Física I

Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano (Responsable)

Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos

Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui

Dr. Santos Jesús Castillo

Webpage: http://paginas.fisica.uson.mx/qb

Universidad de Sonora

Tema 7: Dinámica de fluidos.

i. Características de los fluidos ideales y viscosos
ii. Concepto de gasto o flujo volumétrico y su conservación
iii. Flujo de masa y ecuación de continuidad
iv. Ecuación de Bernoulli para fluidos no viscosos
v. Presión en fluidos no viscosos en movimiento a través de tuberías
vi. Aplicación de la ecuación de Bernoulli
vii. Viscosidad de las sustancias. Fluidos Newtonianos y no Newtonianos
viii. Ley de Hagen-Poiseuille para flujo laminar
ix. Perfil de velocidad en régimen laminar
x. Numero de Reynolds y regímenes de flujo
xi. Estudio de objetos moviéndose en un fluido viscoso en reposo
xii. Aplicaciones a las Ciencias Biológicas u otras afines.

Antecedentes.

Cuando un fluido está en movimiento, su flujo puede ser caracterizado, principalmente, en dos tipos: laminar y turbulento.

Se dice que es laminar si cada partícula del fluido sigue una trayectoria suave, mientras que será turbulento si la trayectoria seguida es irregular, similar a torbellinos.

Debido a que el movimiento de fluidos reales es muy complejo y no completamente entendido, se tienen que hacer algunas hipótesis con relación a dicho movimiento.

Antecedentes. Fluido ideal.

El modelo de fluido ideal consiste en considerar que

- *el fluido es no viscoso*. La fricción interna se desprecia.
- *el fluido es estacionario*. Todas las partículas que pasan a través de un punto tienen la misma velocidad
- *el fluido es incompresible*. La densidad del fluido es constante.
- *el flujo es irrotacional*. Si colocamos una pequeña rueda de paletas sumergida en un líquido que fluye, si el fluido es irrotacional entonces esta se desplazará sin girar, en caso de hacerlo, el fluido es rotacional.

El Gasto en una tubería.

Se define el *gasto* o descarga Q (en m^3/s) de un fluido en una tubería como

$$\boxed{Q = A\,v}$$

donde A es el área transversal del tubo (en m^2) y v es la rapidez del fluido (en m/s), al cruzar dicha área.

En ocasiones, al gasto Q se le llama rapidez (o velocidad) de flujo.

El Gasto en una tubería. Un ejemplo.

¿Con qué rapidez sale el agua de una manguera que tiene un diámetro de 1.5cm si nos permite llenar un recipiente de 20lt en 12s?

Solución:

A partir de la definición de gasto: $Q = Av$

despejamos la rapidez: $v = \frac{Q}{A}$

Por otro lado, el área de un círculo es $A = \pi r^2$

Así que en este caso, tenemos que

$$v = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{\left(20x10^{-3}m^3\right)/12s}{\pi\left(\frac{0.015m}{2}\right)^2} = 9.4314\,{}^{m}/_{s}$$

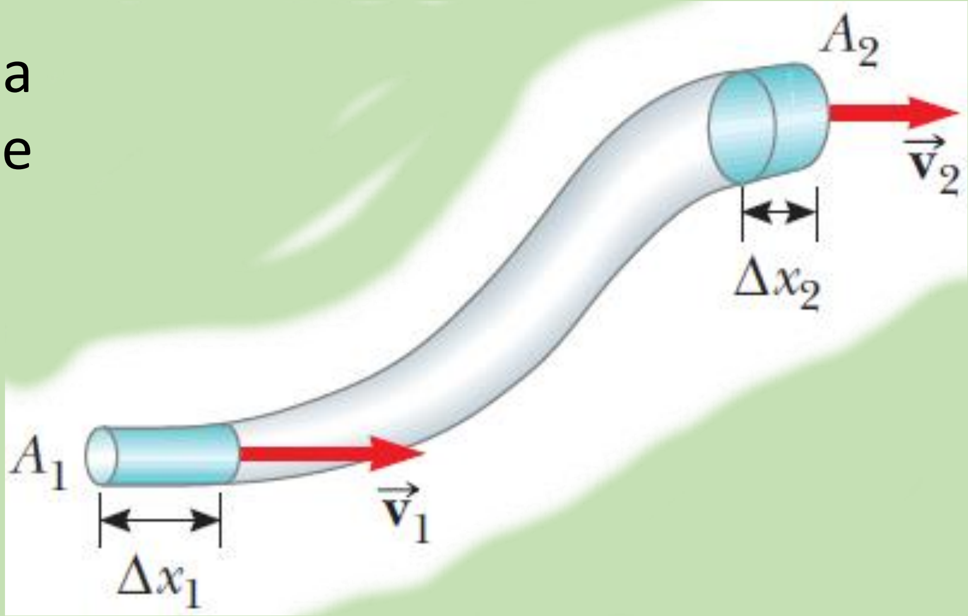
El Gasto y la ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad establece que *“para un fluido incompresible el gasto a través de una tubería cerrada es una constante”*.

La ecuación de continuidad es una consecuencia de la conservación de la masa.

Matemáticamente, la ecuación de continuidad se escribe como

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$



El Gasto y la ecuación de continuidad. Un ejemplo.

El radio de la aorta es de aproximadamente 1.2cm, y la sangre que pasa a través de ella tiene una rapidez cercana a 40cm/s.

(a) Calcule el gasto.

(b) Si el área transversal total de las arterias del cuerpo es aproximadamente de $2.0cm^2$, ¿qué rapidez tiene la sangre en una arteria?

(c) Si un capilar típico tiene un radio aproximado de $4x10^{-4}$ cm y la sangre fluye en él con una rapidez aproximada de $5x10^{-4}$m/s, estime el número de capilares que hay en el cuerpo.

a) El gasto está dado por

$$Q_a = A_a v_a = \pi r_a^2 v_a = 1.81x10^{-4}\, {m^3}/{s}$$

El Gasto y la ecuación de continuidad. Un ejemplo.

a) De la ecuación de continuidad, tenemos:

$$v_{art} = \frac{v_a A_a}{A_{art}} = \frac{1.81x10^{-4}\, m^3/s}{2x10^{-4}\, m^2} = 0.905\, m/s$$

b) Nuevamente usamos la Ec. de continuidad, tomando en cuenta el área de todos los capilares

$$A_T = NA_c = N\pi r_c^2 \qquad A_a v_a = NA_c v_c$$

$$N = \frac{\pi r_a^2 v_a}{\pi r_c^2 v_c} = 7.2x10^9\, capilares$$

Ecuación de Bernoulli.

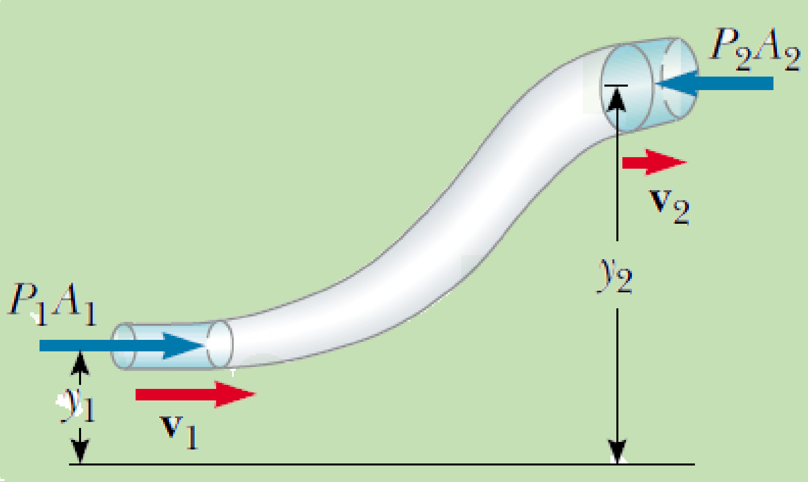
Antecedentes.

En 1738, el físico suizo Daniel Bernoulli hace una aportación muy importante al hacer una descripción cuantitativa del movimiento de un fluido a lo largo de una tubería cerrada.

Bernoulli fue el primero en deducir una relación entre la elevación, la presión y la rapidez de un fluido; esta relación es la llamada Ecuación de Bernoulli.

Ecuación de Bernoulli.

Si consideramos el movimiento de un fluido ideal a través de una tubería no uniforme en un instante dado, como se muestra en el esquema, la **Ecuación de Bernoulli** se escribe como



$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

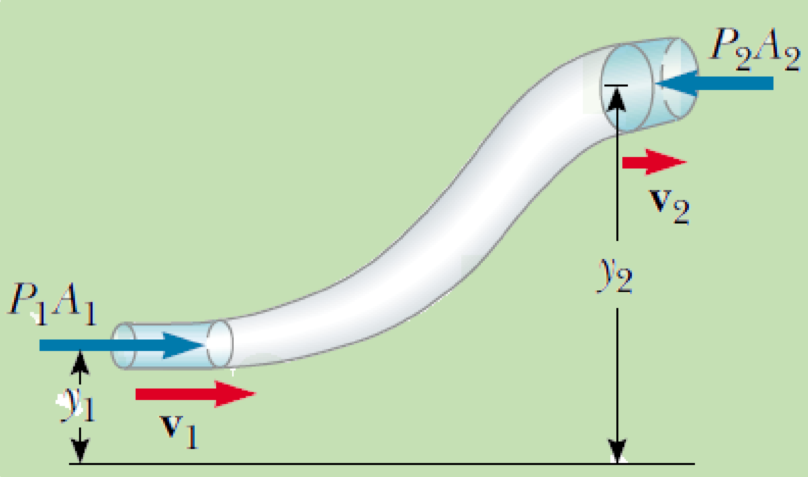
donde

- P_1 y P_2 son las presiones en los puntos 1 y 2;
- v_1 y v_2 son las velocidades en los puntos 1 y 2; y
- y_1 y y_2 son las elevaciones de los puntos 1 y 2.

Ecuación de Bernoulli.

La expresión de Bernoulli para un fluido ideal, es expresada comúnmente como

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

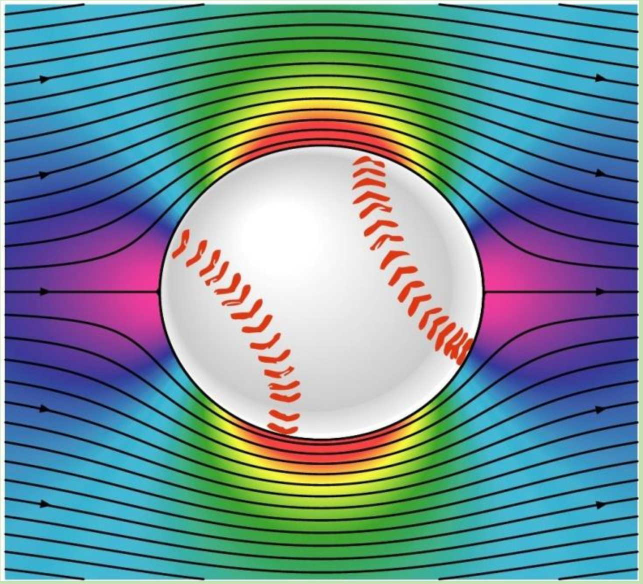


Esta expresión indica que

- *si la velocidad aumenta, la presión disminuye*;
- *cuando la altura aumenta, la presión disminuye*.

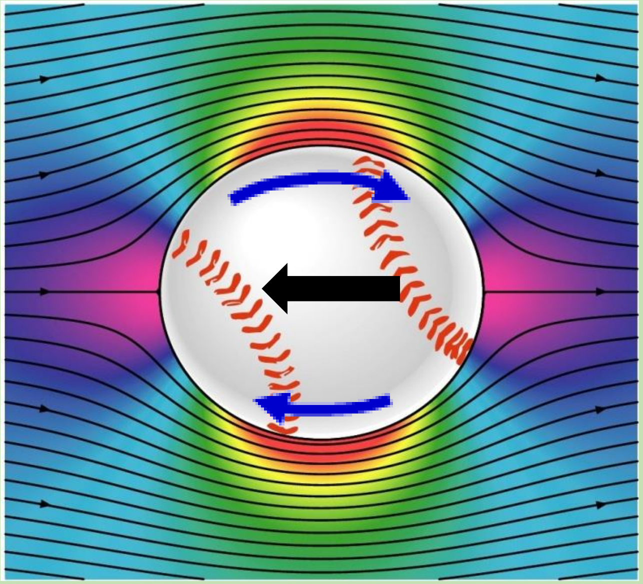
Ecuación de Bernoulli. Una aplicación.

- Al lanzar una pelota girando y siguiendo una trayectoria horizontal y recta, esta arrastra consigo una pequeña capa de aire que la rodea.
- Entonces se puede ver como si la pelota estuviera inmóvil y el aire se desplazara con la misma velocidad que lo hace la pelota (velocidad relativa).



Ecuación de Bernoulli. Una aplicación.

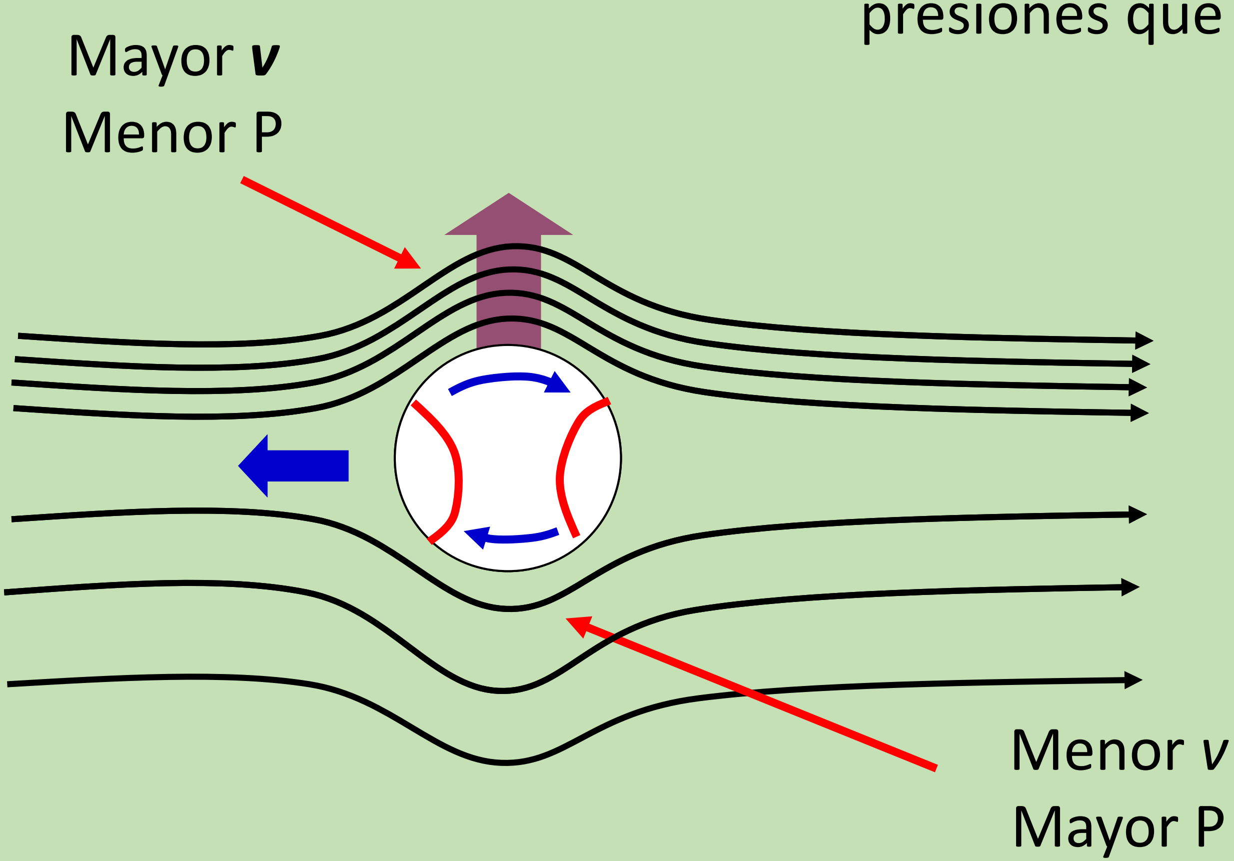
- Si consideramos que la pelota gira en el sentido de las manecillas del reloj y se desplaza hacia la izquierda.
- Se tiene entonces que:
  - Las líneas de flujo se distorsionan



  - La velocidad en la parte superior es mayor que en la parte inferior de la pelota.
  - Utilizando la expresión de Bernoulli, esto implica que la presión arriba es menor que en la parte de abajo.

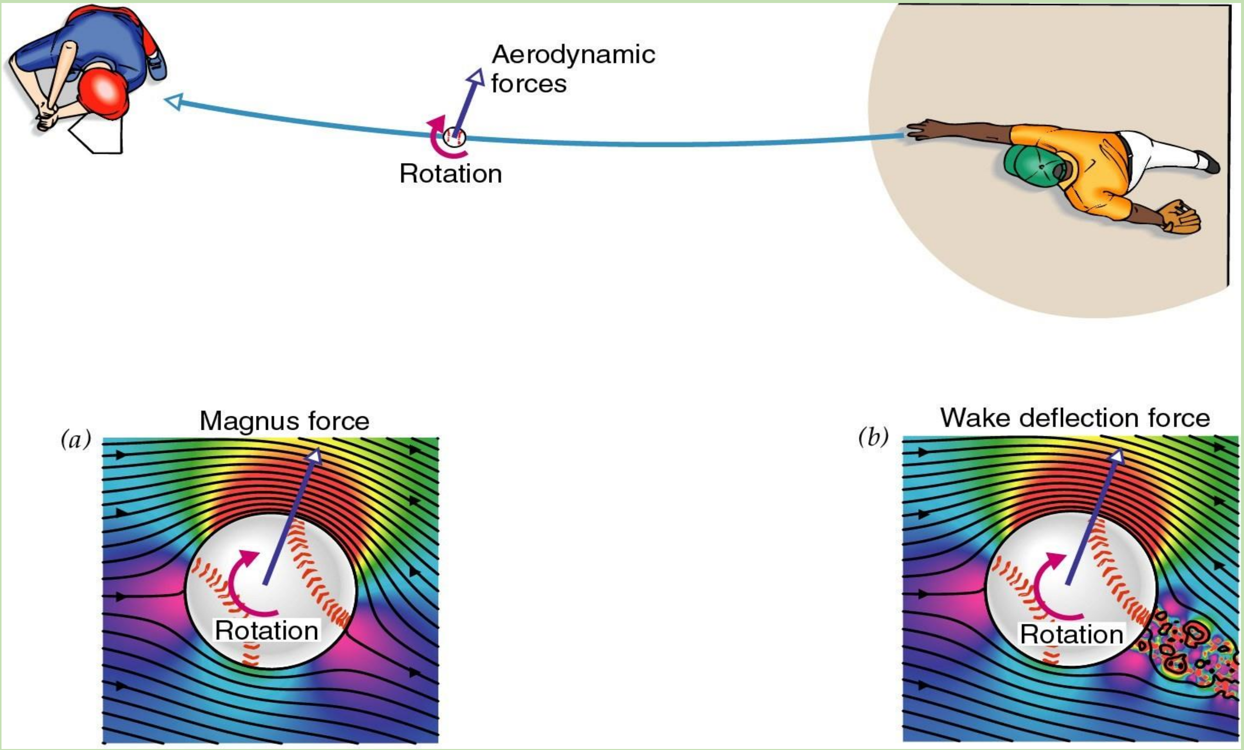
Ecuación de Bernoulli. Una aplicación.

La pelota se desplaza hacia la parte superior debido a la diferencia de presiones que siente



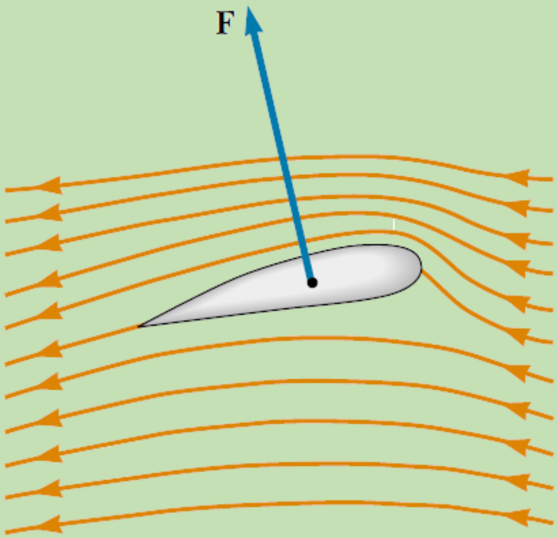
Ecuación de Bernoulli. Una aplicación.

Con esta información, ya podemos lanzar bolas de tipo “curvas” y “screwballs”



Ecuación de Bernoulli. Un ejemplo

¿Cuál es la fuerza de sustentación, en Newtons, debida al principio de Bernoulli sobre un ala de avión de 70m^2 de área, si el aire (ρ =1.29kg/m^3) pasa sobre sus superficies superior e inferior a velocidades de 340m/s y 290m/s, respectivamente?



$$F = PA = \left(P_{\text{sup}} - P_{\text{inf}}\right)A = \Delta PA = 1.42x10^6\, N$$

$$P_{\text{sup}} + \frac{1}{2}\rho v_{\text{sup}}^2 + \rho g y_{\text{sup}} = P_{\text{inf}} + \frac{1}{2}\rho v_{\text{inf}}^2 + \rho g y_{\text{inf}}$$

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho\left(v_{\text{inf}}^2 - v_{\text{sup}}^2\right) + \rho g\left(y_{\text{inf}} - y_{\text{sup}}\right) = 20{,}315.5 Pa$$

Donde $y_{\text{inf}} - y_{\text{sup}}$ es prácticamente 0.0m

Ecuación de Bernoulli.

El suministro de agua de una ciudad tiene una presión manométrica de 3.8 atm en la red principal y entra a la tubería de 5.0cm de diámetro de un edificio de oficinas con una velocidad de 0.60m/s. Los tubos se estrechan hasta un diámetro de 2.6cm en el piso superior a 20m de altura. Calcule (a) la velocidad de flujo; y (b) la presión, en el tubo del piso superior.

- De la Ec. de continuidad tenemos que:

$$v_{rp} = \frac{v_t A_t}{A_{rp}} = \frac{v_t \pi r^2}{\pi r^2}$$

Ecuación de Bernoulli.

- Despejamos de la Ec. De Bernoulli

$$P_2 = P_1 + \rho g\left(y_1 - y_2\right) + \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

donde

$$P_1 = P_{manométrica} - P_{atm}$$

Viscosidad

Antecedentes.

A partir de la Ecuación de Bernoulli tenemos que si una sustancia, digamos agua, circula por una tubería o manguera que se encuentre de manera horizontal (a la misma altura) y además el diámetro de la tubería no varié, entonces la presión del fluido no varia

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

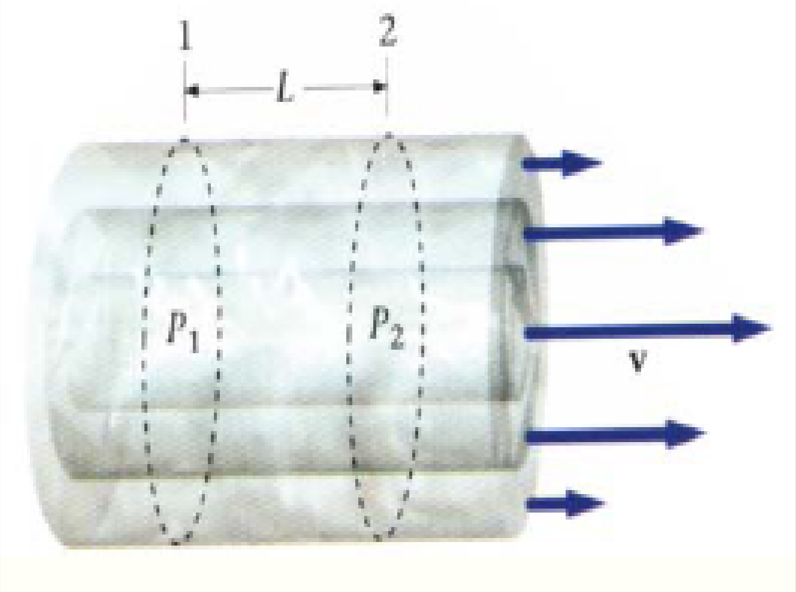
$$\Downarrow$$

$$P_1 = P_2 = cte.$$

En la práctica SÍ VARIA. La razón la vamos a tratar a continuación.

Viscosidad

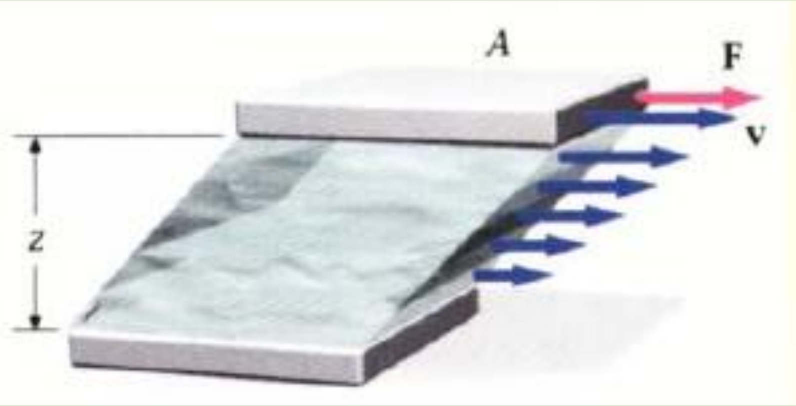
La variación en la presión es debido a fuerzas de frenado o "fricción" que existen entre las diferentes capas que componen el fluido. Este rozamiento es interno al material, y de ninguna manera se esta considerando la fricción entre el fluido y la tubería por la que circula.



La expresión de Bernoulli nos indica que la presión en las capas más internas es menor que las capas más externas, debido a la diferencia de velocidad que existe entre ellas.

Viscosidad

La viscosidad es una medida de la resistencia del fluido a derramarse o fluir por el interior de un conducto y depende de muchos parámetros fisicoquímicos.

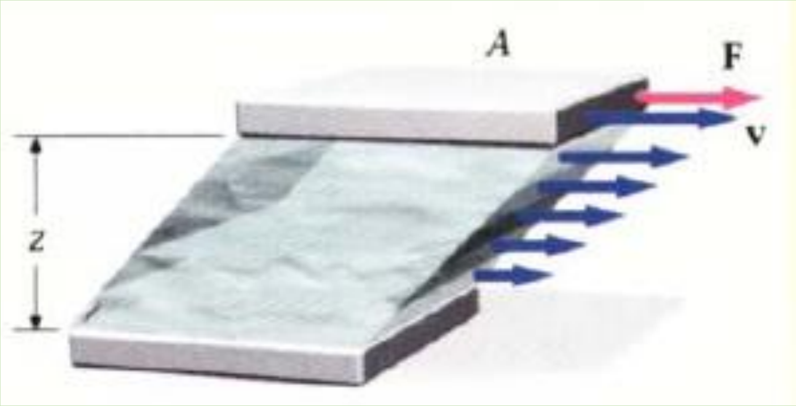


Primeramente consideremos que la viscosidad del material no depende de la temperatura, concentración, etc.

La manera más sencilla de determinar la dependencia y valor de la viscosidad consiste en considerar dos placas planas y paralelas entre las cuales se coloca la muestra o fluido al que se le quiera determinar el valor de la viscosidad (resistencia al flujo).

Viscosidad

A la placa superior se le aplica una fuerza constante y paralela a la placa, mientras que la placa inferior permanece inmóvil.



Supondremos que el fluido se desplaza en capas, cada una con velocidad constante.

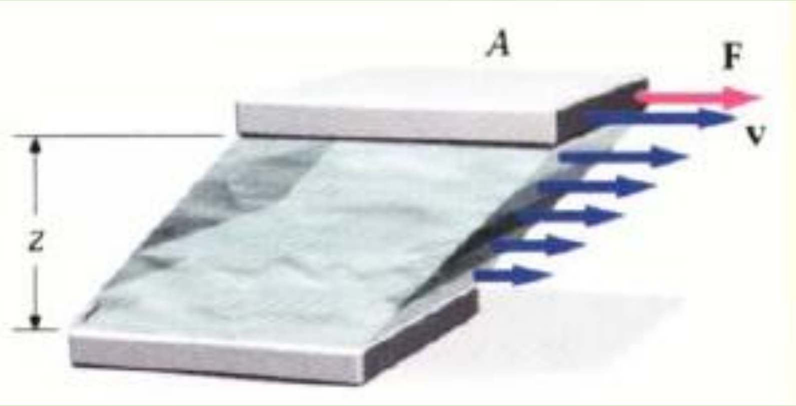
Las capa del fluido en contacto con las placas se desplazan con la misma velocidad que las placas

Supondremos que el perfil con el que se desplazan entre si las diferentes capas de fluido posee una forma lineal.

Viscosidad

Con las consideraciones anteriores se tiene que

$$\boxed{F = \eta \frac{vA}{z}}$$



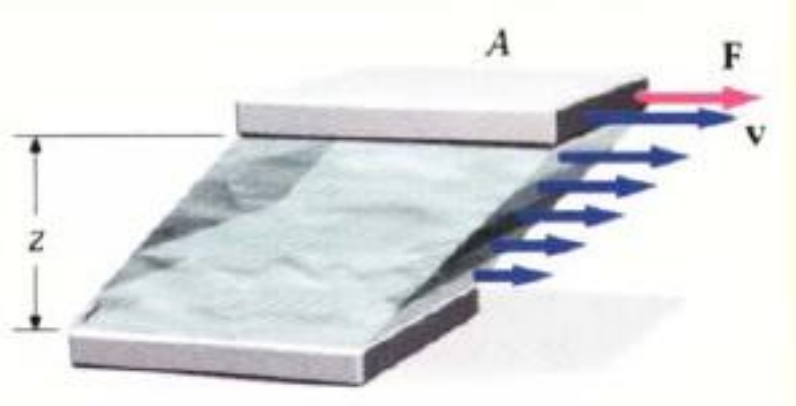
donde

- *F* es la fuerza aplicada, paralela a las placas;
- *v* es la velocidad con que se mueve la placa móvil;
- *A* es el área de las placas;
- *z* es la separación entre ellas;
- η es la viscosidad.

Viscosidad

De la expresión anterior, podemos despejar la viscosidad η, de tal forma que

$$\boxed{\eta = \frac{Fz}{vA}}$$



por lo que en el SI la unidad de la viscosidad es N.s/m^2 o Pa.s; mientras que en el sistema CGS la unidad es el Poise (P).

$$\boxed{\begin{gathered} 1Pa.s = 10P \\ 1cP = 0.01P \end{gathered}}$$

Viscosidad. Algunos valores.

Fluido	Temperatura (°C)	Coeficiente de viscosidad, η (Pa·s)*
Agua	0	1.8×10^{-3}
	20	1.0×10^{-3}
	100	0.3×10^{-3}
Sangre entera	37	$\approx 4 \times 10^{-3}$
Plasma sanguíneo	37	$\approx 1.5 \times 10^{-3}$
Alcohol etílico	20	1.2×10^{-3}
Aceite de motor (SAE 10)	30	200×10^{-3}
Glicerina	20	$1\,500 \times 10^{-3}$
Aire	20	0.0018×10^{-3}
Hidrógeno	0	0.009×10^{-3}
Vapor de agua	100	0.013×10^{-3}

*1 Pa·s = 10 P = 1 000 cP

La viscosidad disminuye a medida que la temperatura aumenta

Viscosidad. Un ejemplo.

Cuál será la separación entre dos placas con un área de 17 cm^2 que contienen un aceite con coeficiente si una de ellas se mueve a una velocidad de 0.02cm/s al aplicarle una fuerza de 5μN

$$\eta = 280x10^{-3}\,Pa\,s$$

$$\eta = \frac{Fz}{vA} \qquad \rightarrow \qquad z = \eta\frac{vA}{F}$$

$$z = 280x10^{-3}\,{}^{Ns}\!/_{m^2}\,\frac{\left(2x10^{-4}\,{}^{m}\!/_{s}\right)\left(17\,\mathrm{x}\,10^{-4}\,\mathrm{m}^2\right)}{5x10^{-6}\,N} = 1{,}904x10^{-5}\,m$$