Trabajo. Ejemplo.

Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30.0kg una distancia de 4.5m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0.25.

- a) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero? a) 73.55N
- b) ¿Cuánto trabajo efectúa dicha fuerza sobre la caja? b) +330.975J
- c) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja? c) -330.975J
- d) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿y la gravedad? d) 0J, 0J
- e) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja? e) 0J

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Relación entre Trabajo y Energía.

Cuando un cuerpo realiza un trabajo, la pérdida de energía de cuerpo es igual al trabajo efectuado.

De forma inversa, cuando se realiza trabajo sobre un cuerpo, este adquiere energía que se manifiesta en el aumento de su rapidez; de la segunda ley de Newton sabemos que una fuerza aplicada sobre un objeto le ocasiona una aceleración, es decir, un cambio de velocidad.

La energía, al igual que el trabajo, es una cantidad escalar cuyas unidades son el Joule (J).

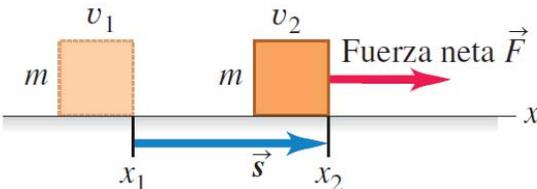
$$1J = 1N \cdot m = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Relación entre Trabajo y Energía.

Consideremos un objeto de masa m sujeto a la acción de una fuerza constante \vec{F} , tal como se muestra.

Dado que la fuerza \vec{F} es constante, la aceleración también lo es, así que podemos calcular la aceleración usando


$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)}$$

Si ahora multiplicamos este resultado por la masa m y el desplazamiento s ($= x_2 - x_1$), encontramos que

$$(ma)s = m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \right) s \quad \text{es decir}$$

$$W_{total} = m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \right)$$

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Energía Cinética (K).

Es la energía (o capacidad para realizar trabajo) que posee un cuerpo debido a su movimiento.

Si un cuerpo de masa m tiene velocidad v , su energía cinética traslacional está dada por

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

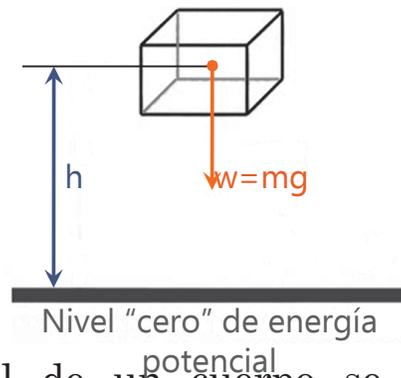
Cuando m está en kg y v en m/s, las unidades de la energía cinética son los Joules.

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Energía Potencial Gravitacional (U_g).

Es la energía que posee un cuerpo debido a su posición en el campo gravitacional.

Un cuerpo de masa m , al caer una distancia vertical h , puede realizar un trabajo de magnitud $mg \times h$ (fuerza por distancia).



La energía potencial gravitacional de un cuerpo se define con respecto a un "nivel arbitrario cero", el cual generalmente es la superficie de la Tierra.

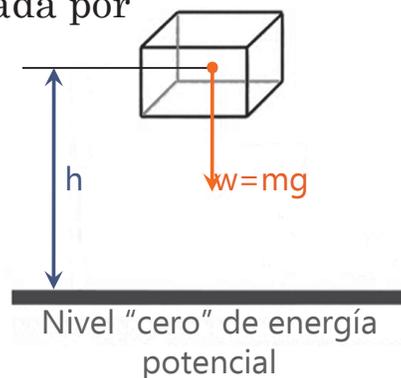
ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Energía Potencial Gravitacional (U_g).

Si un cuerpo está a una altura h sobre el nivel cero (o de referencia), se tiene que la energía potencial gravitacional (o gravitatoria) está dada por

$$U_g = mgh$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad. Si m está en kg, g en m/s^2 y h en m, entonces U_g estará en J.



ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Conservación de la energía mecánica.

Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, es decir, no hay la presencia de alguna fuerza que disipe energía, como la fricción, entonces la energía mecánica se conserva y se tiene que

$$E_{Total} = K + U_g = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

Lo anterior permite conocer la velocidad (o la altura) en un momento dado conociendo el valor de la altura (o la velocidad), así como los valores de ambas en otro momento.

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Ejemplos.

Un objeto de 5kg se lanza con una rapidez de 20m/s desde el techo de un edificio de 10m de altura, ¿con qué rapidez llega al suelo?

Como la energía mecánica se conserva



$$E_{inicial} = E_{final}$$
$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + mgh_{final}$$

Sustituyendo los valores numéricos tenemos

$$\frac{1}{2}(20\text{m/s})^2 + (9.81\text{m/s}^2)(10\text{m}) = \frac{1}{2}v_{final}^2 \Rightarrow 200\text{m}^2/\text{s}^2 + 98.1\text{m}^2/\text{s}^2 = \frac{1}{2}v_{final}^2$$

de donde

$$v = \sqrt{2(298.1\text{m}^2/\text{s}^2)} = 24.4172\text{m/s}$$

ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Ejemplos.

¿A qué altura llega una pelota si esta se lanza desde el suelo con una rapidez de 30m/s?

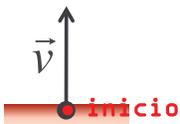
De nuevo, como la energía mecánica se conserva

• final

$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + mgh_{final}$$

Sustituyendo los valores numéricos tenemos



de donde

$$\frac{1}{2}(30\text{m/s})^2 = (9.81\text{m/s}^2)(h)$$

$$h = \frac{900\text{m}^2/\text{s}^2}{2(9.81\text{m/s}^2)} = 45.8715\text{m}$$

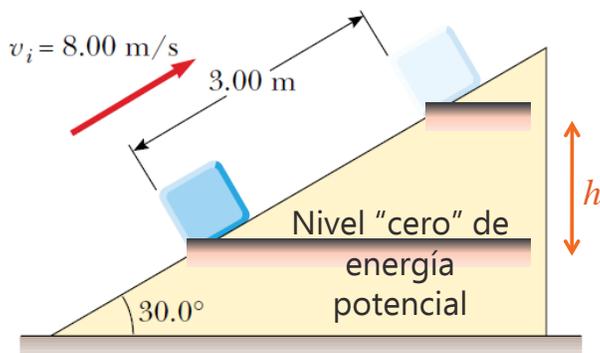
ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL.

Tarea.

Un objeto se lanza con una rapidez inicial de 8.00m/s sobre una mesa inclinada sin fricción, tal como se muestra en el dibujo. (a) ¿Qué rapidez tiene cuando ha recorrido 3.00m sobre la mesa? (b) ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse?

NOTA:

Tome en cuenta que en el cálculo de la energía potencial lo que importa es la altura.



TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

El *Teorema del Trabajo y la Energía Cinética* establece que “*el trabajo total efectuado sobre un sistema es igual al cambio de su energía cinética*”, a saber

$$W_{total} = \Delta K = K_f - K_i$$

lo que permite escribir

$$W_{Total} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

o también

$$F_{Total} \cdot d \cdot \cos\theta = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Con el resultado anterior, si consideramos que la rapidez inicial de un objeto es cero, podemos escribir

$$W_{total} = K_f - K_i = K_f$$

Así, la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total que se efectuó para acelerarla desde el reposo hasta su rapidez actual.

Con esto, la definición

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

no se eligió al azar: es la única definición que concuerda con esta interpretación de la energía cinética.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA. EJEMPLOS.

¿Qué tan grande es la fuerza requerida para acelerar un automóvil de 1300kg desde el reposo hasta una rapidez de 20m/s en una distancia de 80m?

Usando la expresión para el Teorema del trabajo y energía cinética

$$F_{Total} \cdot d \cdot \cos\theta = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Tenemos que

$$F_{Total} \cdot (80m) = \frac{1}{2}(1300kg)(20m/s)^2$$

de donde

$$F_{Total} = 3250N$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA. EJEMPLOS.

Un automóvil de 1200kg viaja a 108km/h, se aplican los frenos y derrapa antes de detenerse. Si la fuerza de fricción entre las llantas y el pavimento es de 6000N, ¿qué distancia recorrerá el coche antes de alcanzar el reposo?

De nuevo, usando la expresión para el Teorema del trabajo y energía cinética

$$F_{Total} \cdot d \cdot \cos\theta = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Tenemos que

$$(\downarrow 6000N) \cdot (d) = \downarrow \frac{1}{2}(1200kg)(30m/s)^2$$

de donde

$$d = 90m$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA. EJERCICIO.

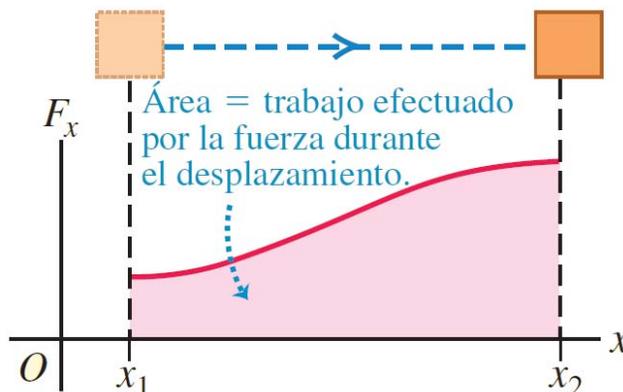
Un automóvil viaja por un camino horizontal con rapidez v_0 en el instante en que los frenos se bloquean, de modo que las llantas se deslizan en vez de rodar. (a) Use el teorema de trabajo-energía para calcular la distancia mínima en que puede detenerse el auto en términos de v_0 , g y el coeficiente de fricción cinética μ_k entre los neumáticos y el camino. (b) ¿En qué factor cambiaría la distancia mínima de frenado, si (i) se duplicara el coeficiente de fricción cinética, (ii) se duplicara la rapidez inicial, o (iii) se duplicaran tanto el coeficiente de fricción cinética como la rapidez inicial?

TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE.

Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por la integral

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

Por otro lado, si recordamos la interpretación geométrica de la integral definida, podemos asociar el trabajo realizado con el área bajo la curva de F_x , tal como se muestra en el esquema.

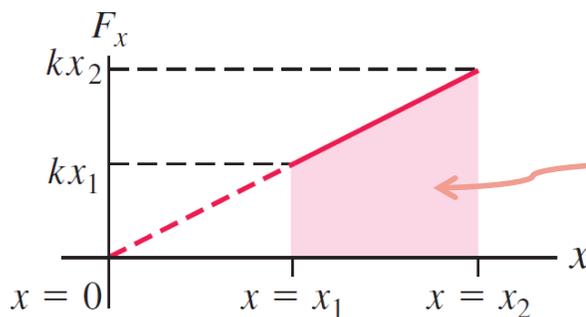


TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE.

Por ejemplo, para el caso de un resorte que satisface la Ley de Hooke se tiene que $F(x) = F_x = kx$, por lo que el trabajo es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

Gráficamente, tenemos el esquema



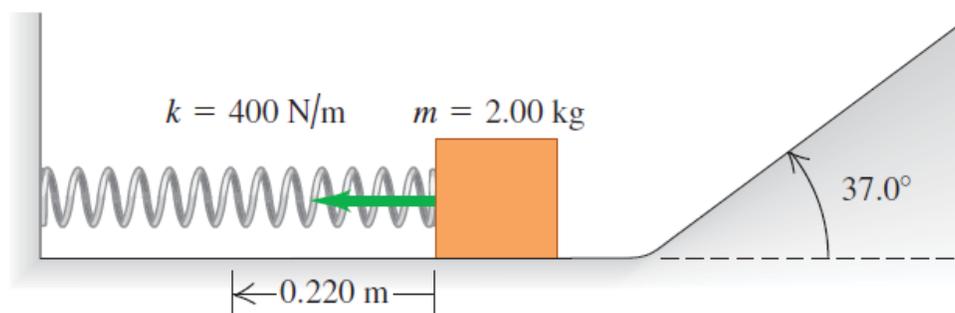
El área sombreada representa el trabajo realizado para estirar el resorte desde x_1 hasta x_2 .

TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE.

EJEMPLO

7.42 Un bloque de 2.00kg se empuja contra un resorte de masa despreciable y constante de fuerza $k = 400\text{N/m}$, comprimiéndolo 0.220m. Al soltarse el bloque, se mueve por una superficie sin fricción que primero es horizontal y luego sube a 37.0° (ver figura). (a) ¿Qué rapidez tiene el bloque al deslizarse sobre la superficie horizontal después de separarse del resorte? (b) ¿Qué altura alcanza el bloque antes de pararse y regresar sobre la parte inclinada?

Figura 7.30 Problema 7.42.



CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y FUERZAS DISIPATIVAS

Cuando se tienen fuerzas distintas de la gravitacional y la elástica que efectúan trabajo sobre una partícula entonces el trabajo realizado por estas otras fuerzas (W_{otras}) es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial total), es decir

$$W_{otras} = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

que puede ser reescrita, para el caso de una fuerza disipativa como la fricción, de la forma

$$W_{friccion} = -f_f d = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

o equivalentemente

$$K_i + U_i - (\mu_k N) d = K_f + U_f$$

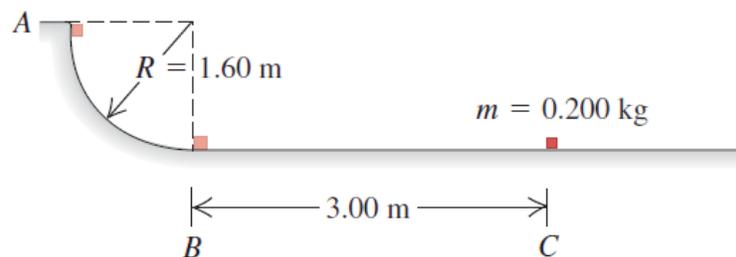
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y FUERZAS DISIPATIVAS. EJEMPLO

7.11 Imagine que, en un parque de diversiones, usted está probando una nueva montaña rusa con un carrito vacío de 120kg de masa. Una parte de la vía es un rizo vertical con radio de 12.0m. En el fondo del rizo (punto *A*), el carrito tiene una rapidez de 25.0m/s; y en la parte superior (punto *B*), de 8.0m/s. ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción cuando el carrito rueda del punto *A* al punto *B*?

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y FUERZAS DISIPATIVAS. EJERCICIO.

7.65 En un puesto de carga de camiones de una oficina de correos, un paquete pequeño de 0.200kg se suelta del reposo en el punto A de una vía que forma un cuarto de círculo de radio de 1.60m (figura 7.39). El paquete es tan pequeño relativo a dicho radio que puede tratarse como partícula. El paquete se desliza por la vía y llega al punto B con una rapidez de 4.80m/s. A partir de aquí, el paquete se desliza 3.00m sobre una superficie horizontal hasta el punto C, donde se detiene. (a) ¿Qué coeficiente de fricción cinética tiene la superficie horizontal? (b) ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el paquete al deslizarse este por el arco circular entre A y B?

Figura 7.39 Problema 7.65.



MOMENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

La **cantidad de movimiento** o **ímpetu** de una partícula se define como el producto de la velocidad v por la masa m de la partícula, a saber

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

La **segunda ley de Newton** establece que el **cambio temporal de la cantidad de movimiento de un objeto es igual a la fuerza aplicada sobre él.**

En términos de la cantidad de movimiento, la Segunda Ley de Newton se escribe como

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

y si m es constante

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \rightarrow F = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

MOMENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

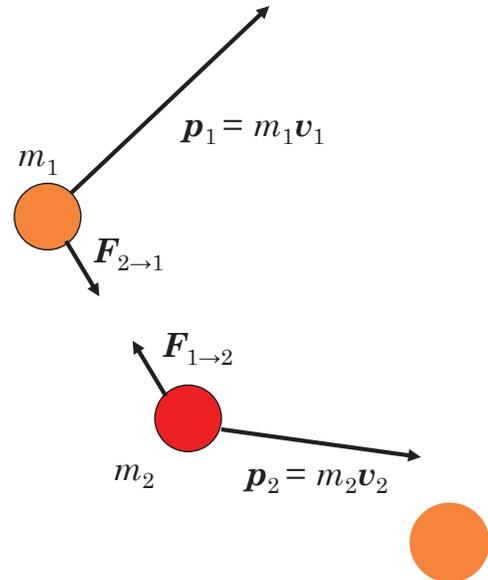
CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA DOS PARTÍCULAS

Para dos partículas aisladas que interactúan mutuamente, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton, se cumple que

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \text{ y } \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

De la Tercera Ley de Newton, tenemos que

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$



MOMENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA DOS PARTÍCULAS

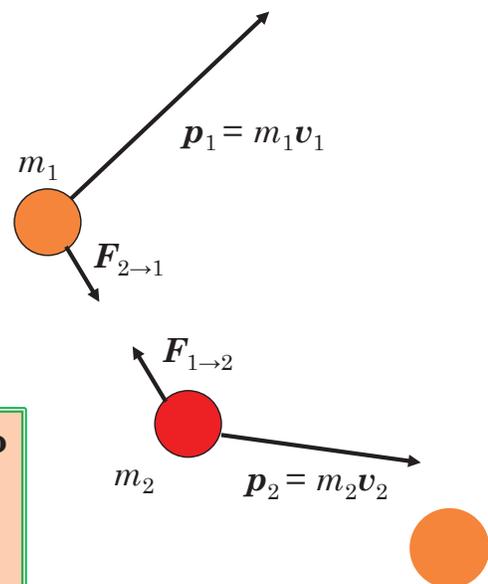
De esta última relación podemos escribir

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

Esto significa que

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{total} = \text{constante}$$

La ley de conservación del momento lineal p establece que “siempre que dos partículas aisladas interactúan entre sí, su momento total p_{total} permanece constante”



MOMENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

En una forma más general, podemos enunciar que “**si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante**”.

La utilidad de este principio radica en que no depende de la naturaleza detallada de las fuerzas internas que actúan entre miembros del sistema, así que podemos aplicarlo incluso si (como suele suceder) sabemos muy poco acerca de las fuerzas internas.

Además, podemos generalizar este principio para un sistema con cualquier número de partículas A , B , C , ... que sólo interactúan entre sí. En este caso

$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_C + \dots = \text{constante}$$

6. Estática de fluidos.

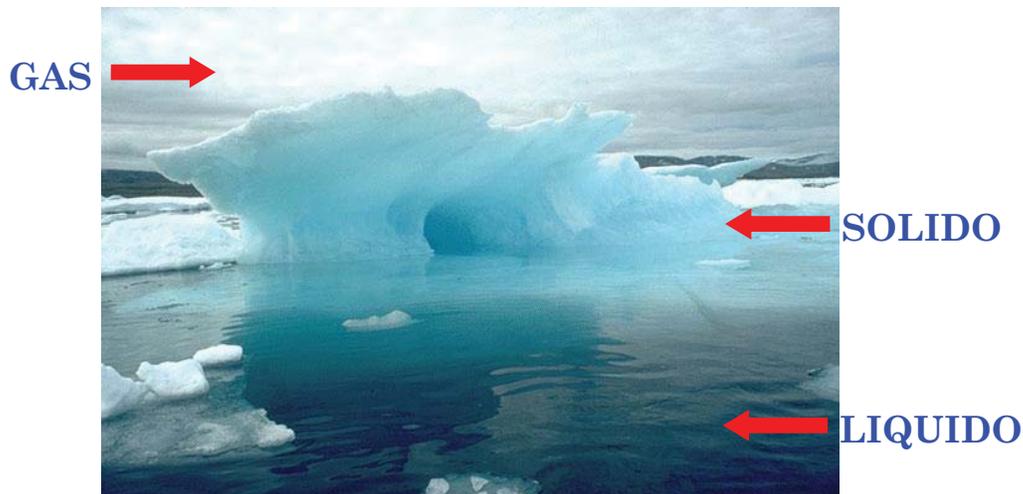


DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Antecedentes. Estados de agregación de la materia

Una manera sencilla de clasificar a la materia es de acuerdo a su estado de agregación, los cuales principalmente son:

gas, líquido y sólido.



DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Antecedentes. Estados de agregación de la materia



Los sólidos: Tienen forma y volumen constantes. Se caracterizan por la rigidez y regularidad de sus estructuras.



Los líquidos: No tienen forma fija pero sí volumen. La variabilidad de forma y el presentar unas propiedades muy específicas son características de los líquidos.



Los gases: No tienen forma ni volumen fijos. En ellos es muy característica la gran variación de volumen que experimentan al cambiar las condiciones de temperatura y presión.

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Densidad.

En un material homogéneo, la densidad (ρ) se define como su masa por unidad de volumen

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

Densidad de Algunos Materiales

GASES	~ 1 kg/m ³	LIQUIDOS	~ 1000 kg/m ³	SOLIDOS	~10,000 kg/m ³
Aire (10 ⁰ C)	1.29 kg/m ³	Agua (20 ⁰ C)	998 kg/m ³	Aluminio	2,700 kg/m ³
CO ₂ (10 ⁰ C)	1.98 kg/m ³	Aceite de Olivo	915 kg/m ³	Cobre	8960 kg/m ³
Helio(10 ⁰ C)	.178 kg/m ³	Mercurio(0 ⁰ C)	13,595 kg/m ³	Plomo	11,300 kg/m ³

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Densidad relativa.

La densidad relativa (ρ_{rel}) es la razón de la densidad de una sustancia respecto a la densidad de una sustancia estándar. Esta sustancia estándar generalmente es el agua a 4⁰C para sólidos y líquidos; mientras que para los gases, generalmente es el aire.

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{estandar}}$$

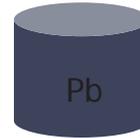
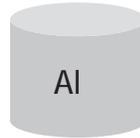
La densidad relativa NO tiene unidades y tiene el mismo valor para todos los sistemas de unidades.

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Densidad. Un ejemplo.

Sustancia	Densidad (10^3 kg/m^3)
Aluminio	2.70
Cobre	8.92
Oro	19.30
Magnesio	1.75
Fierro	7.86
Platino	21.45
Plomo	11.30
Uranio	18.70

¿Cuál de los dos bloques de 10.0cm^3 de Aluminio y de Plomo, posee más masa?



$$\rho = \frac{m}{V}$$



Respuesta: El Aluminio tiene una densidad de 2.70gr/cm^3 , mientras que el plomo es de 11.3gr/cm^3 . Esto es, cada una de las piezas posee una masa

Masa = densidad x volumen

$$\text{Al: masa} = 2.70\text{gr/cm}^3 \times 10\text{cm}^3 < \\ = 27.0\text{gr}$$

$$\text{Pb: masa} = 11.3\text{gr/cm}^3 \times 10\text{cm}^3 \\ = 113.0\text{gr}$$

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Densidad relativa. Un ejemplo.

Obtégase el volumen de 200g de tetracloruro de carbono cuya densidad relativa es de 1.60.

Respuesta:

$$\rho_{relativa} = \frac{\rho}{\rho_{agua}} \rightarrow \rho = \rho_{relativa} \times \rho_{agua}$$

$$\rho = (1.60) \times (1.0 \text{ g/cm}^3) \rightarrow \rho = 1.60 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{200\text{g}}{1.60 \text{ g/cm}^3} \rightarrow V = 125\text{cm}^3$$

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Presión p .

Definimos la presión promedio p sobre un área A , como la fuerza que se aplica dividida por dicha área, considerando que la fuerza se aplica perpendicularmente al área

$$\text{Presión promedio} = \frac{\text{Fuerza que actúa perpendicular a un área}}{\text{área sobre la que se distribuye la fuerza}}$$

es decir

$$p = \frac{F}{A}$$

La unidad de presión en el SI es el pascal (Pa), y 1Pa equivale a 1N/m².

La presión atmosférica (p_{atm}) estándar es de 101,300 Pa.

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Presión dentro de un líquido.

Definimos la *presión hidrostática* o presión dentro de un fluido de densidad ρ , a una profundidad h , como la presión ejercida por una columna de altura h del mismo fluido, a saber

$$p = \rho gh$$

Si el fluido está contenido en un recipiente abierto, la presión anterior se modifica por la presencia de la presión atmosférica, resultando que

$$p = p_{\text{atm}} + \rho gh$$

A este resultado se le conoce como *Ley de Pascal*.

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Presión dentro de un líquido. Un ejemplo.

Cuando un submarino se sumerge a una profundidad de 120m. ¿A qué presión estará sujeta su superficie exterior? Considere que la densidad del agua de mar es de aproximadamente 1.03gr/cm^3 .

Solución:

Partiendo de que $p = p_{atm} + \rho gh$

tenemos

$$p = 101,300Pa + \left(1.03 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (120\text{m})$$

es decir

$$p = 1'313,816Pa = 1.3138MPa$$

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Presión dentro de un líquido. Otro ejemplo.

Un fabricante de relojes dice que los suyos soportan una presión de 3atm antes de que un fluido pueda penetrarlos. Con estos datos, ¿a qué profundidad podría sumergirse un buzo en agua simple?

Solución:

Partiendo de que $p = p_{atm} + \rho gh$

podemos despejar h :

$$h = \frac{p - p_{atm}}{\rho g}$$

En nuestro caso nos lleva a que

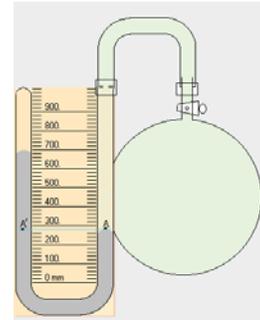
$$h = 20.6523\text{m}$$

DENSIDAD Y PRESIÓN DENTRO DE UN LÍQUIDO. MANÓMETRO.

Manómetro.



El manómetro es un instrumento utilizado para la medición de la presión en los fluidos, generalmente determinando la diferencia de la presión entre el fluido y la presión atmosférica.



Esta diferencia de presión existente en el fluido y la presión atmosférica se conoce como *presión manométrica*.

$$P_{manométrica} = P - P_{atmosférica}$$

PRENSA HIDRÁULICA.

Antecedentes.

En física, el principio de Pascal, enunciado por el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), establece que *cuando cambia la presión en cualquier punto en un fluido (líquido o gas) confinado, en cualquier otro punto en el fluido la presión también cambiará y en la misma proporción*.

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión.

PRENSA HIDRÁULICA.

Aplicación del principio de Pascal.

La prensa hidráulica constituye la aplicación fundamental del principio de Pascal y también un dispositivo que permite entender mejor su significado.

Consiste, en esencia, en dos cilindros de diferente sección comunicados entre sí, y cuyo interior está completamente lleno de un líquido que puede ser agua o aceite.

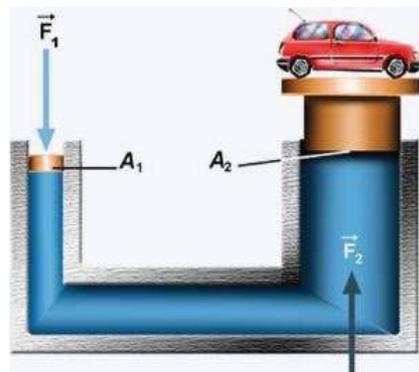
Dos émbolos de secciones diferentes se ajustan, respectivamente, en cada uno de los dos cilindros, de modo que estén en contacto con el líquido.

PRENSA HIDRÁULICA.

Aplicación del principio de Pascal.

Cuando sobre el émbolo de menor sección A_1 se ejerce una fuerza F_1 la presión p_1 que se origina en el líquido en contacto con él se transmite íntegramente y de forma (casi) instantánea a todo el resto del líquido, originando que esta presión sea igual a la presión p_2 ejercida en el otro émbolo de sección transversal A_2 en el que se ejerce una fuerza F_2 , de tal forma que, de acuerdo al principio de Pascal, podemos escribir

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



PRENSA HIDRÁULICA.

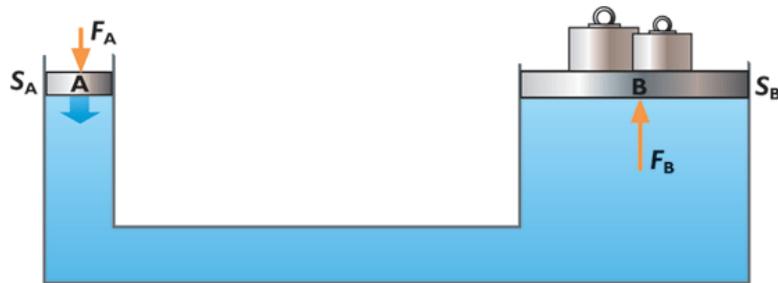
Aplicación del principio de Pascal. Un ejemplo.

En una prensa hidráulica como la mostrada en la figura, el pistón más grande tiene una sección transversal (S_B) de 200cm^2 , mientras que el área de la sección transversal del pistón pequeño (S_A) es 5cm^2 . Si una fuerza de 250N es aplicada sobre el pistón pequeño, ¿qué fuerza F_B se ejerce en el pistón grande?

Respuesta:

$$F_B = \frac{F_A S_B}{S_A}$$

$$F_B = 10,000\text{N}$$



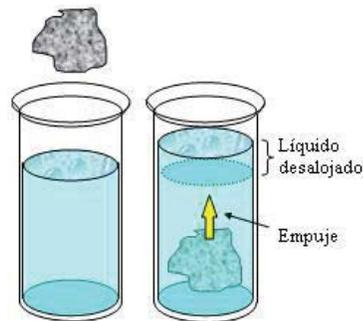
PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES.

Es un principio físico que afirma que *un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido estático, será empujado con una fuerza ascendente (o boyante) B igual al peso del volumen de fluido desplazado por dicho cuerpo*

Esta fuerza recibe el nombre de *empuje hidrostático* o de *Arquímedes* y, en el SI, se mide en newtons .

El principio de Arquímedes se formula así:

$$B = \rho_f g V_d$$



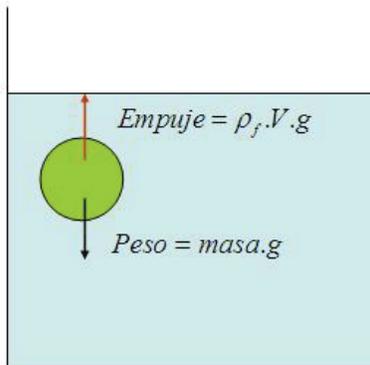
donde ρ_f es la densidad del fluido, g la aceleración de la gravedad y V_d el volumen del cuerpo sumergido.

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES.

¿De qué depende que un cuerpo flote o no?

De la resultante de fuerzas que actúan sobre él.

Sobre un cuerpo colocado en un fluido actúan, al menos, dos fuerzas: el peso (hacia abajo) y el empuje (hacia arriba).



- Si la magnitud del peso es mayor que la del empuje, el objeto se hunde.
- Si las magnitudes del peso y del empuje son iguales, el objeto flota.
- Si la magnitud del empuje es mayor que la del peso, el cuerpo asciende hasta el punto en que ambas se igualan.

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES. UN EJEMPLO.

Una roca de 70kg yace en el fondo de un lago ($\rho=1.0\text{gr}/\text{cm}^3$). Si su volumen es de $3.0 \times 10^4 \text{cm}^3$, (a) ¿qué fuerza se requiere para levantarla? (b) ¿Cuál es la masa aparente de la roca?

Respuesta:

En este caso, el peso de la roca es

$$W = mg = (70\text{kg})(9.81\text{m}/\text{s}^2) = 686.7\text{N}$$

mientras que el empuje es

$$B = \rho_f g V_d = (1.0 \times 10^3 \text{kg}/\text{m}^3)(9.81\text{m}/\text{s}^2)(3.0 \times 10^{-2} \text{m}^3) = 294.3\text{N}$$

Así que la fuerza requerida para levantar la roca es la diferencia entre el peso y la fuerza boyante, 392.4N.

Con esto, la masa aparente de la roca es 40kg.

TENSIÓN SUPERFICIAL.

Antecedentes.



TENSIÓN SUPERFICIAL.

Antecedentes.

Varias observaciones comunes sugieren que la superficie de un líquido se comporta como una membrana estirada bajo tensión, como el forro de un tambor.

Por ejemplo, una gota de agua que cae de una llave o que cuelga de una rama pequeña en el rocío matutino adquiere una forma casi esférica, como si fuera un pequeño globo lleno de agua.

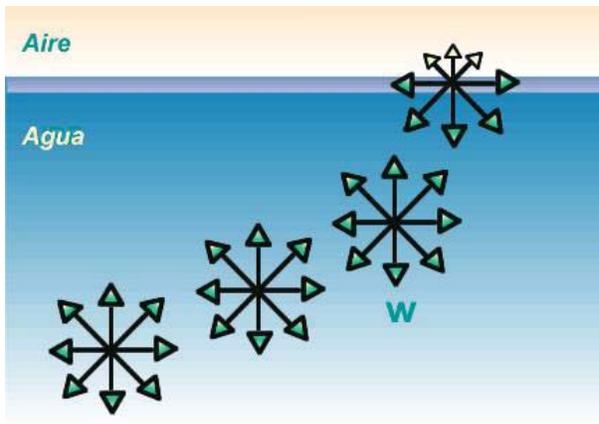


Otro ejemplo de este fenómeno es un clip de hierro que puede flotar sobre la superficie del agua, aun cuando el hierro tiene mayor densidad que el agua.



TENSIÓN SUPERFICIAL.

El que la superficie de un líquido se comporte como si estuviera bajo tensión se debe a las fuerzas de atracción entre las moléculas (conocida como *fuerzas débiles de Van Der Waals*), por lo que esta tensión se da en forma paralela a la superficie.

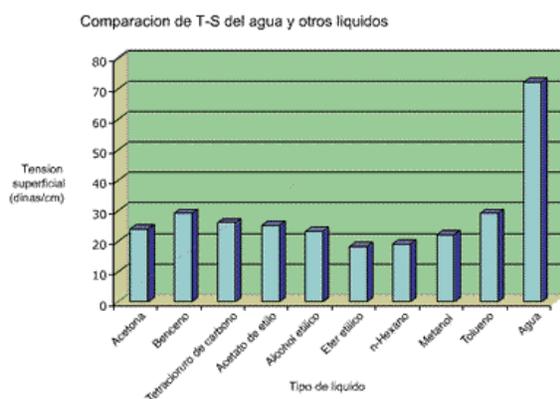


En general, la tensión superficial disminuye con la temperatura, ya que las fuerzas de cohesión disminuyen al aumentar la agitación térmica.

TENSIÓN SUPERFICIAL.

Tensión superficial (T-S) del agua.

Dado que las fuerzas intermoleculares de atracción entre moléculas de agua se deben a los enlaces de hidrógeno y éstos representan una alta energía, la tensión superficial del agua es mayor que la de muchos otros líquidos.



Las sustancias que disminuyen la tensión superficial de un líquido o la acción interfacial entre dos líquidos, se conocen como *agentes tensoactivos*.

7. Dinámica de Fluidos.



GASTO.

Antecedentes.

Cuando un fluido está en movimiento, su flujo puede ser caracterizado, principalmente, en dos tipos: laminar y turbulento.

Se dice que es laminar si cada partícula del fluido sigue una trayectoria suave, mientras que será turbulento si la trayectoria seguida es irregular, similar a torbellinos.



Debido a que el movimiento de fluidos reales es muy complejo y no completamente entendido, se tienen que hacer algunas hipótesis con relación a dicho movimiento.



GASTO.

Antecedentes. Fluido ideal.

El modelo de fluido ideal consiste en considerar que

- *el fluido es no viscoso.* La fricción interna se desprecia.
- *el fluido es estacionario.* La velocidad del fluido en cada punto permanece constante.
- *el fluido es incompresible.* La densidad del fluido es constante.
- *el flujo es irrotacional.* Si colocamos una pequeña rueda de paletas sumergida en un líquido que fluye, si el fluido es irrotacional entonces esta se desplazará sin girar, en caso de hacerlo, el fluido es rotacional.

GASTO.

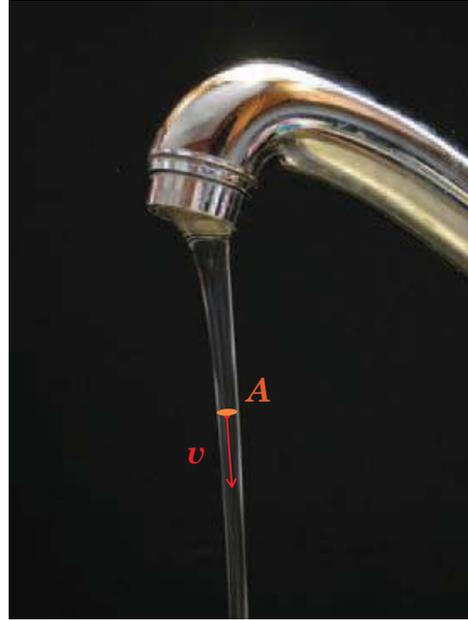
El Gasto en una tubería.

Se define el *gasto* o descarga Q (en m^3/s) de un fluido en una tubería como

$$Q = A v$$

donde A es el área transversal del tubo (en m^2) y v es la rapidez del fluido (en m/s), al cruzar dicha área.

En ocasiones, al gasto Q se le llama rapidez (o velocidad) de flujo.



GASTO. UN EJEMPLO

¿Con qué rapidez sale el agua de una manguera que tiene un diámetro de 1.5cm si nos permite llenar un recipiente de 20lt en 12s?

Solución:

A partir de la definición de gasto: $Q = Av$

despejamos la rapidez: $v = \frac{Q}{A}$

Por otro lado, el área de un círculo es $A = \pi r^2$

Así que en este caso, tenemos que

$$v = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{(20 \times 10^{-3} m^3) / 12s}{\pi \left(\frac{0.015m}{2} \right)^2} = 9.4314 m/s$$

GASTO.

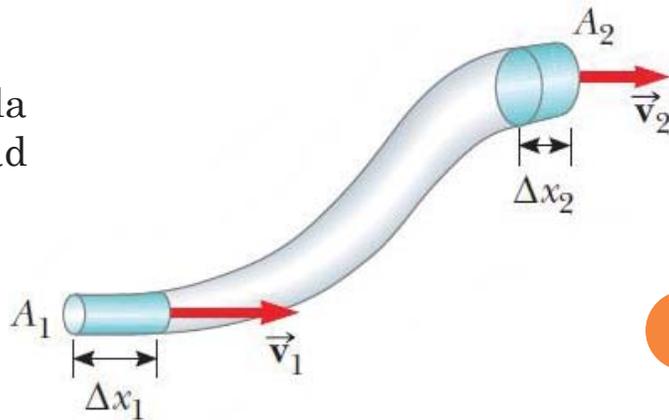
El Gasto y la ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad establece que “*para un fluido incompresible el gasto a través de una tubería cerrada es una constante*”.

La ecuación de continuidad es una consecuencia de la conservación de la masa.

Matemáticamente, la ecuación de continuidad se escribe como

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



GASTO. OTRO EJEMPLO

El radio de la aorta es de aproximadamente 1.2cm, y la sangre que pasa a través de ella tiene una rapidez cercana a 40cm/s.

- Calcule el gasto.
- Si el área transversal total de las arterias del cuerpo es aproximadamente de 2.0cm^2 , ¿qué rapidez tiene la sangre en una arteria?
- Si un capilar típico tiene un radio aproximado de $4 \times 10^{-4}\text{cm}$ y la sangre fluye en él con una rapidez aproximada de $5 \times 10^{-4}\text{m/s}$, estime el número de capilares que hay en el cuerpo.

ECUACIÓN DE BERNOULLI.

Antecedentes.

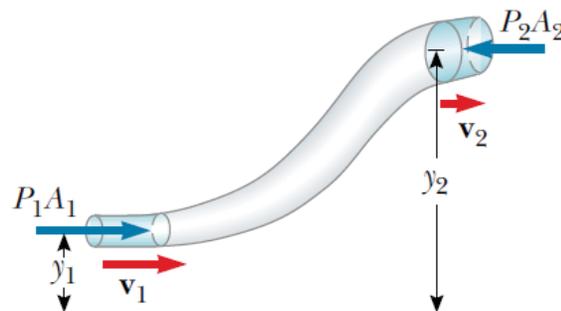
En 1738, el físico suizo Daniel Bernoulli hace una aportación muy importante al hacer una descripción cuantitativa del movimiento de un fluido a lo largo de una tubería cerrada.

Bernoulli fue el primero en deducir una relación entre la elevación, la presión y la rapidez de un fluido; esta relación es la llamada **Ecuación de Bernoulli**.



ECUACIÓN DE BERNOULLI.

Si consideramos el movimiento de un fluido ideal a través de una tubería no uniforme en un instante dado, como se muestra en el esquema, la **Ecuación de Bernoulli** se escribe como



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

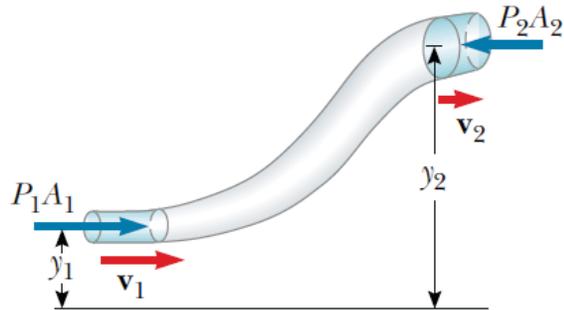
donde

- P_1 y P_2 son las presiones en los puntos 1 y 2;
- v_1 y v_2 son las velocidades en los puntos 1 y 2; y
- y_1 y y_2 son las elevaciones de los puntos 1 y 2.

ECUACIÓN DE BERNOULLI.

La expresión de Bernoulli para un fluido ideal, es expresada comúnmente como

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gy = \text{constante}$$

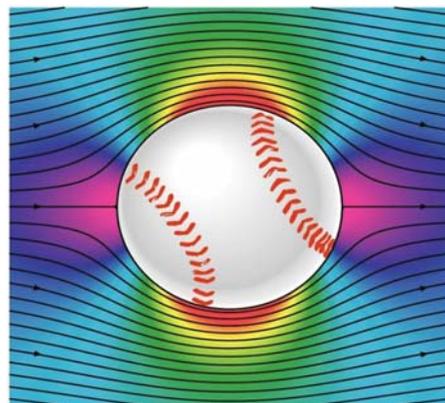


Esta expresión indica que

- *si la velocidad aumenta, la presión disminuye;*
- *cuando la altura aumenta, la presión disminuye.*

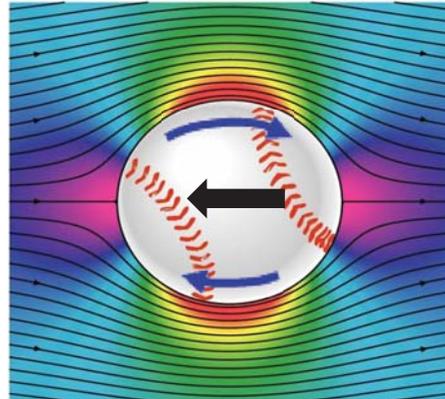
ECUACIÓN DE BERNOULLI. UNA APLICACIÓN.

- Al lanzar una pelota girando y siguiendo una trayectoria horizontal y recta, esta arrastra consigo una pequeña capa de aire que la rodea.
- Entonces se puede ver como si la pelota estuviera inmóvil y el aire se desplazara con la misma velocidad que lo hace la pelota (velocidad relativa).



ECUACIÓN DE BERNOULLI. UNA APLICACIÓN.

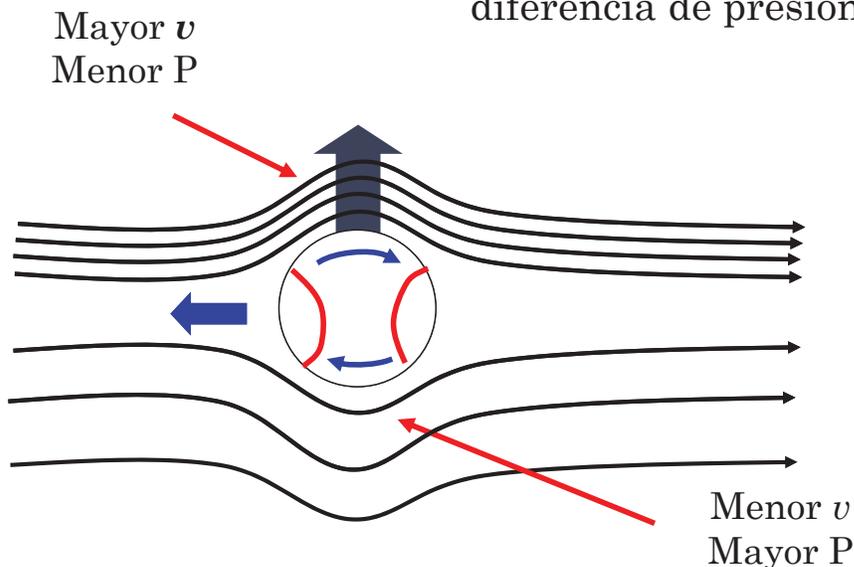
- Si consideramos que la pelota gira en el sentido de las manecillas del reloj y se desplaza hacia la izquierda.



- Se tiene entonces que:
 - Las líneas de flujo se distorsionan
 - La velocidad en la parte superior es mayor que en la parte inferior de la pelota.
 - Utilizando la expresión de Bernoulli, esto implica que la presión arriba es menor que en la parte de abajo.

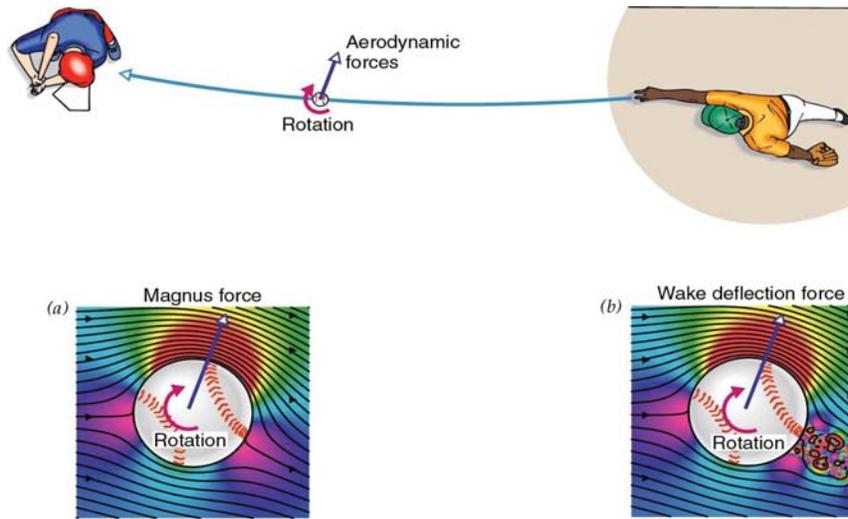
ECUACIÓN DE BERNOULLI. UNA APLICACIÓN.

La pelota se desplaza hacia la parte superior debido a la diferencia de presiones que siente



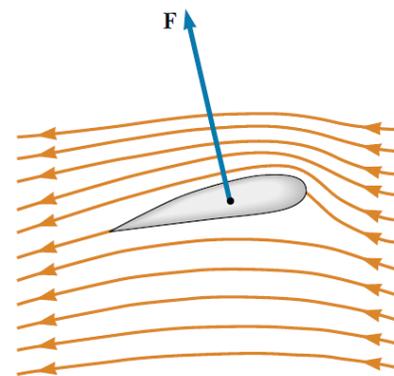
ECUACIÓN DE BERNOULLI. UNA APLICACIÓN.

Con esta información, ya podemos lanzar bolas de tipo “curvas” y “screwballs”



ECUACIÓN DE BERNOULLI. UN EJEMPLO.

¿Cuál es la fuerza de sustentación, en Newtons, debida al principio de Bernoulli sobre un ala de avión de 70m^2 de área, si el aire ($\rho = 1.29\text{kg/m}^3$) pasa sobre sus superficies superior e inferior a velocidades de 340m/s y 290m/s , respectivamente?



ECUACIÓN DE BERNOULLI. TAREA.

El suministro de agua de una ciudad tiene una presión manométrica de 3.8 atm en la red principal y entra a la tubería de 5.0cm de diámetro de un edificio de oficinas con una velocidad de 0.60m/s. Los tubos se estrechan hasta un diámetro de 2.6cm en el piso superior a 20m de altura. Calcule (a) la velocidad de flujo; y (b) la presión, en el tubo del piso superior.

VISCOSIDAD.

Antecedentes.

A partir de la Ecuación de Bernoulli tenemos que si una sustancia, digamos agua, circula por una tubería o manguera que se encuentre de manera horizontal (a la misma altura) y además el diámetro de la tubería no varié, entonces la presión del fluido no varia

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$



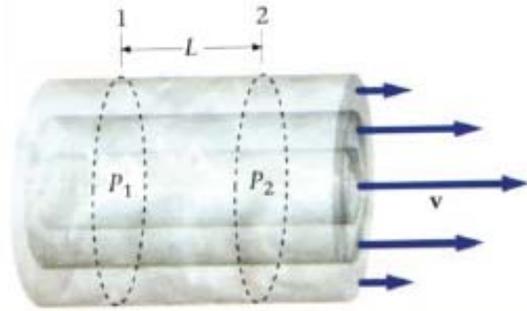
$$P_1 = P_2 = cte.$$



En la práctica SÍ VARIA. La razón la vamos a tratar a continuación

VISCOSIDAD.

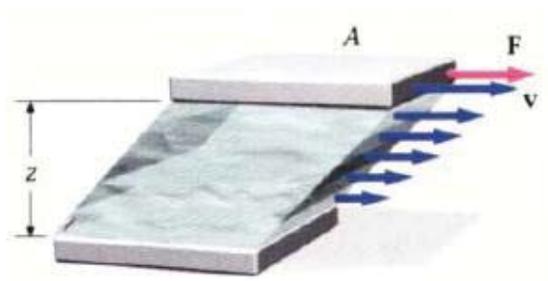
La variación en la presión es debido a fuerzas de frenado o “fricción” que existen entre las diferentes capas que componen el fluido. Este rozamiento es interno al material, y de ninguna manera se está considerando la fricción entre el fluido y la tubería por la que circula.



La expresión de Bernoulli nos indica que la presión en las capas más internas es menor que las capas más externas, debido a la diferencia de velocidad que existe entre ellas.

VISCOSIDAD.

La viscosidad es una medida de la resistencia del fluido a derramarse o fluir por el interior de un conducto y depende de muchos parámetros fisicoquímicos.

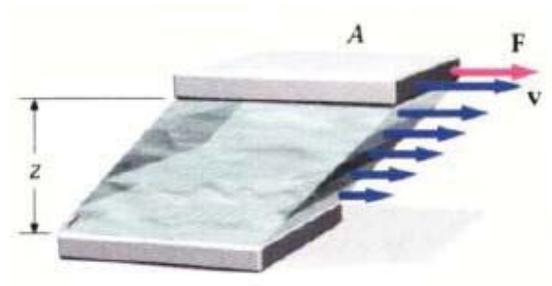


Primeramente consideremos que la viscosidad del material no depende de la temperatura, concentración, etc.

La manera más sencilla de determinar la dependencia y valor de la viscosidad consiste en considerar dos placas planas y paralelas entre las cuales se coloca la muestra o fluido al que se le quiera determinar el valor de la viscosidad (resistencia al flujo).

VISCOSIDAD.

A la placa superior se le aplica una fuerza constante y paralela a la placa, mientras que la placa inferior permanece inmóvil.



Supondremos que el fluido se desplaza en capas, cada una con velocidad constante.

Las capa del fluido en contacto con las placas se desplazan con la misma velocidad que las placas

Supondremos que el perfil con el que se desplazan entre si las diferentes capas de fluido posee una forma lineal.

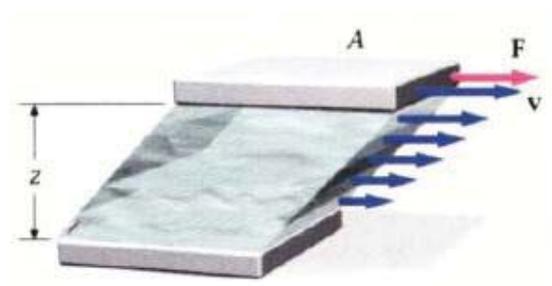
VISCOSIDAD.

Con las consideraciones anteriores se tiene que

$$F = \eta \frac{vA}{z}$$

donde

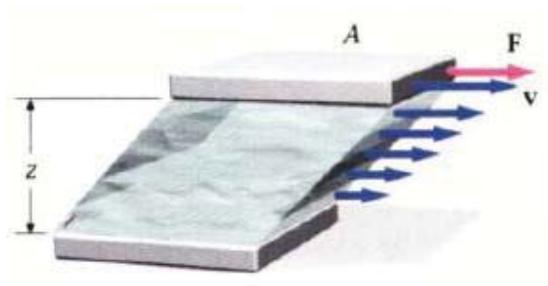
- F es la fuerza aplicada, paralela a las placas;
- v es la velocidad con que se mueve la placa móvil;
- A es el área de las placas;
- z es la separación entre ellas;
- η es la viscosidad.



VISCOSIDAD.

De la expresión anterior, podemos despejar la viscosidad η , de tal forma que

$$\eta = \frac{Fz}{vA}$$



por lo que en el SI la unidad de la viscosidad es $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ o $\text{Pa}\cdot\text{s}$; mientras que en el sistema CGS la unidad es el Poise (P).

$$1\text{Pa}\cdot\text{s} = 10\text{P}$$

$$1\text{cP} = 0.01\text{P}$$

VISCOSIDAD. ALGUNOS VALORES.



Fluido	Temperatura (°C)	Coefficiente de viscosidad, η (Pa·s)*
Agua	0	1.8×10^{-3}
	20	1.0×10^{-3}
	100	0.3×10^{-3}
Sangre entera	37	$\approx 4 \times 10^{-3}$
Plasma sanguíneo	37	$\approx 1.5 \times 10^{-3}$
Alcohol etílico	20	1.2×10^{-3}
Aceite de motor (SAE 10)	30	200×10^{-3}
Glicerina	20	$1\,500 \times 10^{-3}$
Aire	20	0.0018×10^{-3}
Hidrógeno	0	0.009×10^{-3}
Vapor de agua	100	0.013×10^{-3}

*1 Pa·s = 10 P = 1 000 cP

La viscosidad disminuye a medida que la temperatura aumenta

