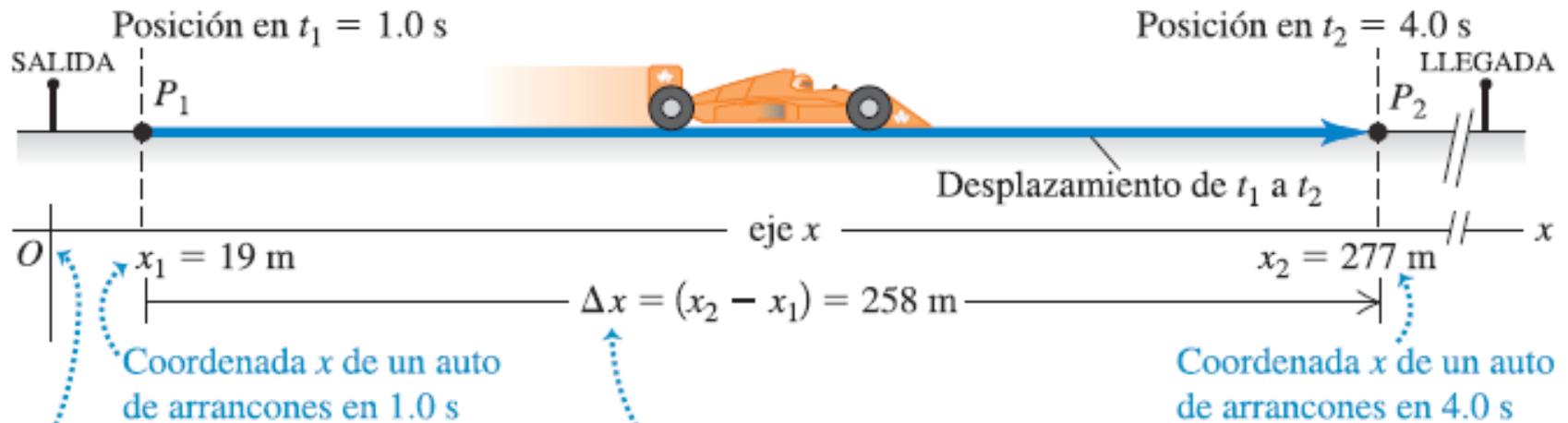


# **Movimiento en Línea Recta**

Josué Juárez

## Desplazamiento, tiempo y velocidad media

**Velocidad** se describe como la tasa de cambio de posición con el tiempo

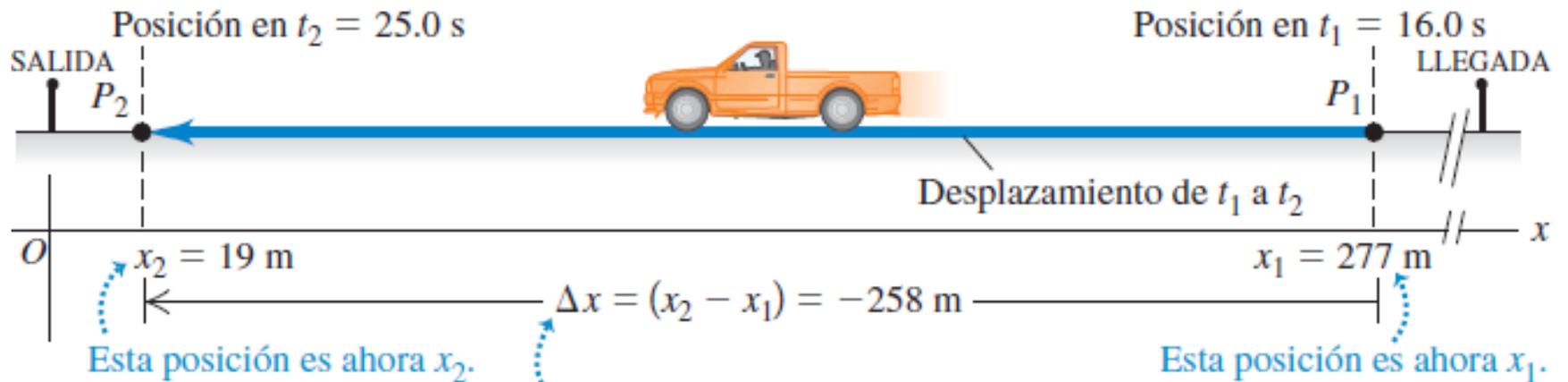


$x$  es positiva a la derecha del origen ( $O$ ), y negativa a la izquierda de éste.

Cuando el auto se mueve en la dirección  $+x$ , el desplazamiento  $\Delta x$  es positivo y, por ende, su velocidad media:

$$v_{\text{med-}x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{258 \text{ m}}{3.0 \text{ s}} = 86 \text{ m/s}$$

## Desplazamiento, tiempo y velocidad media



Cuando la camioneta se mueve en la dirección  $-x$ ,  $\Delta x$  es negativo y, por ende, su velocidad media:

$$v_{\text{med-}x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-258 \text{ m}}{9.0 \text{ s}} = -29 \text{ m/s}$$

## Desplazamiento, tiempo y velocidad media

Hay algunas reglas sencillas para la velocidad media.

**Siempre que  $x$  sea positiva y aumente (o sea negativa y se vuelva menos negativa), la partícula se mueve en la dirección  $+x$  y  $v_{med-x}$  es positiva. Siempre que  $x$  sea positiva y disminuya (o sea negativa y se vuelva más negativa), la partícula se mueve en la dirección  $-x$  y  $v_{med-x}$  es negativa.**

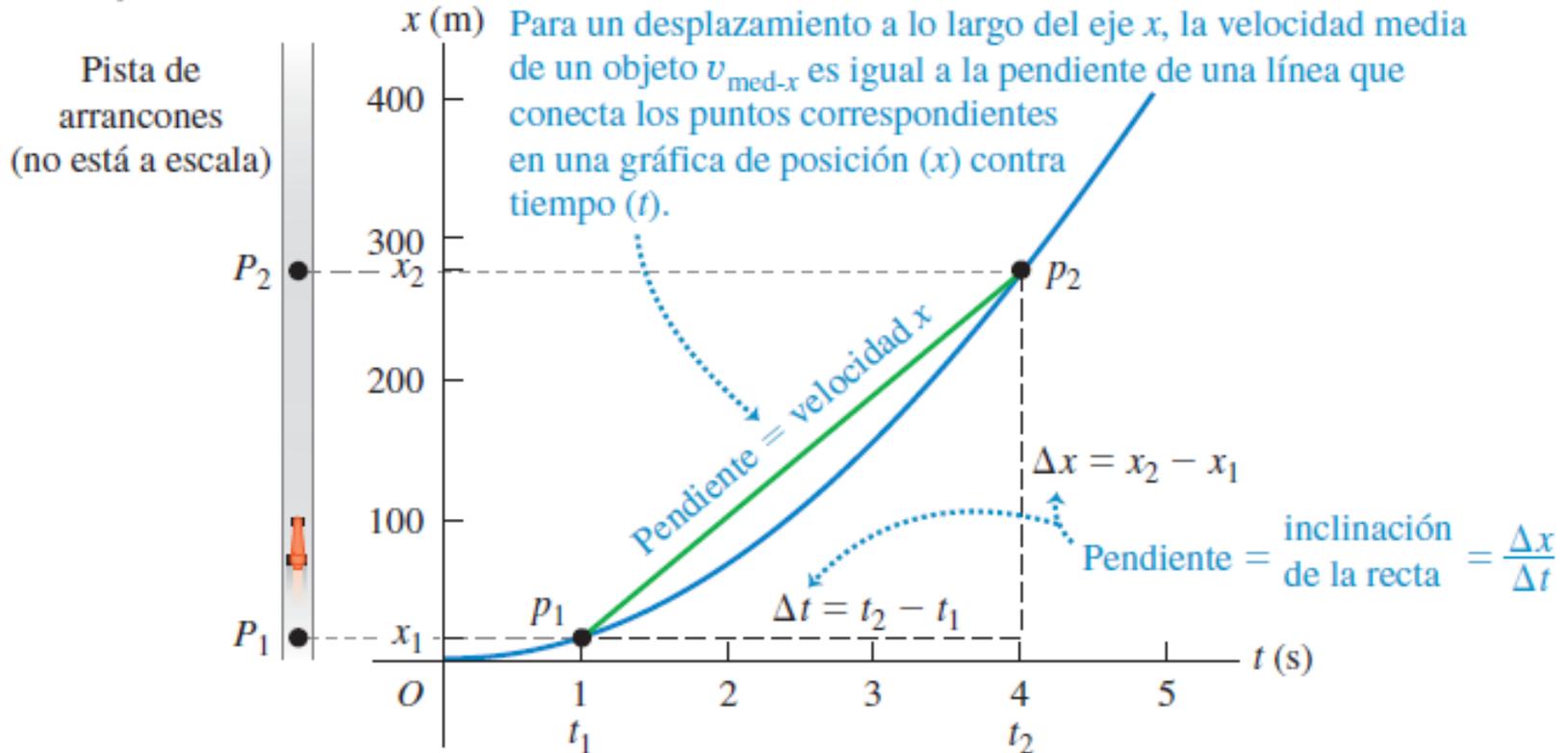
# Desplazamiento, tiempo y velocidad media

$\Delta x$ =desplazamiento

$v_{med-x}$  = *velocidad media*

*Vectores*

La curva de la figura **no representa la trayectoria del auto**; esta es una línea recta, como se observa en la figura 1. Mas bien, la grafica es una forma de representar visualmente como cambia la posición del auto con el tiempo



# Desplazamiento, tiempo y velocidad media

## Magnitudes típicas de velocidad

---

Reptar de caracol	$10^{-3}$ m/s
Andar rápido	2 m/s
Hombre más rápido	11 m/s
Guepardo en carrera	35 m/s
Automóvil más rápido	341 m/s
Movimiento aleatorio de moléculas de aire	500 m/s
Avión más rápido	1000 m/s
Satélite de comunicación en órbita	3000 m/s
Electrón en un átomo de hidrógeno	$2 \times 10^6$ m/s
Luz que viaja en el vacío	$3 \times 10^8$ m/s

## Velocidad Instantánea

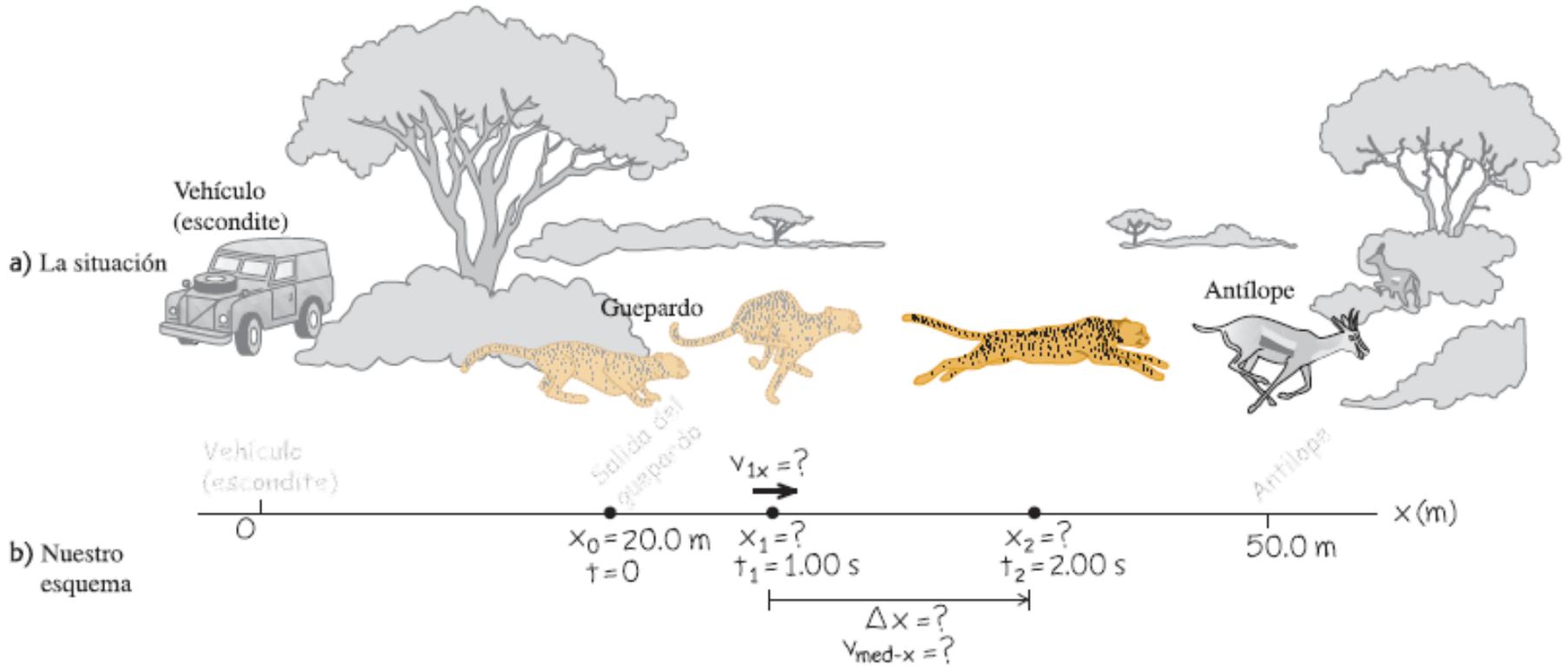
*La velocidad instantánea es el límite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero; es igual a la tasa instantánea de cambio de posición con el tiempo.*

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

## Ejemplo

Un guepardo acecha 20 m al este del escondite de un observador (figura 2.6a). En el tiempo  $t = 0$ , el guepardo ataca a un antílope y empieza a correr en línea recta. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada  $x$  del guepardo varia con el tiempo según la ecuación  $x = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)t^2$ . a) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre  $t_1 = 1.0 \text{ s}$  y  $t_2 = 2.0 \text{ s}$ . b) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. c) Calcule la velocidad instantánea en  $t_1 = 1.0 \text{ s}$  tomando  $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ , luego  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ , luego  $\Delta t = 0.001 \text{ s}$ . d) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo, y con ella calcule  $v_x$  en  $t = 1.0 \text{ s}$  y  $t = 2.0 \text{ s}$ .

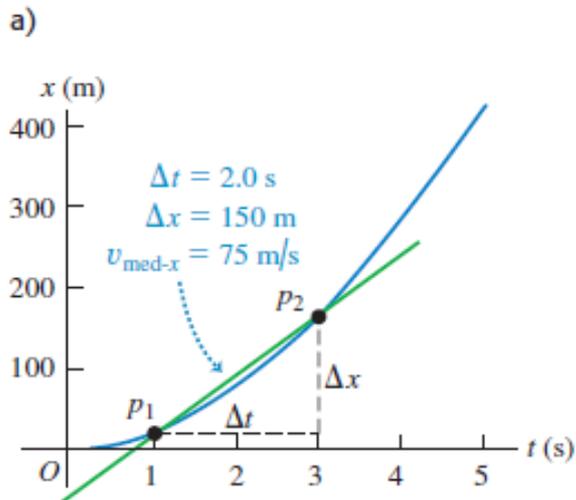
# Velocidad Instantánea



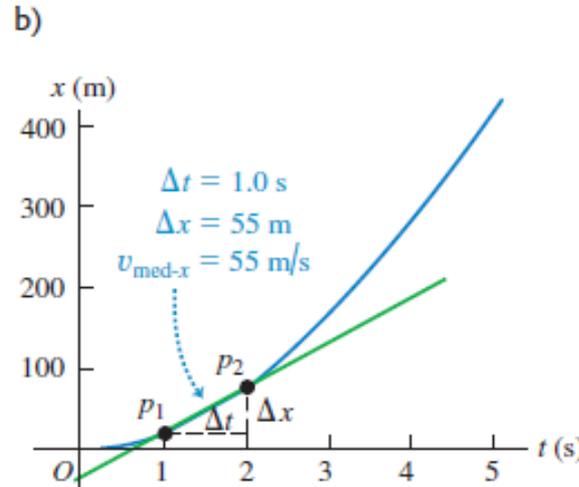
- c) Nuestro razonamiento
- 1 Trazamos un eje y lo dirigimos en la dirección en que corre el guepardo, de manera que nuestros valores sean positivos.
  - 2 Elegimos colocar el origen en el vehículo (escondite).
  - 3 Marcamos las posiciones iniciales del guepardo y del antilope. (No usaremos la posición del antilope, porque aún no la sabemos.)
  - 4 Nos interesa el movimiento del guepardo entre 1 s y 2 s después de que empieza a correr. Colocamos marcas que representen tales puntos.
  - 5 Anotamos las literales para las cantidades conocidas y desconocidas. Usamos los subíndices 1 y 2 para las marcas en  $t = 1$  s y  $t = 2$  s.

# Obtención de la velocidad: método gráfico

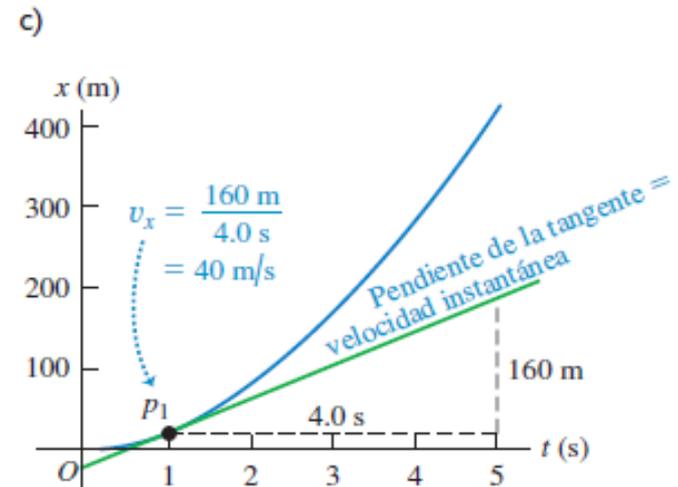
**En una grafica de posición en función del tiempo para movimiento rectilíneo, la velocidad instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente a la curva en ese punto.**



Cuando la velocidad media  $v_{\text{med-x}}$  es calculada en intervalos cada vez más cortos ...



... su valor  $v_{\text{med-x}} = \Delta x / \Delta t$  se acerca a la velocidad instantánea.



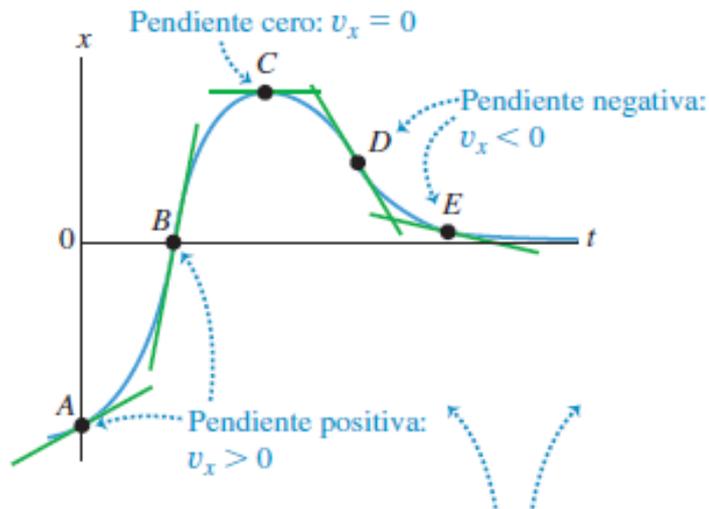
La velocidad instantánea  $v_x$  en un tiempo dado es igual a la pendiente de la tangente a la curva  $x-t$  en ese tiempo.

**Uso de una grafica  $x-t$  al ir de a), b) velocidad media a c) velocidad instantánea  $v_x$ . En c) obtenemos la pendiente de la tangente a la curva  $x-t$  dividiendo cualquier intervalo vertical (con unidades de distancia) a lo largo de la tangente entre el intervalo horizontal correspondiente (con unidades de tiempo).**

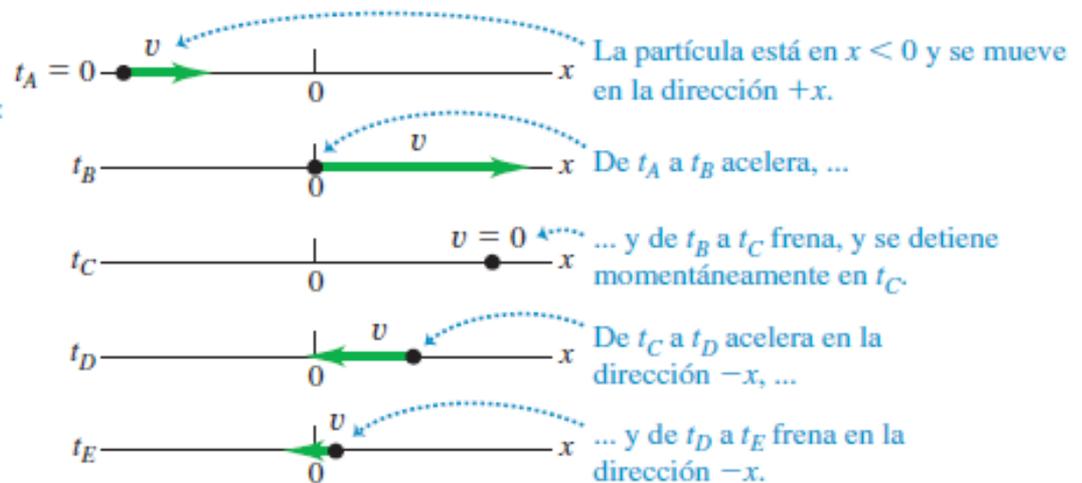
# Obtención de la velocidad: método gráfico

a) Gráfica  $x-t$  del movimiento de una partícula dada. La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la velocidad en ese punto. b) Diagrama de movimiento que muestra la posición y velocidad de la partícula en los cinco instantes rotulados en el diagrama  $x-t$ .

a) Gráfica  $x-t$



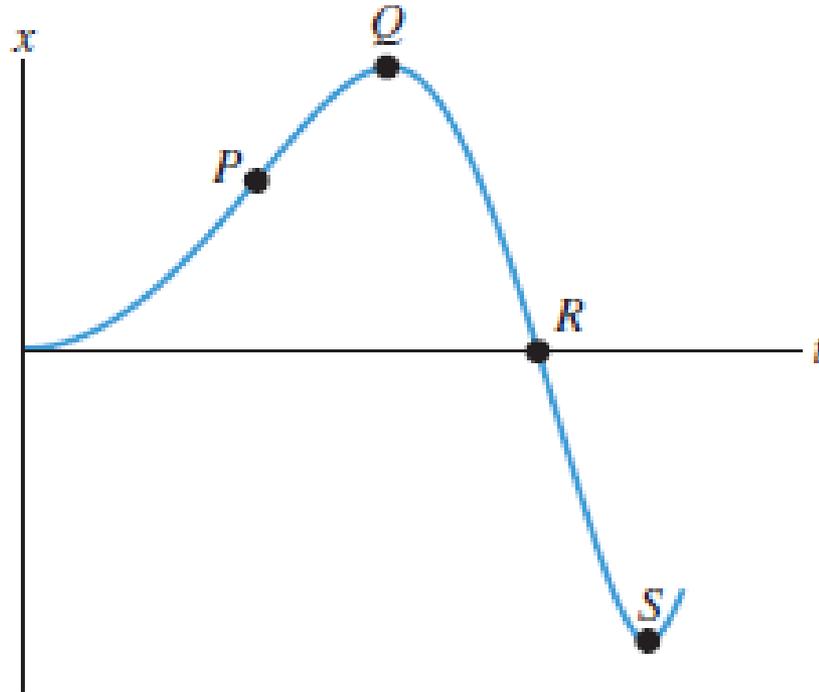
b) Movimiento de partículas



Cuanto más empinada está la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica  $x-t$  de un objeto, mayor será la rapidez del objeto en la dirección positiva o negativa.

## Ejercicio

La figura 2.9 es una grafica  $x-t$  del movimiento de una partícula. a) Ordene los valores de la velocidad  $v_x$  de la partícula en los puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$  del mas positivo al mas negativo. b) ¿En que puntos  $v_x$  es positiva? c) ¿En cuales puntos  $v_x$  es negativa? d) ¿En cuales es cero? e) Ordene los valores de la rapidez de la partícula en los puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$  del mas rápido al mas lento



# Aceleración media e Instantánea

Aceleración se describe como la tasa de cambio de velocidad con el tiempo

## Aceleración media

Consideremos otra vez el movimiento de una partícula en el eje  $x$ . Suponga que, en el tiempo  $t_1$ , la partícula está en el punto  $P_1$  y tiene una componente  $x$  de velocidad (instantánea)  $v_{1x}$ , y en un instante posterior  $t_2$  está en  $P_2$  y tiene una componente  $x$  de velocidad  $v_{2x}$ . Así, la componente  $x$  de la velocidad cambia en  $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$  en el intervalo  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

## Ejercicio

Una astronauta sale de una nave espacial en orbita para probar una unidad personal de maniobras. Mientras se mueve en línea recta, su compañera a bordo mide su velocidad cada 2.0 s a partir del instante  $t = 1.0$  s:

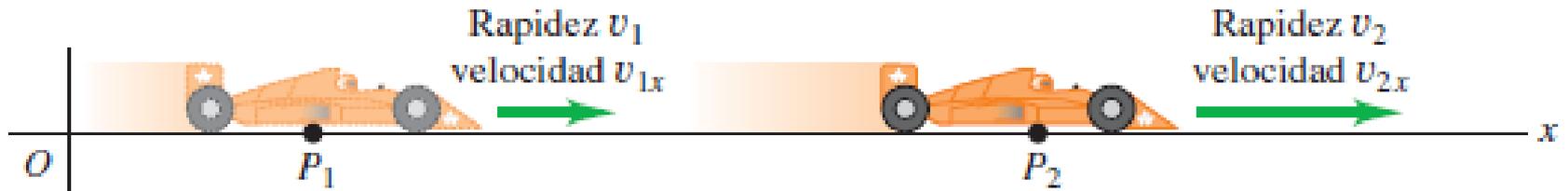
$t$	$v_x$	$t$	$v_x$
1.0 s	0.8 m/s	9.0 s	-0.4 m/s
3.0 s	1.2 m/s	11.0 s	-1.0 m/s
5.0 s	1.6 m/s	13.0 s	-1.6 m/s
7.0 s	1.2 m/s	15.0 s	-0.8 m/s

Calcule la aceleración media y diga si la rapidez de la astronauta aumenta o disminuye para cada uno de estos intervalos: a)  $t_1 = 1.0$  s a  $t_2 = 3.0$  s; b)  $t_1 = 5.0$  s a  $t_2 = 7.0$  s; c)  $t_1 = 9.0$  s a  $t_2 = 11.0$  s; d)  $t_1 = 13.0$  s a  $t_2 = 15.0$  s.

# Aceleración Instantánea

**La aceleración instantánea** es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero. En el lenguaje del cálculo, la aceleración instantánea es la tasa instantánea de cambio de la velocidad con el tiempo

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$



## Ejemplo

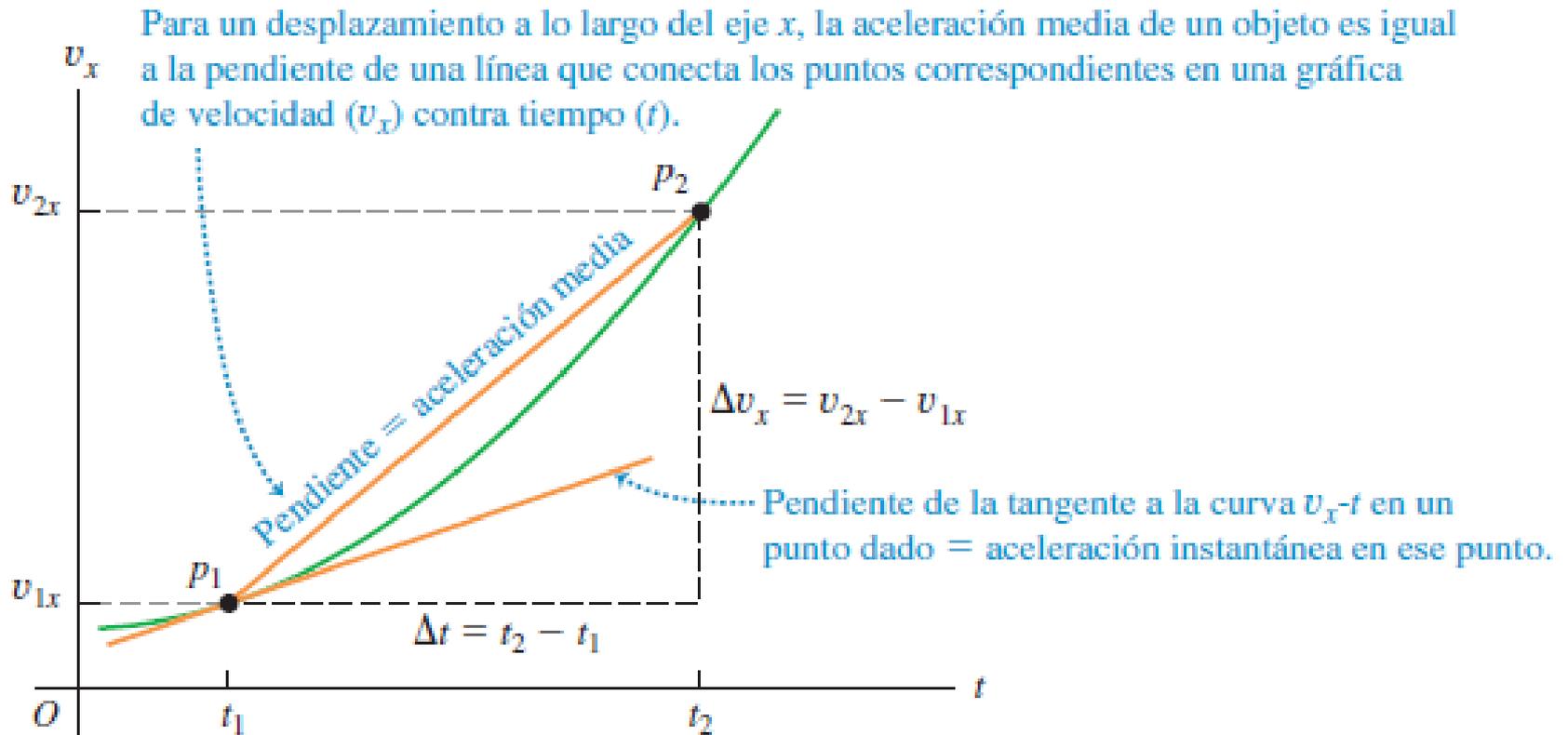
Suponga que la velocidad  $v_x$  del auto en la figura 2.11 en el tiempo  $t$  esta dada por

$$v_x = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)t^2$$

a) Calcule el cambio de velocidad del auto en el intervalo entre  $t_1 = 1.0 \text{ s}$  y  $t_2 = 3.0 \text{ s}$ . b) Calcule la aceleración media en este intervalo. c) Obtenga la aceleración instantánea en  $t_1 = 1.0 \text{ s}$  tomando  $\Delta t$  primero como  $0.1 \text{ s}$ , después como  $0.01 \text{ s}$  y luego como  $0.001 \text{ s}$ . d) Deduzca una expresión para la aceleración instantánea en cualquier instante y úsela para obtener la aceleración en  $t = 1.0 \text{ s}$  y  $t = 3.0 \text{ s}$ .

# Obtención de la aceleración: método gráfico

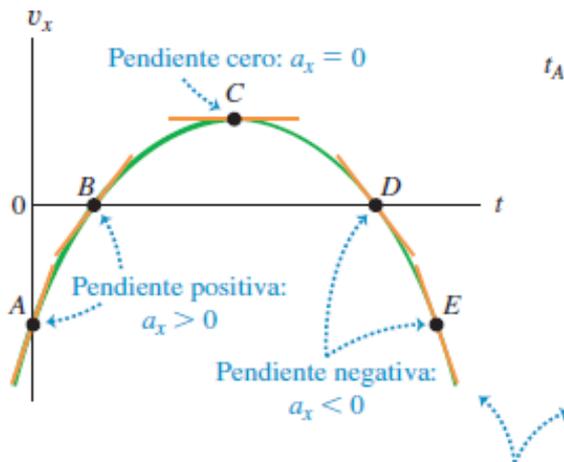
**En una grafica de velocidad en función del tiempo, la aceleración instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente de la curva en ese punto**



## Obtención de la velocidad: método gráfico $v_x-t$

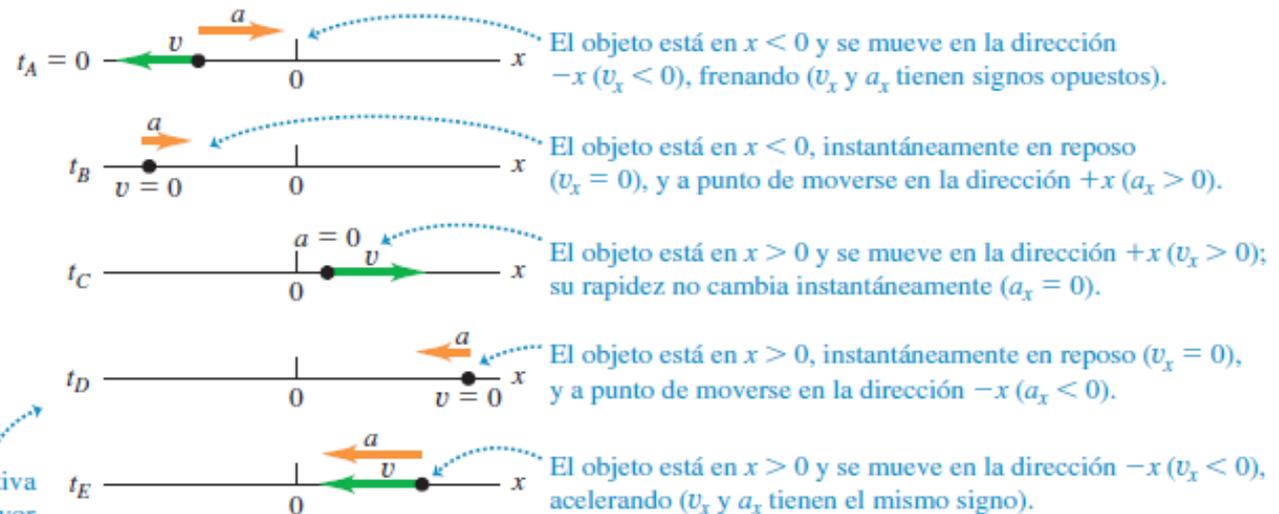
a) Gráfica  $v_x-t$  del movimiento de una partícula. La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la aceleración en ese punto. b) Diagrama de movimiento que indica la posición, velocidad y aceleración de la partícula en los instantes rotulados en la gráfica  $v_x-t$ . Las posiciones son congruentes con la gráfica  $v_x-t$ ; por ejemplo, de  $t_A$  a  $t_B$  la velocidad es negativa, así que en  $t_B$  la partícula está en un valor más negativo de  $x$  que en  $t_A$ .

a) La gráfica  $v_x-t$  para un objeto que se mueve en el eje  $x$



Cuanto más empinada esté la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica  $v_x-t$  de un objeto, mayor será la aceleración del objeto en la dirección positiva o negativa.

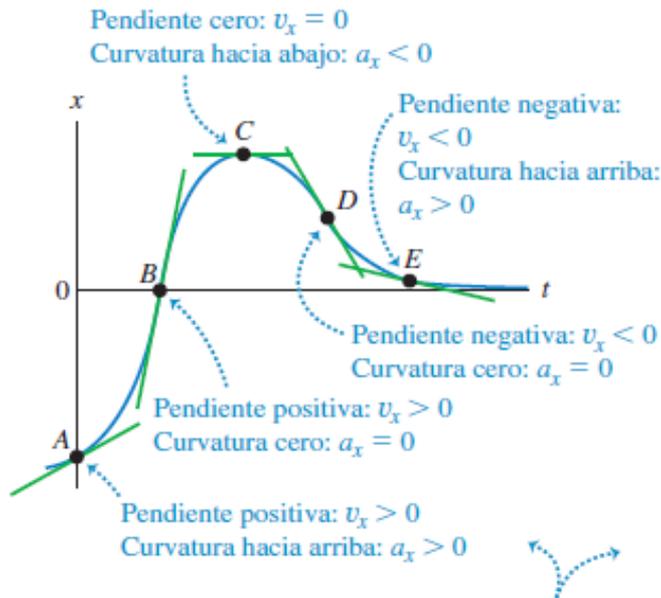
b) Posición, velocidad y aceleración del objeto en el eje  $x$



# Obtención de la velocidad: método gráfico x-t

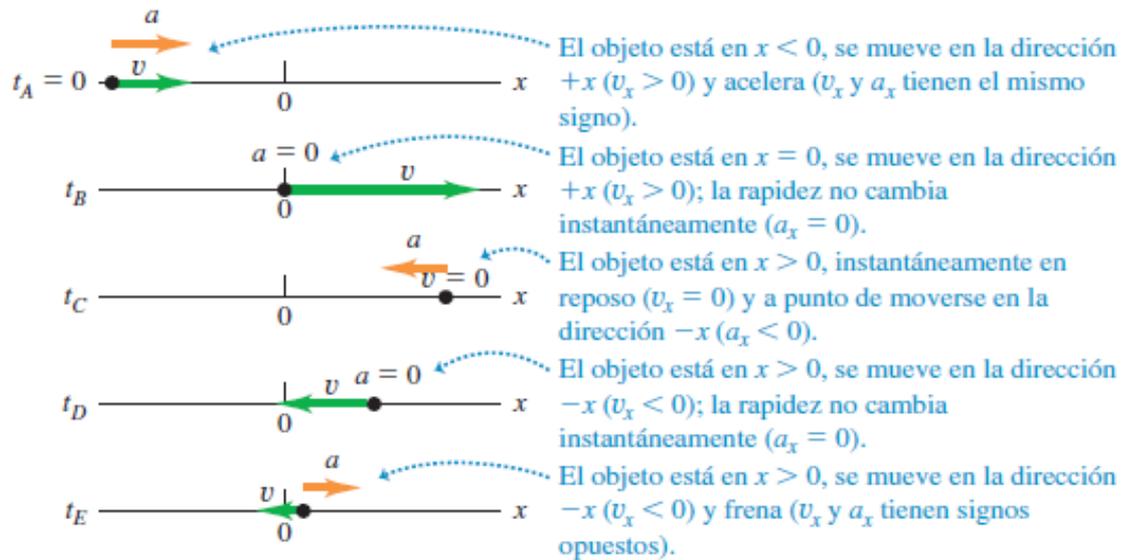
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

a) Gráfica x-t



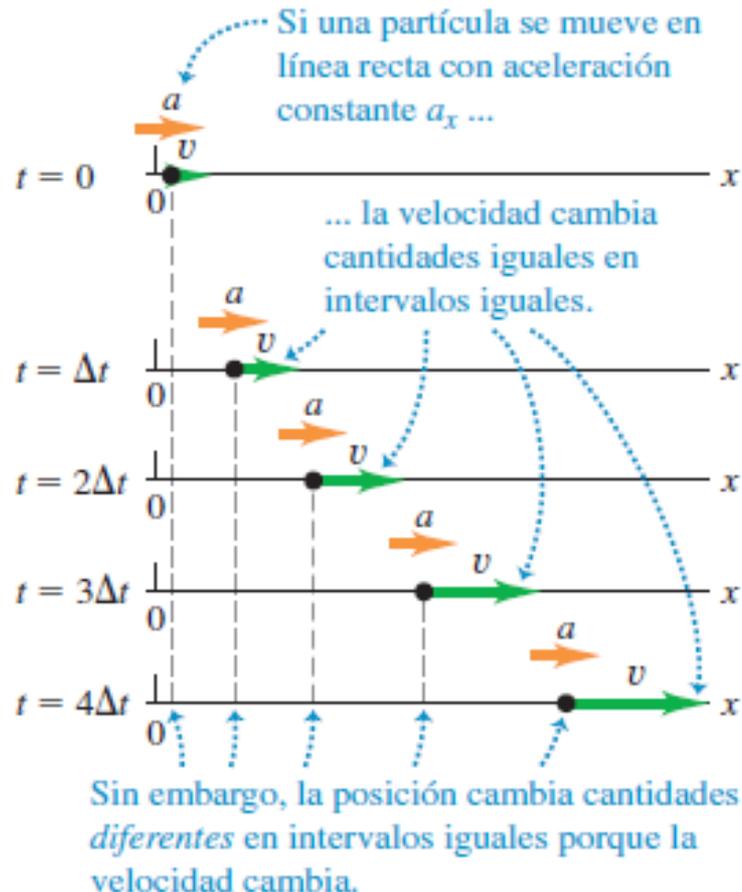
Cuanto mayor sea la curvatura (hacia arriba o hacia abajo) de la gráfica x-t de un objeto, mayor será la aceleración del objeto en la dirección x positiva o negativa.

b) Movimiento del objeto



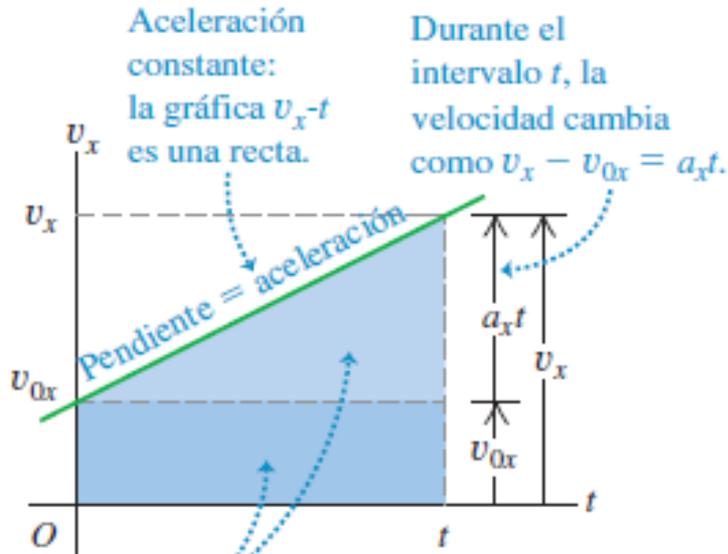
## Movimiento con aceleración constante

Diagrama de movimiento para una partícula que se mueve en línea recta en la dirección  $+x$  con *aceleración positiva* constante  $a_x$ . Se muestran la posición, velocidad y aceleración en cinco instantes equiespaciados



# Movimiento con aceleración constante

**Gráfica aceleración-tiempo ( $a_x-t$ ) para movimiento rectilíneo con aceleración positiva constante  $a_x$ .**

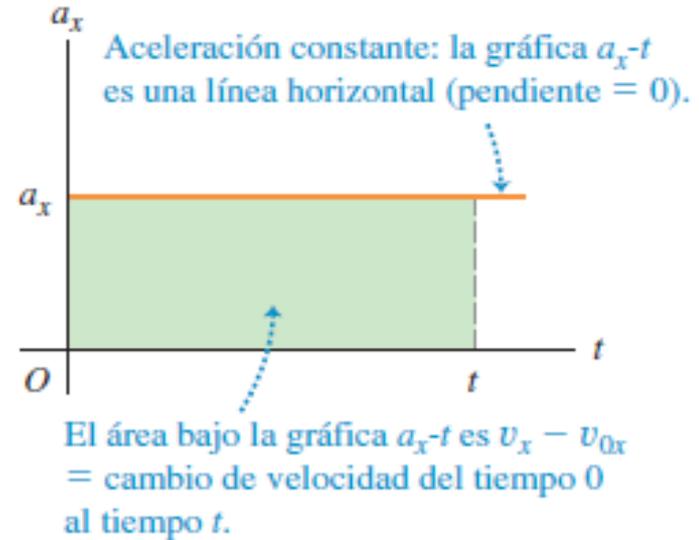


El área total bajo la gráfica  $v_x-t$  es  $x - x_0$  = cambio en la coordenada  $x$  del tiempo 0 al tiempo  $t$ .

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$



**Gráfica velocidad-tiempo ( $v_x-t$ ) para movimiento rectilíneo con aceleración positiva constante  $a_x$ . La velocidad inicial  $v_{0x}$  también es positiva en este caso.**

## Movimiento con aceleración constante

Aceleración para un intervalo de tiempo  $a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$

Aceleración para cualquier instante posterior a  $t = 0$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0} \quad v_x = v_{0x} + a_x t$$

Relación entre: aceleración, desplazamiento y velocidad para cualquier instante posterior a  $t = 0$

$$v_{media-x} = \frac{x - x_0}{t} \quad v_{media-x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2}$$

$$v_{media-x} = \frac{1}{2} (v_{0x} + v_{0x} + at) \quad v_{media-x} = v_{0x} + \frac{1}{2} at$$

## Movimiento con aceleración constante

Relación entre: aceleración, desplazamiento y velocidad para cualquier instante posterior a  $t = 0$

$$v_{media-x} = \frac{x - x_0}{t} \quad v_{media-x} = v_{0x} + \frac{1}{2}at$$

$$v_{0x} + \frac{1}{2}at = \frac{x - x_0}{t}$$

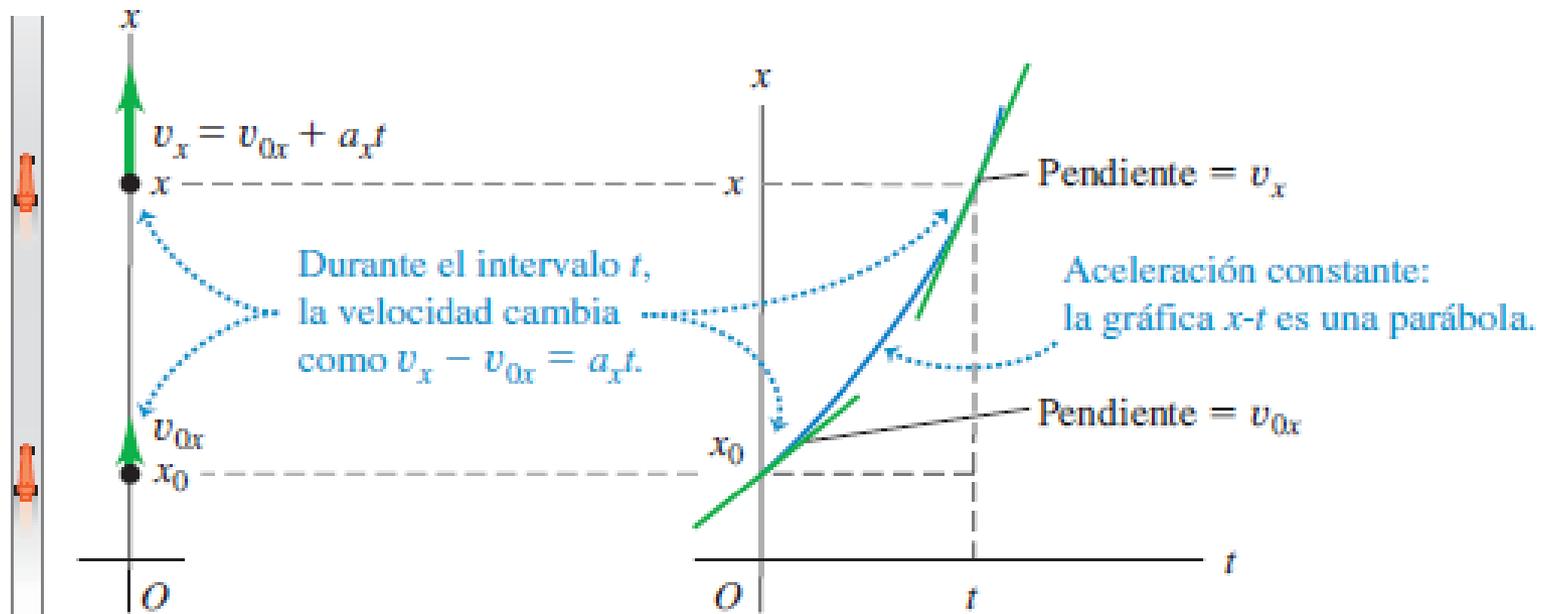
★  $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2$

## Movimiento con aceleración constante

Movimiento rectilíneo con aceleración constante. b) Una grafica de posición contra tiempo ( $x-t$ ) para este movimiento. En este caso, la posición inicial  $x_0$ , la velocidad inicial  $v_{0x}$  y la aceleración  $a_x$  son todas positivas.

a) Un auto de carreras se mueve en la dirección  $x$  con aceleración constante

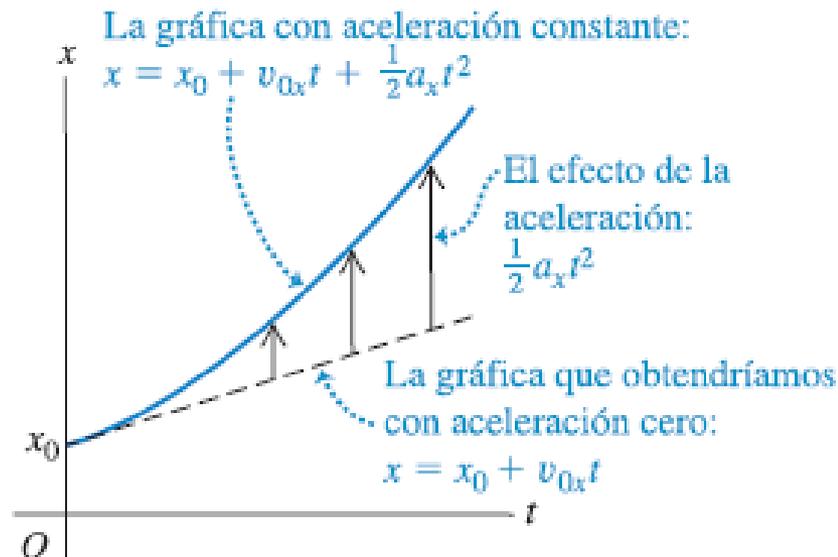
b) La gráfica  $x-t$



## Movimiento con aceleración constante

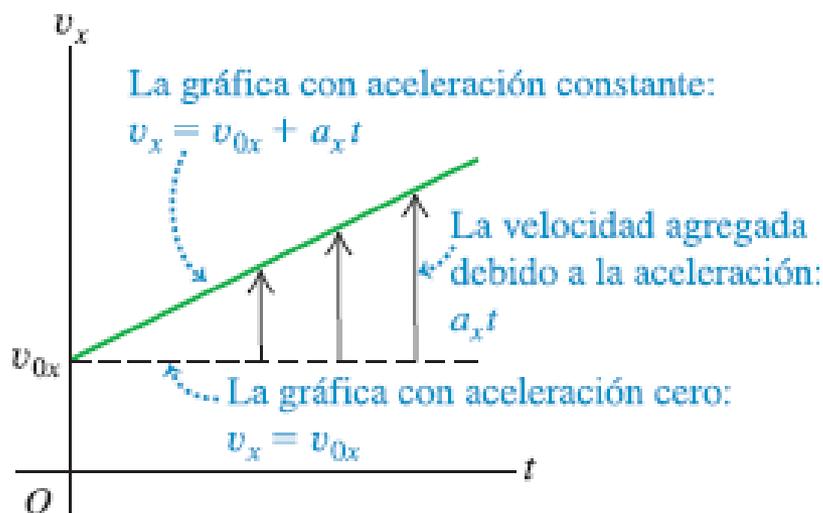
a) Como una aceleración constante influye en a) la grafica  $x-t$  y b) la grafica  $v_x-t$  de un cuerpo.

a) Una gráfica  $x-t$  para un objeto que se mueve con aceleración constante positiva



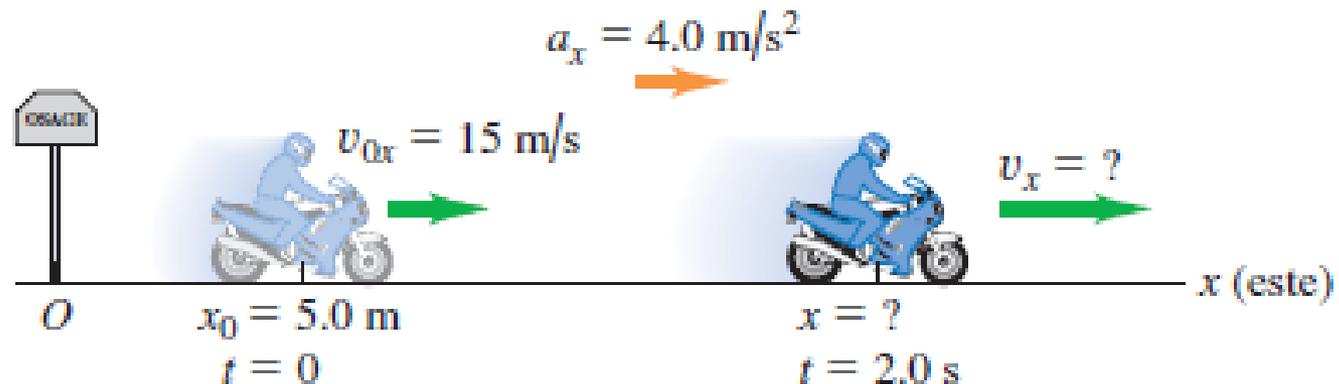
b) La gráfica  $v_x-t$  para el mismo objeto

2.1  
cor  
y b



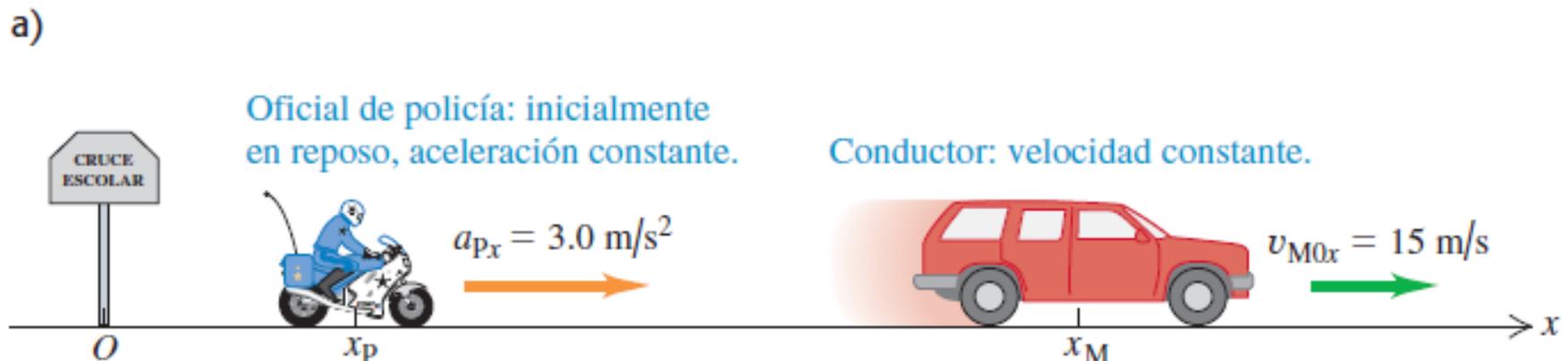
## Movimiento con aceleración constante

Un motociclista que viaja al este cruza una pequeña ciudad de Iowa y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad (figura 2.20). Su aceleración constante es de  $4.0 \text{ m/s}^2$ . En  $t = 0$ , está a  $5.0 \text{ m}$  al este del letrero, moviéndose al este a  $15 \text{ m/s}$ . *a)* Calcule su posición y velocidad en  $t = 2.0 \text{ s}$ . *b)* ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de  $25 \text{ m/s}$ ?



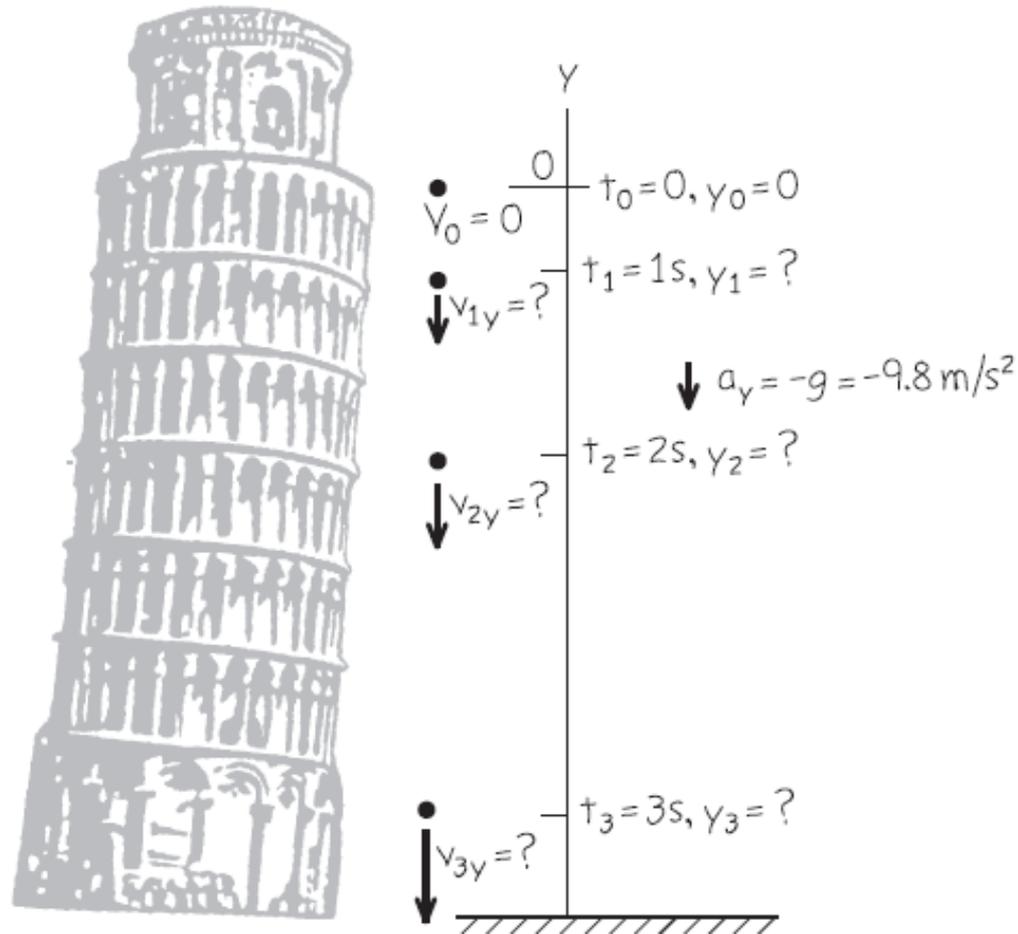
## Movimiento con aceleración constante

Un conductor que viaja a rapidez constante de  $15 \text{ m/s}$  (unas  $34 \text{ mi/h}$ ) pasa por un cruce escolar, cuyo límite de velocidad es de  $10 \text{ m/s}$  (unas  $22 \text{ mi/h}$ ). En ese preciso momento, un oficial de policía en su motocicleta, que está parado en el cruce, arranca para perseguir al infractor, con aceleración constante de  $3.0 \text{ m/s}^2$  (figura 2.21a).  
*a)* ¿Cuánto tiempo pasa antes de que el oficial de policía alcance al infractor? *b)* ¿A qué rapidez va el policía en ese instante? *c)* ¿Qué distancia total habrá recorrido cada vehículo hasta ahí?



## Caída Libre

Se deja caer una moneda de un euro desde la Torre Inclinada de Pisa; parte del reposo y cae libremente. Calcule su posición y su velocidad después de 1.0, 2.0 y 3.0 s.



## Caída Libre

Imagine que usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio. La pelota sale de la mano, en un punto a la altura del barandal de la azotea, con rapidez ascendente de 15.0 m/s, quedando luego en caída libre. Al bajar, la pelota libra apenas el barandal. En este lugar,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ . Obtenga *a)* la posición y velocidad de la pelota 1.00 s y 4.00 s después de soltarla; *b)* la velocidad cuando la pelota está 5.00 m sobre el barandal; *c)* la altura máxima alcanzada y el instante en que se alcanza; y *d)* la aceleración de la pelota en su altura máxima.

**Determine el instante en que la pelota está 5.00 m por debajo del barandal**

# Caída Libre

La pelota realmente se mueve hacia arriba y después hacia abajo; por claridad, presentamos una trayectoria con forma de U.

