Física I

Dr. Roberto Pedro Duarte Zamorano (Responsable)

Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos

Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui

Dr. Santos Jesús Castillo

Webpage: http://paginas.fisica.uson.mx/qb

Tema 5: Leyes de conservación.

i. El concepto de trabajo y su importancia.
ii. Trabajo hecho por una fuerza constante. Ejemplo: Trabajo hecho por la fuerza de la gravedad.
iii. Trabajo hecho por una fuerza variable dependiente de la posición (en una dimensión.). Ejemplo: Trabajo hecho por la fuerza de un resorte.
iv. Energía cinética y Teorema del Trabajo-Energía Cinética.
v. Definición de potencia promedio e instantánea.
vi. Fuerzas conservativas y no conservativas.
vii. Energía potencial gravitacional y energía potencial elástica.
viii. Energía mecánica de sistemas conservativos.
ix. Conservación de la energía mecánica. Trabajo hecho por fuerzas no conservativas.
x. Ley de la conservación de la energía mecánica.

Trabajo de una fuerza constante.

Antecedentes.

Anteriormente se resolvieron problemas donde se involucraban fuerzas constantes utilizando la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$$

donde $\mathbf{F}$ viene expresada en función de las propiedades del cuerpo y del medio ambiente que lo rodea, por medio de la ley de fuerzas (o ley de la naturaleza) respectiva que rige el movimiento de un cuerpo.

El problema viene cuando la Fuerza que actúa sobre el cuerpo es variable, en cuyo caso, la aceleración también lo será y, consecuentemente, su estudio se complica.

Trabajo de una fuerza constante.

Antecedentes.

La forma en que esto se resuelve, en la mayoría de los casos, es usando un enfoque energético.

La energía es un concepto fundamental de la ciencia, pero no es sencillo definirlo con precisión.

La energía de un sistema es una propiedad del mismo que nos refiere a su capacidad para transformar a otros sistemas; pero más importante que esto, es comprender cómo se transforma y como se transfiere.

Hay energía en los seres vivos y en las cosas, y también en las radiaciones que llegan del espacio, pero únicamente detectamos sus efectos cuando algo sucede, es decir, cuando se producen cambios.

Trabajo de una fuerza constante.

Antecedentes.

La equivalencia entre masa y energía es uno de los resultados mas notables de la Teoría especial de la Relatividad de Einstein: la masa es también una forma de energía!!

$$E = mc^2$$

Energía Eléctrica Energía Química Energía Elástica

Energía Gravitatoria Energía Nuclear

Energía Potencial

Trabajo de una fuerza constante.

Antecedentes.

Hay otros tipos de energía:

Energía Térmica Energía Radiante Energía Cinética

Cambio y Conservación de la Energía

$\Downarrow$

Principio de Conservación de la Energía

La energía no se crea ni se destruye.

En cualquier sistema considerado en su totalidad, hay una cantidad que no se modifica: la energía.

La energía puede transformarse o transferirse, pero el balance total de energía del sistema permanece constante

Trabajo de una fuerza constante.

Trabajo.

El significado físico de la palabra **trabajo** difiere del significado habitual!!

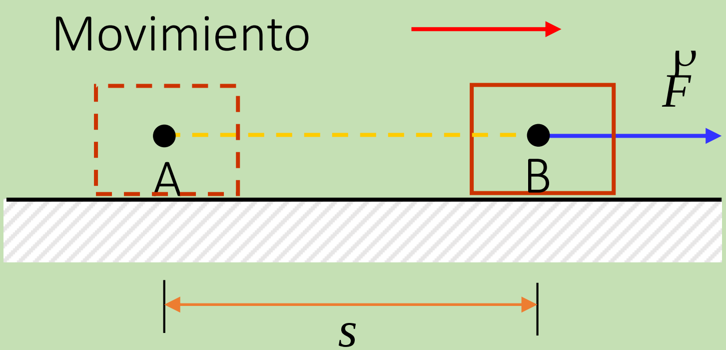
En física diremos que se realiza un trabajo cuando ejercemos una fuerza sobre un cuerpo mientras este se mueve de un lugar a otro, es decir, si sufre un desplazamiento.

El trabajo será mayor si la fuerza es mayor o si el desplazamiento obtenido es mayor, o si ocurren ambas cosas.

Trabajo de una fuerza constante.

Trabajo.

Para una fuerza constante paralela al desplazamiento que es rectilíneo, se define el trabajo de la siguiente manera:



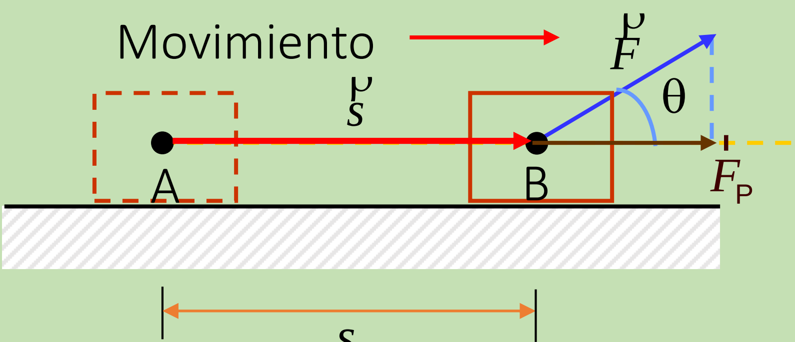
Trabajo = Fuerza × distancia

$$\boxed{W = Fs}$$

Trabajo de una fuerza constante.

Trabajo.

Si la fuerza constante forma un ángulo con la dirección del desplazamiento, para calcular el trabajo sólo se usa la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.



Como $F_P = F\cos\theta$

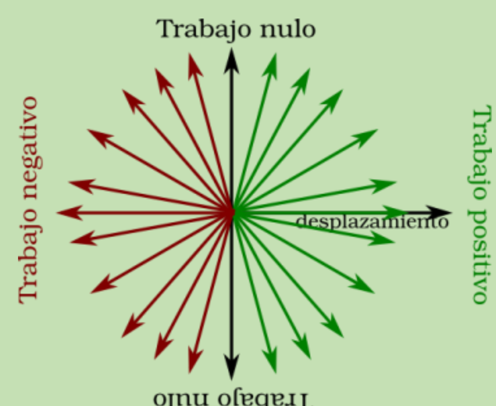
Producto escalar

$$W = F_P s \Rightarrow W = Fs\cos\theta \Rightarrow \boxed{W = \vec{F}\cdot\vec{s}}$$

Si $\theta = 90º \Rightarrow W = 0$

Si $0º < \theta < 90º \Rightarrow W > 0$

Si $90º < \theta < 180º \Rightarrow W < 0$



Trabajo de una fuerza constante.

Trabajo total.

¿Cómo calculamos el trabajo cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo?

Podemos usar cualquiera de las ecuaciones anteriores para calcular el trabajo realizado por cada fuerza individual y, como el trabajo es una cantidad escalar, el trabajo total W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el cuerpo es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales.

Otra forma de calcularlo es obtener la suma vectorial de las fuerzas (es decir, la fuerza neta) y usarla en la ecuación que define el trabajo.

Trabajo de una fuerza constante.

Trabajo. Ejemplo.

Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30.0kg una distancia de 4.5m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0.25.

a) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero?

a) 73.55N

b) ¿Cuánto trabajo efectúa dicha fuerza sobre la caja?

b) +330.975J

c) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja?

c) -330.975J

d) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿y la gravedad?

e) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

d) 0J, 0J

e) 0J

Energía cinética y energía potencial.

Relación entre Trabajo y Energía.

Cuando un cuerpo realiza un trabajo, la pérdida de energía de cuerpo es igual al trabajo efectuado.

De forma inversa, cuando se realiza trabajo sobre un cuerpo, este adquiere energía que se manifiesta en el aumento de su rapidez; de la segunda ley de Newton sabemos que una fuerza aplicada sobre un objeto le ocasiona una aceleración, es decir, un cambio de velocidad.

La energía, al igual que el trabajo, es una cantidad escalar cuyas unidades son el Joule (J).

$$1J = 1N \cdot m = 1 \, {kg \cdot m^2}/{s^2}$$

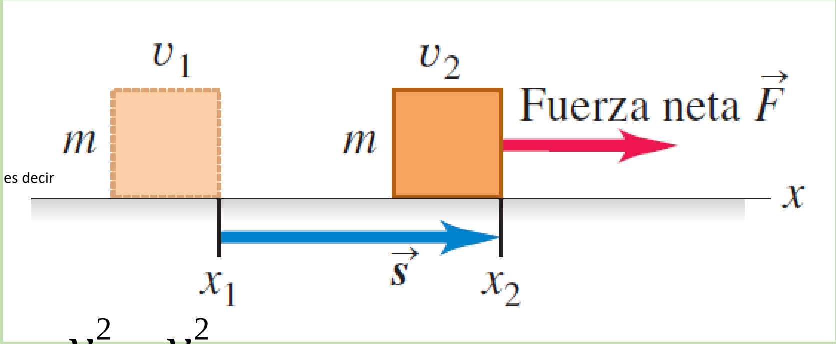
Energía cinética y energía potencial.

Relación entre Trabajo y Energía.

Consideremos un objeto de masa *m* sujeto a la acción de una fuerza constante ***F***, tal como se muestra.

Dado que la fuerza ***F*** es constante, la aceleración también lo es, así que podemos calcular la aceleración usando

Si ahora multiplicamos este resultado por la masa *m* y el desplazamiento *s* (= x_2 - x_1), encontramos que



es decir

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)}$$

$$(ma)s = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}\right)s$$

$$W_{total} = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right)$$

Energía cinética y energía potencial.

Energía Cinética (*K*).

Es la energía (o capacidad para realizar trabajo) que posee un cuerpo debido a su movimiento.

Si un cuerpo de masa *m* tiene velocidad *v*, su energía cinética traslacional está dada por

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$$

Cuando *m* está en kg y ***v*** en m/s, las unidades de la energía cinética son los Joules.

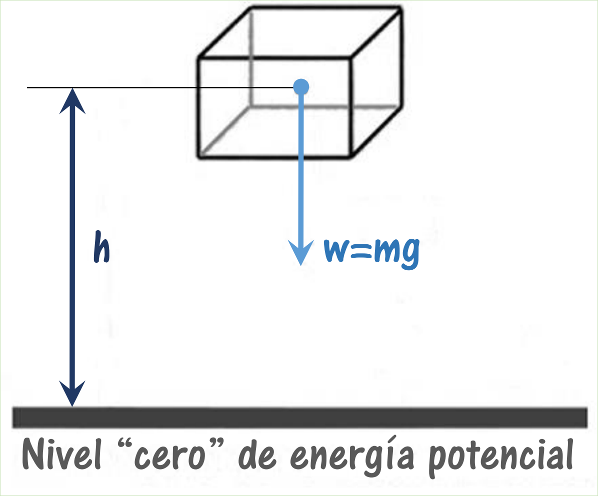
Energía cinética y energía potencial.

Energía Potencial Gravitacional (U_g).

Es la energía que posee un cuerpo debido a su posición en el campo gravitacional.

La energía potencial gravitacional de un cuerpo se define con respecto a un “nivel arbitrario cero”, el cual generalmente es la superficie de la Tierra.

Un cuerpo de masa *m*, al caer una distancia vertical *h*, puede realizar un trabajo de magnitud *mg* x *h* (fuerza por distancia).

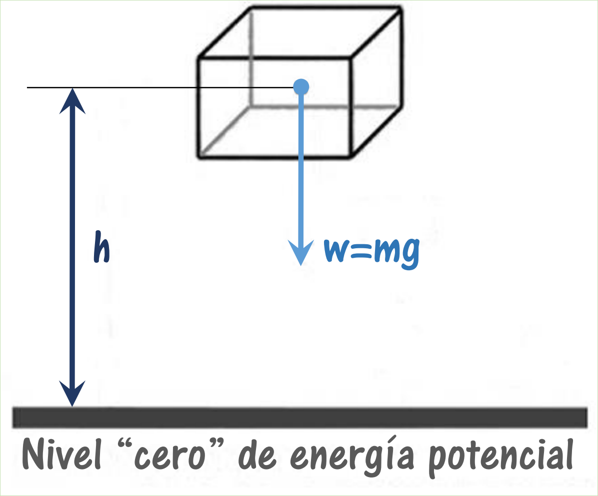


Energía cinética y energía potencial.

Energía Potencial Gravitacional (U_g).

Si un cuerpo está a una altura *h* sobre el nivel cero (o de referencia), se tiene que la energía potencial gravitacional (o gravitatoria) está dada por

$$\boxed{U_g = mgh}$$



donde *g* es la aceleración debida a la gravedad. Si *m* está en kg, *g* en m/s^2 y *h* en m, entonces *U*g estará en J.

Energía cinética y energía potencial.

Conservación de la energía mecánica.

Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, es decir, no hay la presencia de alguna fuerza que disipe energía, como la fricción, entonces la energía mecánica se conserva y se tiene que

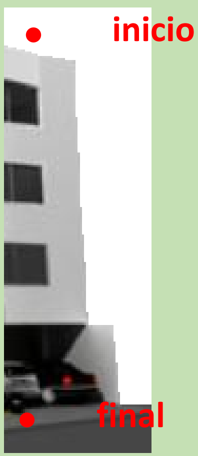
$$\boxed{E_{Total} = K + U_{\mathrm{g}} = \tfrac{1}{2} mv^2 + mgh}$$

Lo anterior permite conocer la velocidad (o la altura) en un momento dado conociendo el valor de la altura (o la velocidad), así como los valores de ambas en otro momento.

Energía cinética y energía potencial.

Ejemplos.

Un objeto de 5kg se lanza con una rapidez de 20m/s desde el techo de un edificio de 10m de altura, ¿con qué rapidez llega al suelo?



Como la energía mecánica se conserva

$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^{2} + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv_{final}^{2} + \cancel{mgh_{final}}$$

Sustituyendo los valores numéricos tenemos

$$\frac{1}{2}\left(20\,{}^{m}\!/_{s}\right)^{2} + \left(9.81\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)(10m) = \frac{1}{2}v_{final}^{2} \Longrightarrow 200\,{}^{m^2}\!/_{s^2} + 98.1\,{}^{m^2}\!/_{s^2} = \frac{1}{2}v_{final}^{2}$$

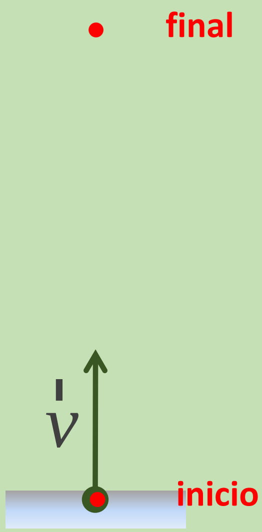
de donde

$$v = \sqrt{2\left(298.1\,{}^{m^2}\!/_{s^2}\right)} = 24.4172\,{}^{m}\!/_{s}$$

Energía cinética y energía potencial.

Ejemplos.

¿A qué altura llega una pelota si esta se lanza desde el suelo con una rapidez de 30m/s?



De nuevo, como la energía mecánica se conserva

$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$\frac{1}{2}mv^2_{inicial} + \cancel{mgh_{inicial}} = \frac{1}{2}\cancel{mv^2_{final}} + mgh_{final}$$

Sustituyendo los valores numéricos tenemos

$$\frac{1}{2}\left(30\,{}^{m}\!/_{s}\right)^2 = \left(9.81\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)(h)$$

de donde

$$h = \frac{900\,{}^{m^2}\!/_{s^2}}{2\left(9.81\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)} = 45.8715m$$

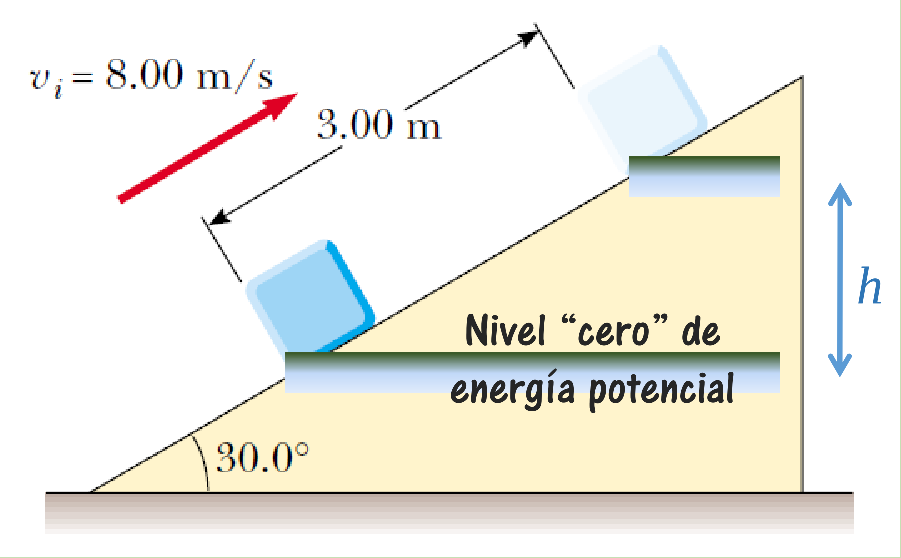
Energía cinética y energía potencial.

Tarea.

Un objeto se lanza con una rapidez inicial de 8.00m/s sobre una mesa inclinada sin fricción, tal como se muestra en el dibujo. (a) ¿Qué rapidez tiene cuando ha recorrido 3.00m sobre la mesa? (b) ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse?

NOTA:

Tome en cuenta que en el cálculo de la energía potencial lo que importa es la altura.



Teorema del trabajo y la energía cinética

El ***Teorema del Trabajo y la Energía Cinética*** establece que *“el trabajo total efectuado sobre un sistema es igual al cambio de su energía cinética”*, a saber

$$W_{total} = \Delta K = K_f - K_i$$

lo que permite escribir

o también

$$\boxed{W_{Total} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2}$$

$$\boxed{F_{Total} \cdot d \cdot Cos\theta = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2}$$

Teorema del trabajo y la energía cinética

Con el resultado anterior, si consideramos que la rapidez inicial de un objeto es cero, podemos escribir

$$W_{total} = K_f - K_i = K_f$$

Así, la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total que se efectuó para acelerarla desde el reposo hasta su rapidez actual.

Con esto, la definición

$$K = \tfrac{1}{2} m v^2$$

no se eligió al azar: es la única definición que concuerda con esta interpretación de la energía cinética.

Teorema del trabajo y la energía cinética. Ejemplos.

¿Qué tan grande es la fuerza requerida para acelerar un automóvil de 1300kg desde el reposo hasta una rapidez de 20m/s en una distancia de 80m?

Usando la expresión para el Teorema del trabajo y energía cinética

Tenemos que

$$F_{Total}\cdot d\cdot Cos\theta=\tfrac{1}{2}mv_f^2-\tfrac{1}{2}mv_i^2$$

de donde

$$F_{Total}\cdot(80m)=\frac{1}{2}(1300kg)\left(20\,{}^{m}\!/_{s}\right)^2$$

$$F_{Total}=3250N$$

Teorema del trabajo y la energía cinética. Ejemplos.

Un automóvil de 1200kg viaja a 108km/h, se aplican los frenos y derrapa antes de detenerse. Si la fuerza de fricción entre las llantas y el pavimento es de 6000N, ¿qué distancia recorrerá el coche antes de alcanzar el reposo?

De nuevo, usando la expresión para el Teorema del trabajo y energía cinética

$$F_{Total} \cdot d \cdot Cos\theta = \tfrac{1}{2} m\cancel{v_f^2} - \tfrac{1}{2} m v_i^2$$

Tenemos que

$$(-6000N)\cdot(d) = -\frac{1}{2}(1200kg)\left(30\, {}^{m}\!/\!{}_{s}\right)^2$$

de donde

$$d = 90m$$

Teorema del trabajo y la energía cinética. Ejercicio.

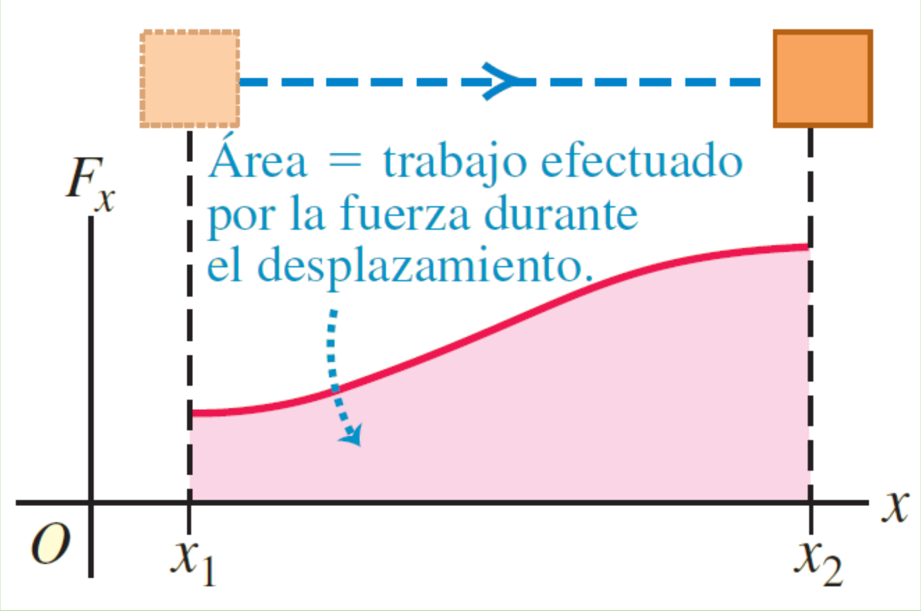
Un automóvil viaja por un camino horizontal con rapidez v_0 en el instante en que los frenos se bloquean, de modo que las llantas se deslizan en vez de rodar. (a) Use el teorema de trabajo-energía para calcular la distancia mínima en que puede detenerse el auto en términos de v_0, g y el coeficiente de fricción cinética μ_k entre los neumáticos y el camino. (b) ¿En qué factor cambiaría la distancia mínima de frenado, si (i) se duplicara el coeficiente de fricción cinética, (ii) se duplicara la rapidez inicial, o (iii) se duplicaran tanto el coeficiente de fricción cinética como la rapidez inicial?

Trabajo de una fuerza variable.

Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por la integral

$$\boxed{W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx}$$

Por otro lado, si recordamos la interpretación geométrica de la inte- gral definida, podemos asociar el trabajo reali- zado con el área bajo la curva de F_x, tal como se muestra en el esquema.

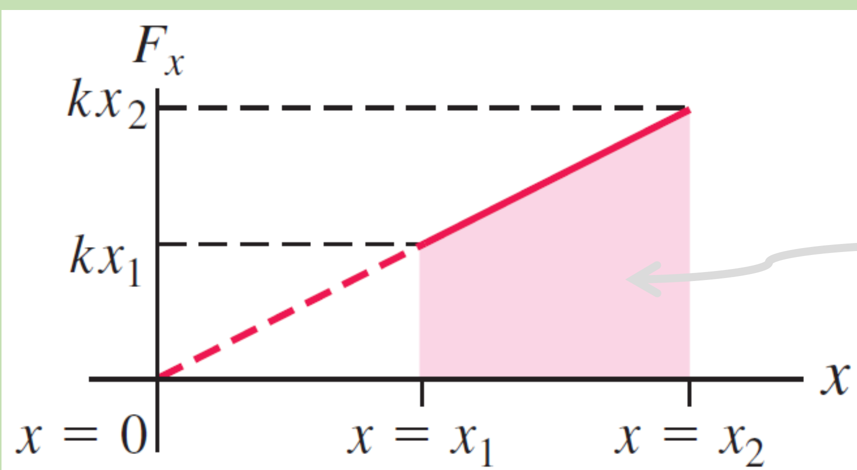


Trabajo de una fuerza variable.

Por ejemplo, para el caso de un resorte que satisface la Ley de Hooke se tiene que $F(x) = F_x = kx$, por lo que el trabajo es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

Gráficamente, tenemos el esquema

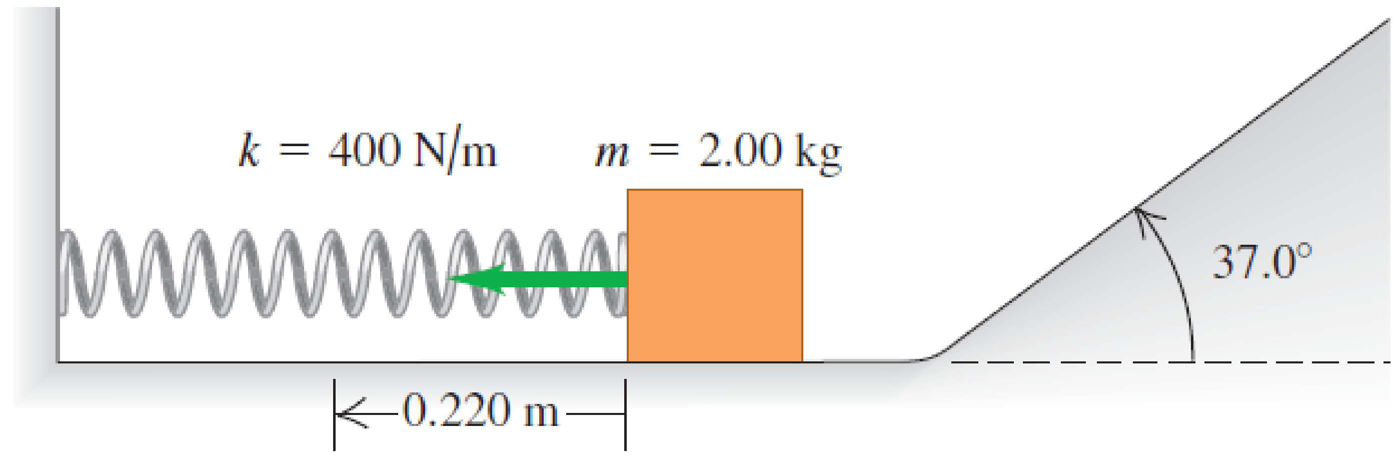


El área sombreada representa el trabajo realizado para estirar el resorte desde x_1 hasta x_2.

Trabajo de una fuerza variable. Ejemplo

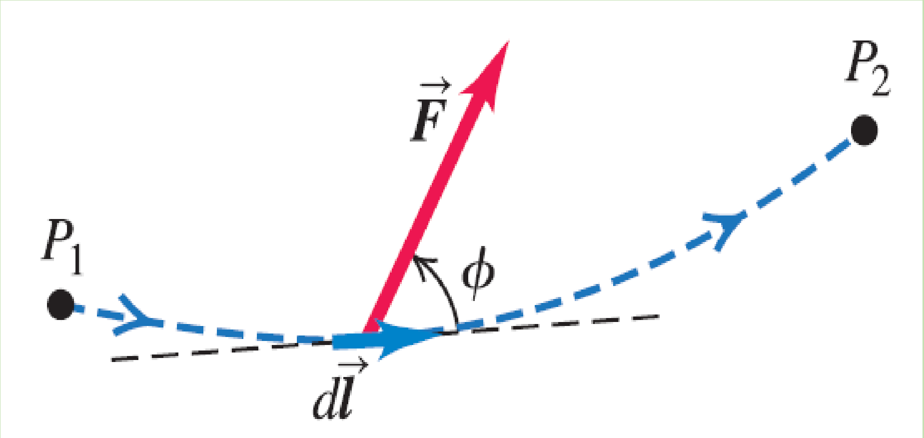
7.42 Un bloque de 2.00kg se empuja contra un resorte de masa despreciable y constante de fuerza *k* = 400N/m, comprimiéndolo 0.220m. Al soltarse el bloque, se mueve por una superficie sin fricción que primero es horizontal y luego sube a 37.0° (ver figura). (a) ¿Qué rapidez tiene el bloque al deslizarse sobre la superficie horizontal después de separarse del resorte? (b) ¿Qué altura alcanza el bloque antes de pararse y regresar sobre la parte inclinada?

Figura 7.30 Problema 7.42.



Trabajo de una fuerza variable.

Por otro lado, y generalizando las ideas recién vistas, podemos considerar a una partí- cula en una trayectoria curva, tal como se muestra.



En este caso, el trabajo efectuado por una fuerza está dado por una integral en la que interviene el ángulo ϕ entre la fuerza y el desplazamiento.

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel}\, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

Esta expresión es válida aun cuando la magnitud de la fuerza ***F*** y el ángulo ϕ varían durante el desplazamiento.

Conservación de la energía y fuerzas disipativas

Cuando se tienen fuerzas distintas de la gravitacional y la elástica que efectúan trabajo sobre una partícula entonces el trabajo realizado por estas otras fuerzas (W_{otras}) es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial total), es decir

$$W_{otras} = E_f - E_i = \left(K_f + U_f\right) - \left(K_i + U_i\right)$$

que puede ser reescrita, para el caso de una fuerza disipativa como la fricción, de la forma

$$W_{friccion} = -f_f d = \left(K_f + U_f\right) - \left(K_i + U_i\right)$$

o equivalentemente

$$K_i + U_i - \left(\mu_k N\right) d = K_f + U_f$$

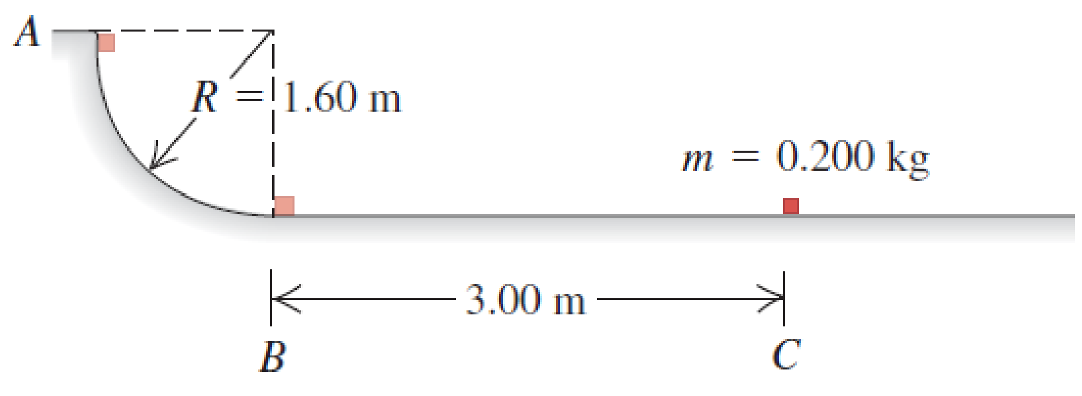
Conservación de la energía y fuerzas disipativas. Ejemplo

7.11 Imagine que, en un parque de diversiones, usted está probando una nueva montaña rusa con un carrito vacío de 120kg de masa. Una parte de la vía es un rizo vertical con radio de 12.0m. En el fondo del rizo (punto *A*), el carrito tiene una rapidez de 25.0m/s; y en la parte superior (punto *B*), de 8.0m/s. ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción cuando el carrito rueda del punto *A* al punto *B*?

Conservación de la energía y fuerzas disipativas. Ejercicio.

7.65 En un puesto de carga de camiones de una oficina de correos, un paquete pequeño de 0.200kg se suelta del reposo en el punto *A* de una vía que forma un cuarto de círculo de radio de 1.60m (figura 7.39). El paquete es tan pequeño relativo a dicho radio que puede tratarse como partícula. El paquete se desliza por la vía y llega al punto *B* con una rapidez de 4.80m/s. A partir de aquí, el paquete se desliza 3.00m sobre una superficie horizontal hasta el punto *C*, donde se detiene. (a) ¿Qué coeficiente de fricción cinética tiene la superficie horizontal? (b) ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el paquete al deslizarse este por el arco circular entre *A* y *B*?

Figura 7.39 Problema 7.65.



Momento lineal y su conservación

La **cantidad de movimiento** o **ímpetu** de una partícula se define como el producto de la velocidad ***v*** por la masa *m* de la partícula, a saber

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

La segunda ley de Newton establece que el cambio temporal de la cantidad de movimiento de un objeto es igual a la fuerza aplicada sobre él.

En términos de la cantidad de movimiento, la Segunda Ley de Newton se escribe como

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

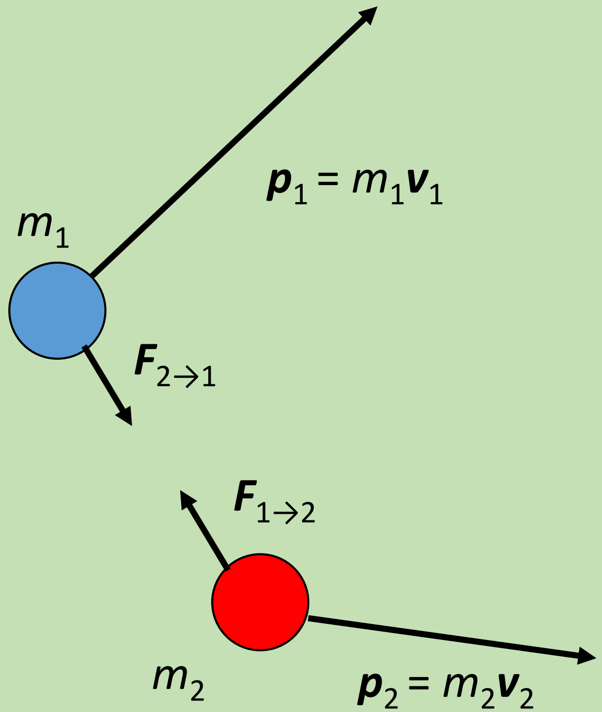
y si *m* es constante

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Momento lineal y su conservación

Conservación de la cantidad de movimiento para dos partículas

Para dos partículas aisladas que interactúan mutuamente, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton, se cumple que



$$\vec{F}_{2\to1} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \quad \text{y} \quad \vec{F}_{1\to2} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

De la Tercera Ley de Newton, tenemos que

$$\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$$

Momento lineal y su conservación

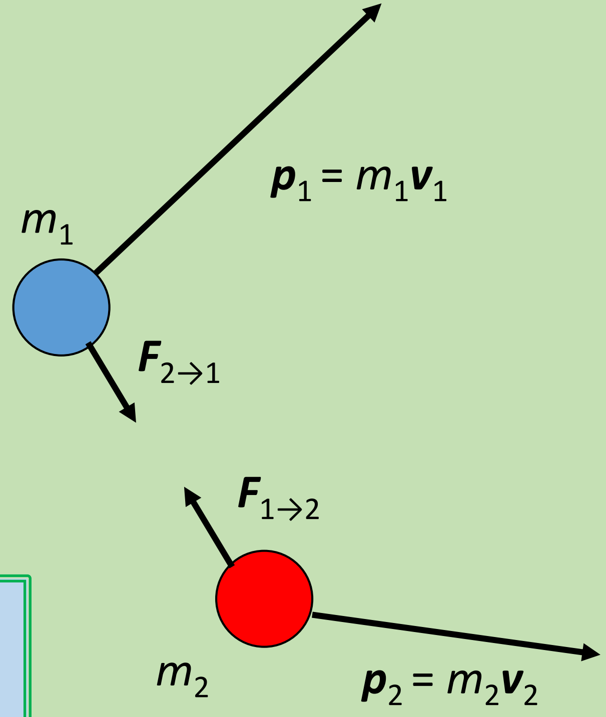
Conservación de la cantidad de movimiento para dos partículas

De esta última relación podemos escribir

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt}+\frac{d\vec{p}_2}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2\right)=0$$

Esto significa que

$$\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_{total}=\text{constante}$$



La ley de conservación del momento lineal *p* establece que "siempre que dos partículas aisladas interactúan entre sí, su momento total $\boldsymbol{p}_{\text{total}}$ permanece constante"

Momento lineal y su conservación

Conservación de la cantidad de movimiento

En una forma más general, podemos enunciar que "**si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante**".

La utilidad de este principio radica en que no depende de la naturaleza detallada de las fuerzas internas que actúan entre miembros del sistema, así que podemos aplicarlo incluso si (como suele suceder) sabemos muy poco acerca de las fuerzas internas.

Además, podemos generalizar este principio para un sistema con cualquier número de partículas *A*, *B*, *C*, … que sólo interactúan entre sí. En este caso

$$\boxed{\vec{p}_{total} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_C + \ldots = \text{constante}}$$