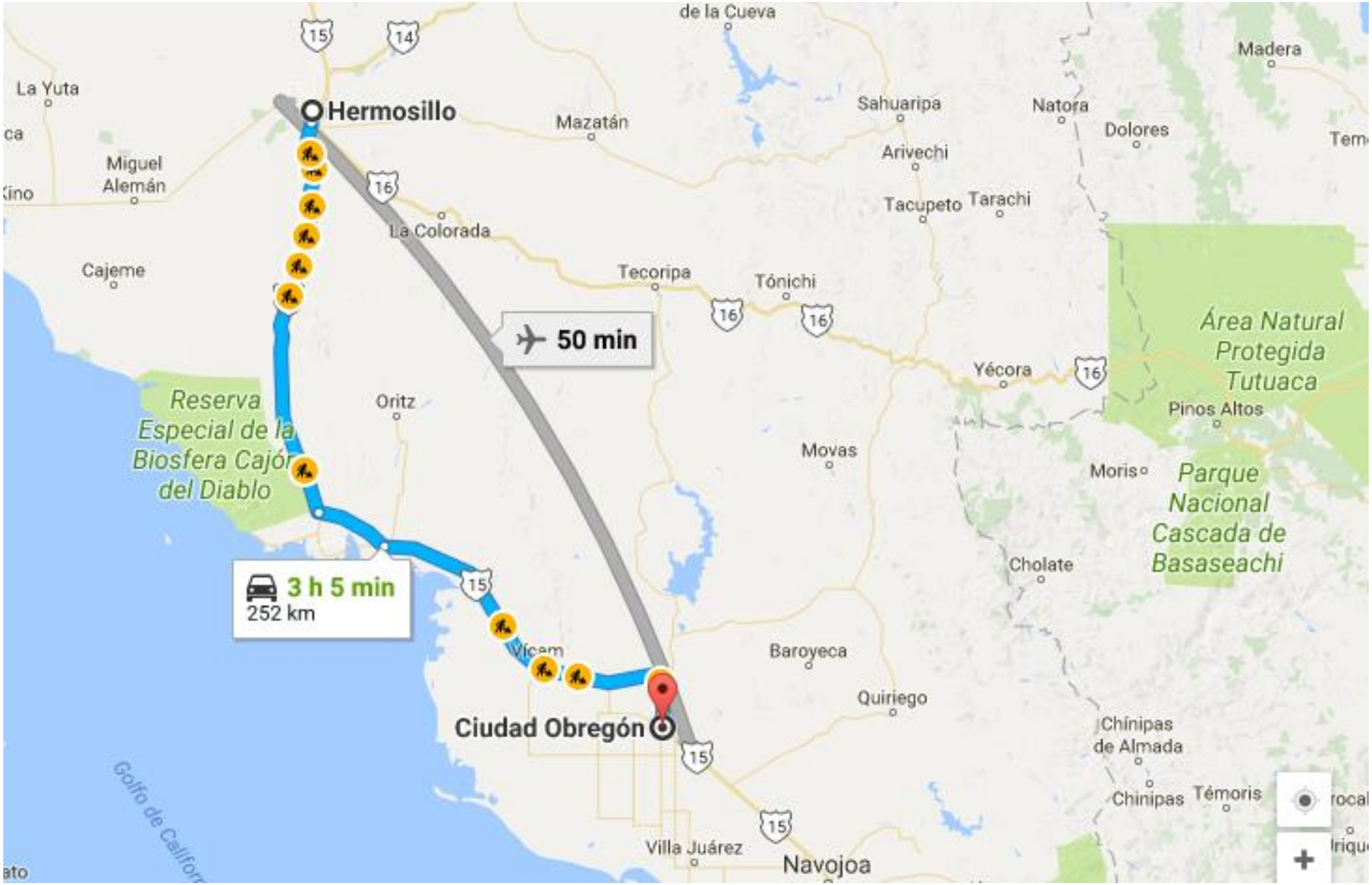
Vectores

Problemas a resolver
1.1-1.5
1.20, 1.22, 1.26-1.28
1.31, 1.34, 1.35, 1.37

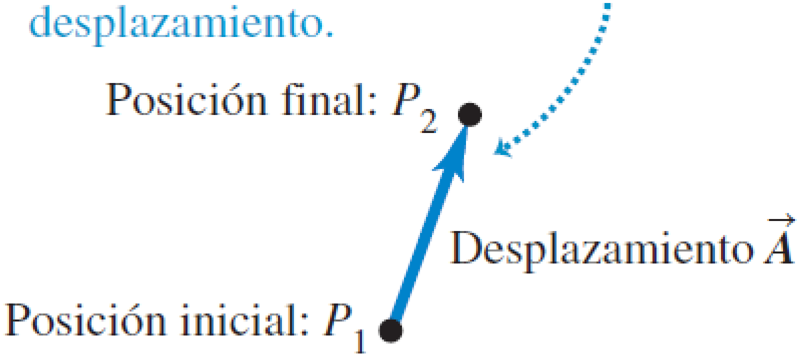
Problemas a entregar día del examen
1.66, 1.68, 1.73, 1.81



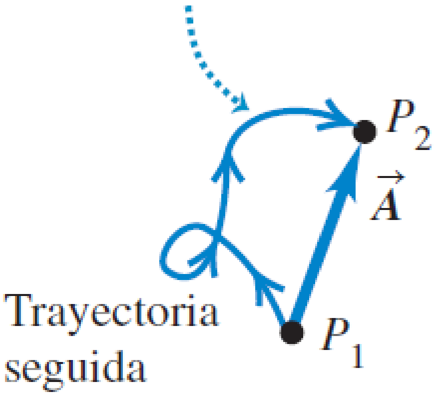
Hermosillo
Ciudad Obregón
50 min
3 h 5 min
252 km
La Yuta
Miguel Alemán
Cajeme
Reserva Especial de la Biosfera Cajón del Diablo
Oritz
La Colorada
Mazatán
de la Cueva
Sahuaripa
Arivechi
Tacupeto
Tarachi
Natora
Dolores
Madera
Tecoripa
Tónichi
Yécora
Área Natural Protegida Tutuaca
Pinos Altos
Moris
Parque Nacional Cascada de Basaseachi
Movas
Cholate
Baroyeca
Quiriego
Vícam
Chínipas de Almada
Chinipas
Témoris
Villa Juárez
Navojoa
Golfo de Califor
15
14
16

Desplazamiento

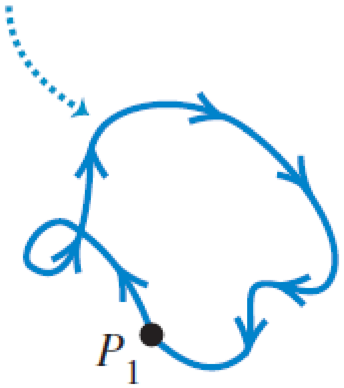
a) Un desplazamiento se representa con una flecha que apunta en la dirección del desplazamiento.



b) El desplazamiento depende solo de las posiciones inicial y final, no de la trayectoria seguida.

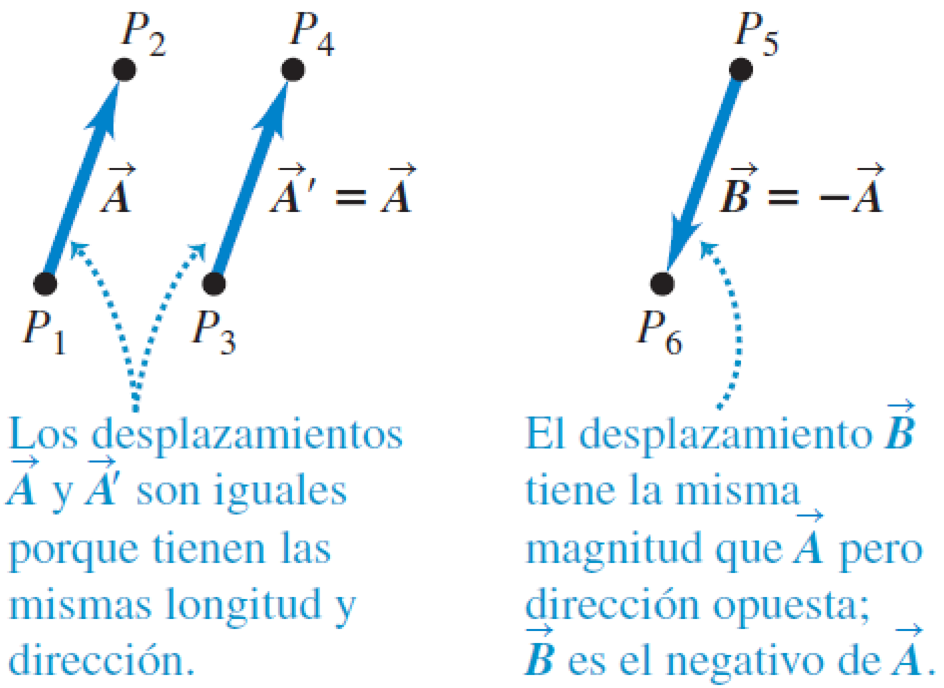


c) El desplazamiento total de un viaje redondo es 0, sin importar la distancia recorrida.



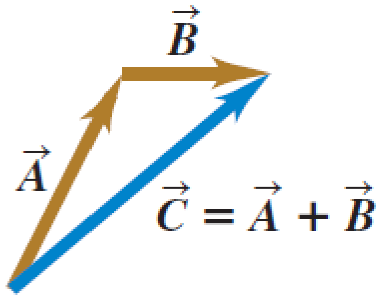
Desplazamiento

1.10 Significado de vectores que tienen la misma magnitud, y la misma dirección o dirección opuesta.

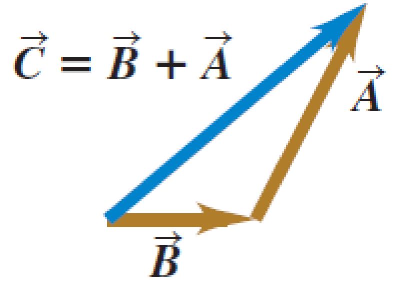


Suma y resta de vectores

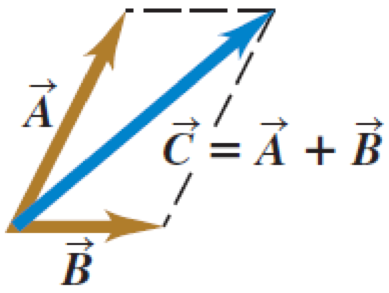
a) Podemos sumar dos vectores colocándolos punta con cola.



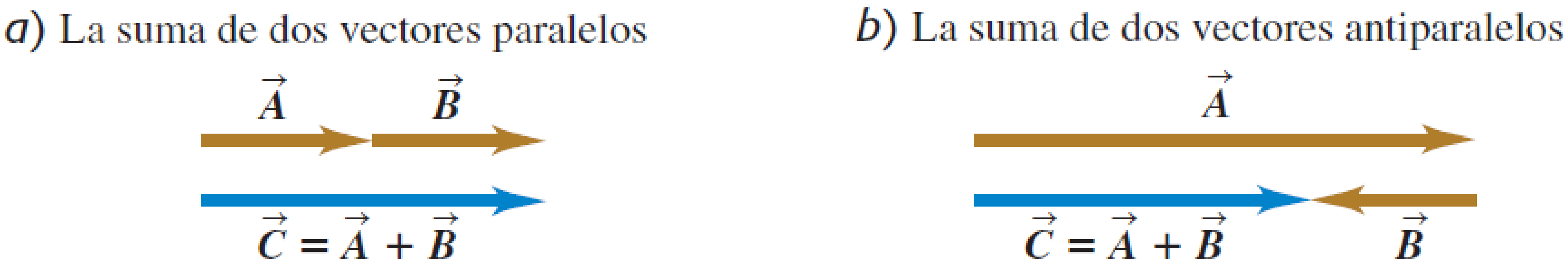
b) Al invertir el orden de la suma se obtiene el mismo resultado.



c) También podemos sumarlos construyendo un paralelogramo.

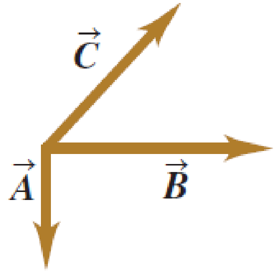


Suma y resta de vectores paralelos

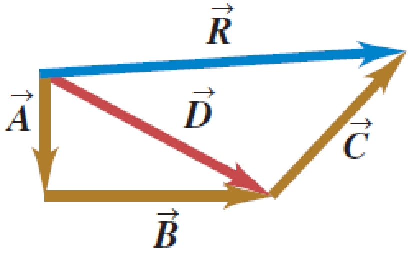


Suma y resta de mas de dos vectores

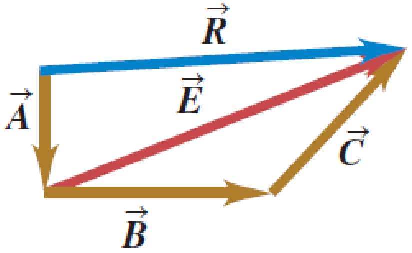
a) Para obtener la suma de estos tres vectores ...



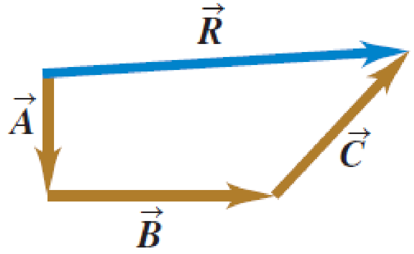
b) podríamos sumar $\vec{A}$ y $\vec{B}$ para encontrar $\vec{D}$ y luego sumar $\vec{C}$ a $\vec{D}$ para obtener la suma final (resultante) $\vec{R}$, ...



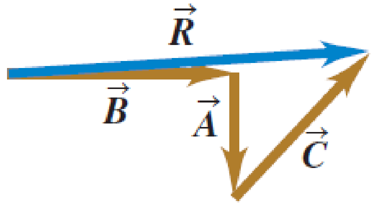
c) o podríamos sumar $\vec{B}$ y $\vec{C}$ para obtener $\vec{E}$ y después sumar $\vec{A}$ a $\vec{E}$ para calcular $\vec{R}$, ...



d) o podríamos sumar $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ para obtener $\vec{R}$ directamente ...

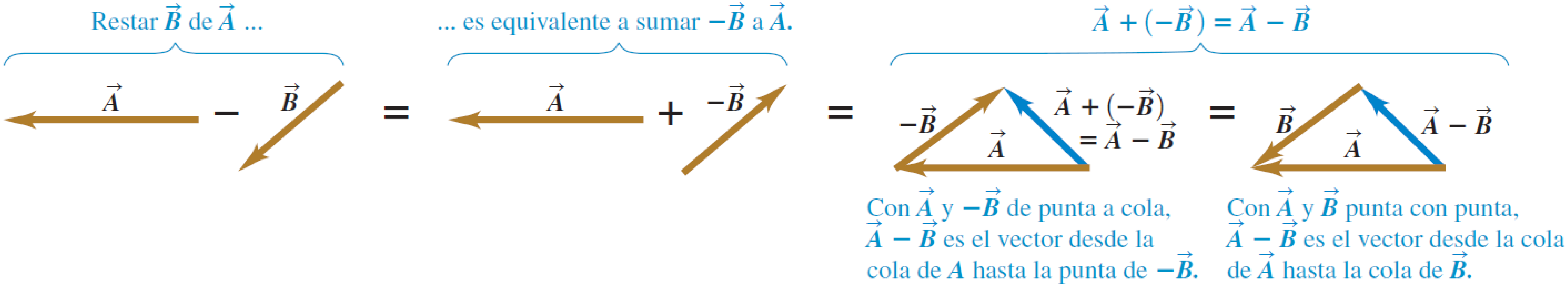


e) o podríamos sumar $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ en cualquier otro orden y aun así obtener $\vec{R}$.

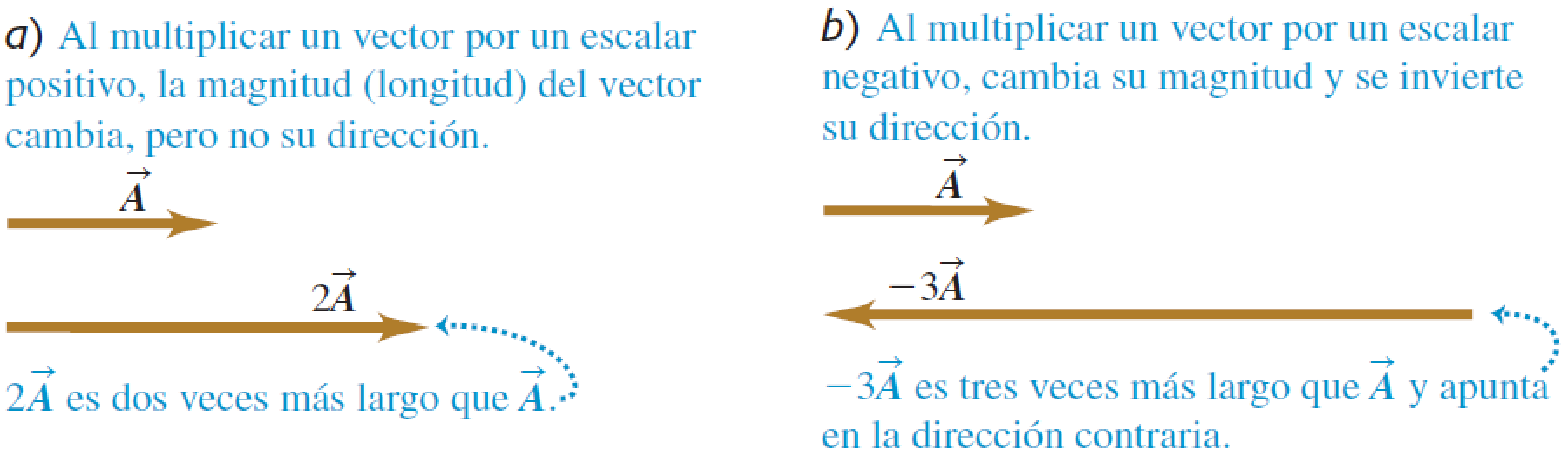


Suma y resta de mas de dos vectores

1.14 Para construir la diferencia vectorial $\vec{A} - \vec{B}$, puede colocar ya sea la cola de $-\vec{B}$ en la punta de $\vec{A}$ o bien, colocar los dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ punta con punta.

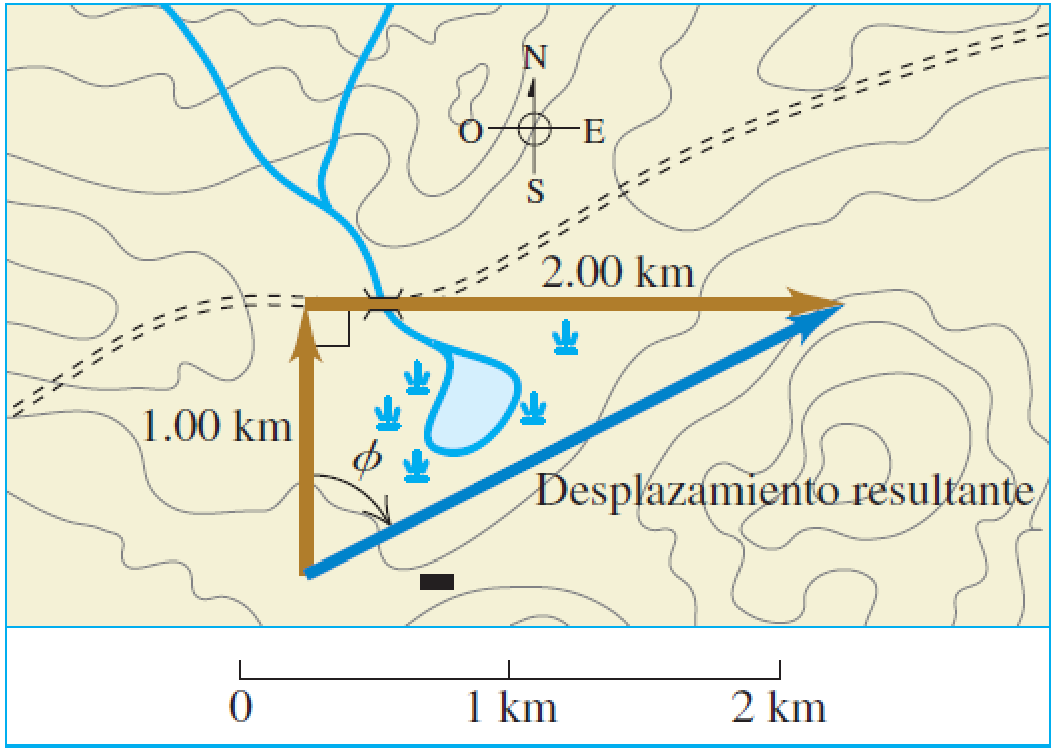


Multiplicación de vectores por un escalar



Suma y resta de mas de dos vectores

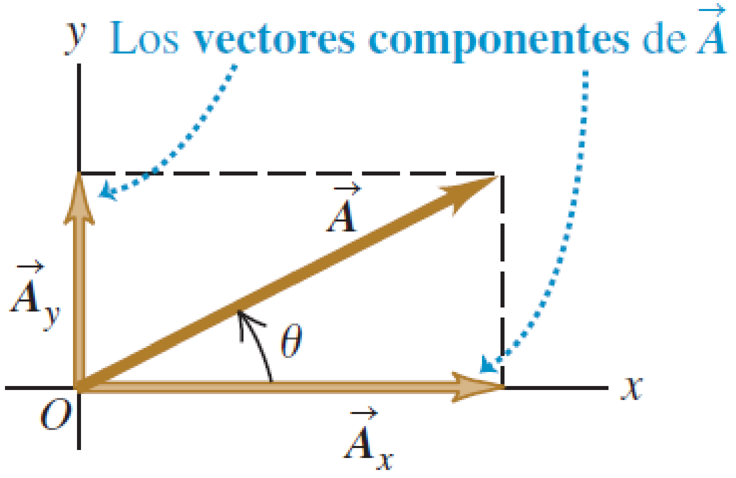
Un esquiador de fondo viaja 1.00 km al norte y luego 2.00 km al este por un campo nevado horizontal. ¿A qué dirección está respecto al punto de partida?



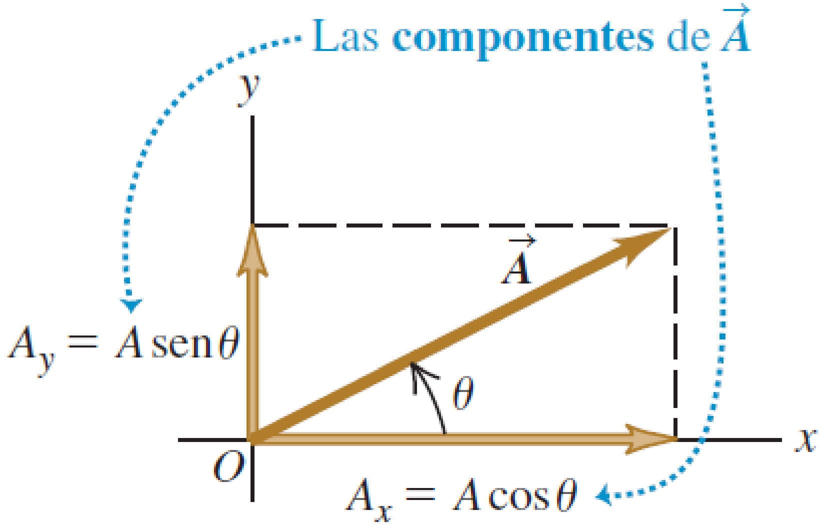
Componentes de un vector

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

a)

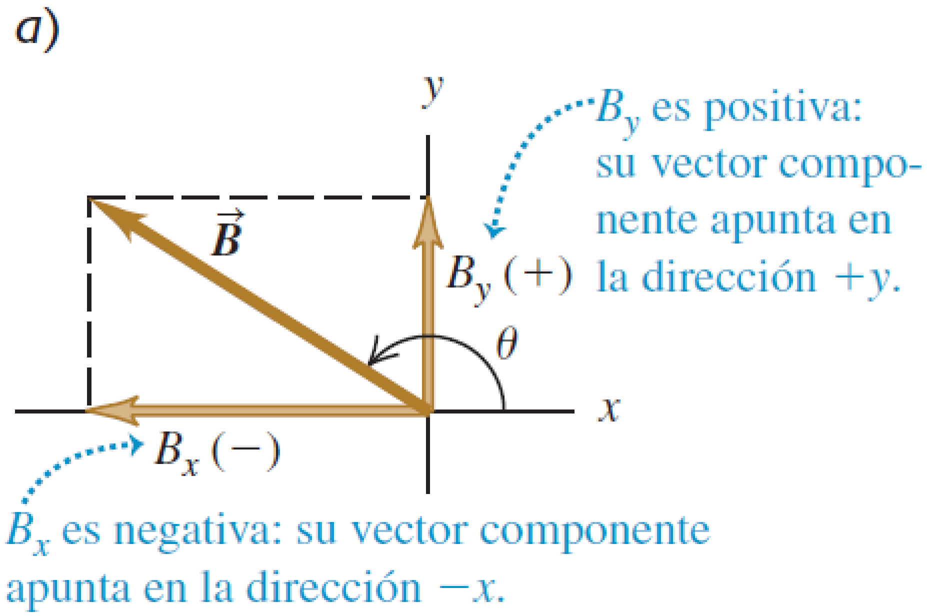


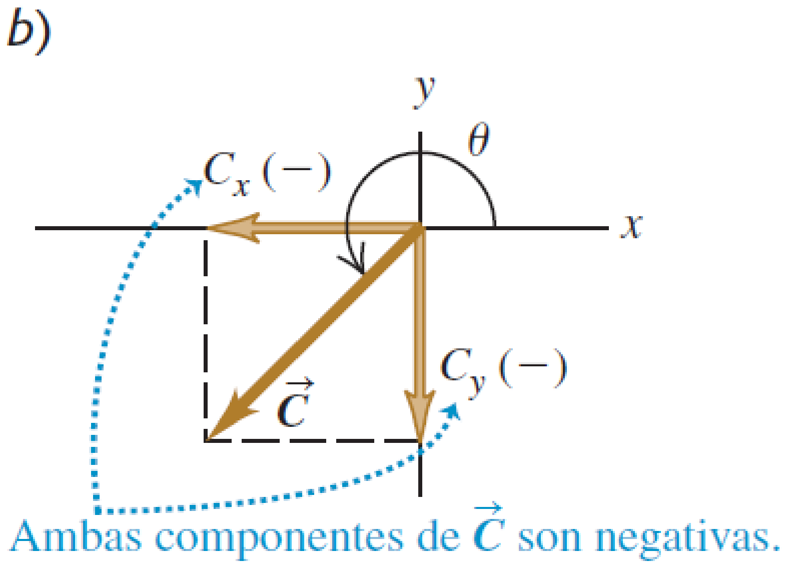
b)



Componentes de un vector

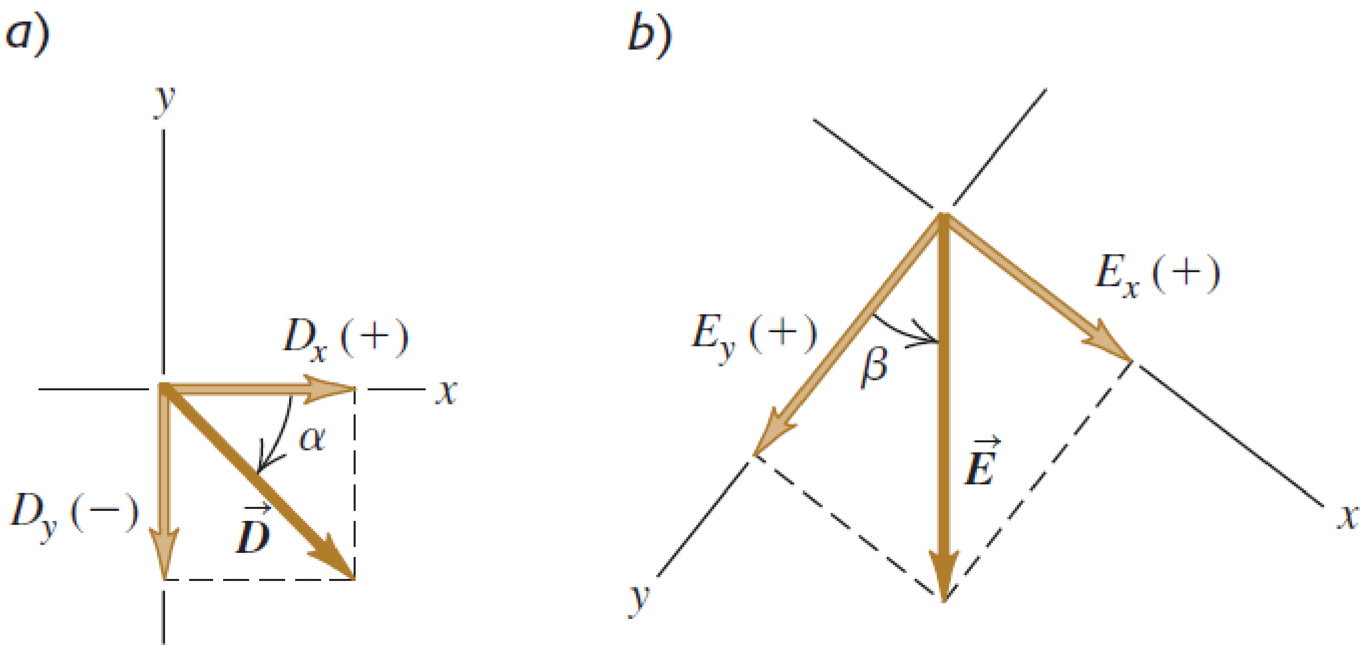
$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$





Componentes de un vector

a) Cuales son las componentes x y y del vector D en la figura 1.19a? La magnitud del vector es D= 3.00 m y el ángulo es α = 45°. B) ¿Cuáles son las componentes x y y del vector E en la figura 1.19b? La magnitud del vector E = 4.5 m y el ángulo β= 37.0°.



Calculo de vectores usando componentes de un vector

Calculo de la magnitud y dirección

$$\vec{A} = \sqrt{\vec{A}_x^2 + \vec{A}_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\theta = arctan\frac{A_y}{A_x}$$

Calculo de vectores usando componentes de un vector

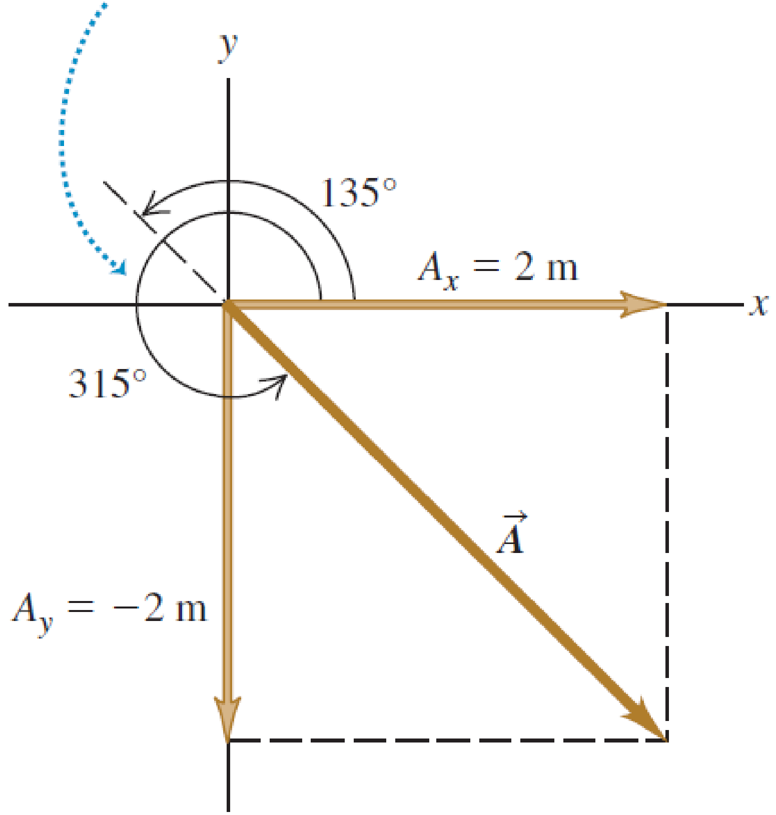
Si $A_x = 2$ y $A_y = -2$, tan $\theta = -1$; el valor de θ puede presentar dos valores 135° y 315° ¿Cuál es el corrector?

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\theta = arctan\frac{A_y}{A_x}$$

Suponga que $\tan\theta = \dfrac{A_y}{A_x} = -1$. ¿Cuál es el valor de θ?

Dos ángulos tienen tangentes de -1: 135° y 315°. El análisis del diagrama muestra que θ debe ser igual a 315°.

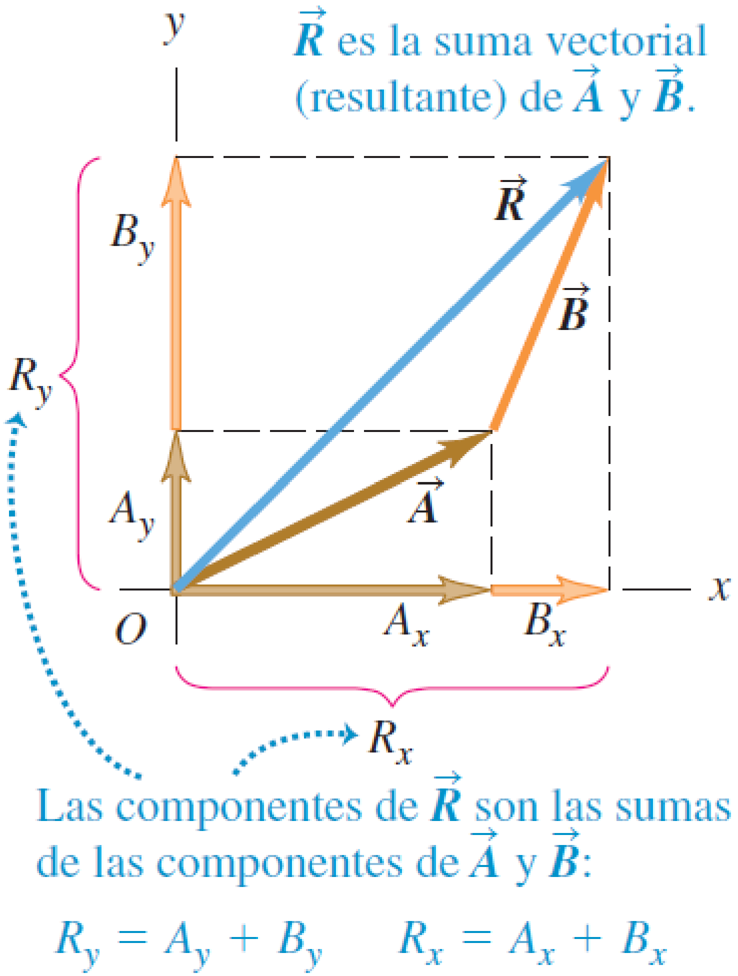


Calculo de vectores usando componentes de un vector

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$$

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$



Calculo de vectores usando componentes de un vector

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$$

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$

Tres participantes en un concurso de TV están colocados en el centro de un campo plano grande. A cada uno se le proporciona una regla graduada de un metro, un compás, una calculadora, una pala y (en diferente orden para cada concursante) los siguientes desplazamientos:

$\vec{A}$: 72.4 m, 32.0° al este del norte

$\vec{B}$: 57.3 m, 36.0° al sur del oeste

$\vec{C}$: 17.8 m al sur

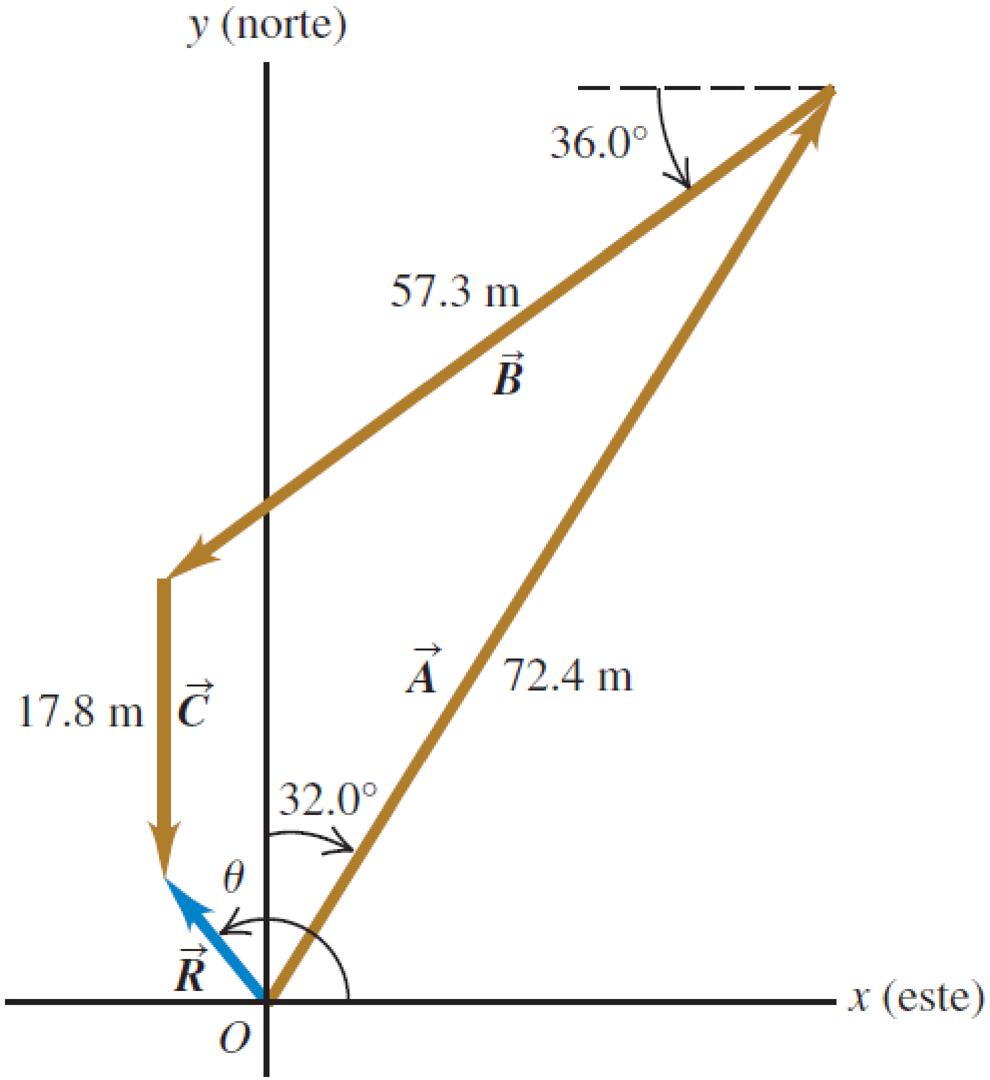
Los tres desplazamientos llevan al punto donde están enterradas las llaves de un Porsche nuevo. Dos concursantes comienzan a medir de inmediato; sin embargo, el ganador *calcula* primero a dónde debe ir. ¿Qué calculó?

Calculo de vectores usando componentes de un vector

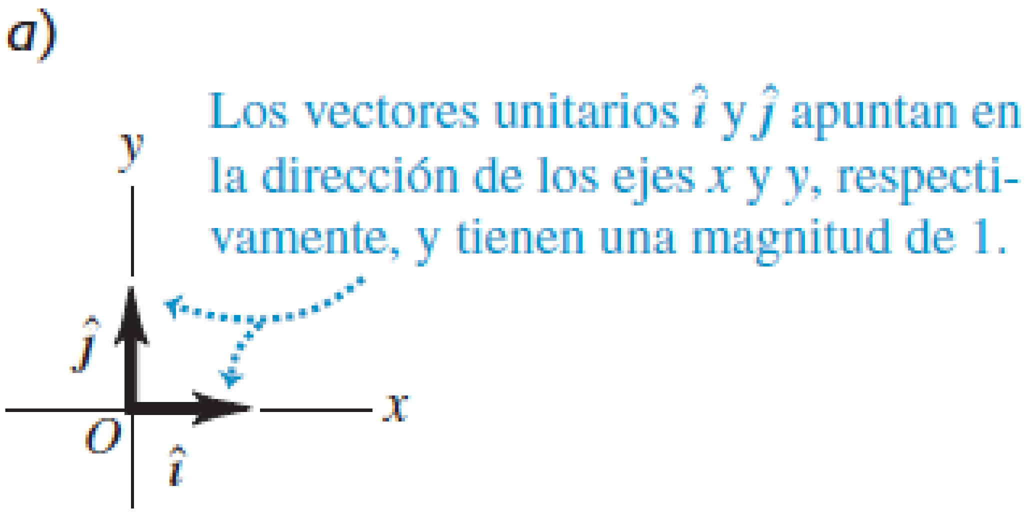
$$\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$$

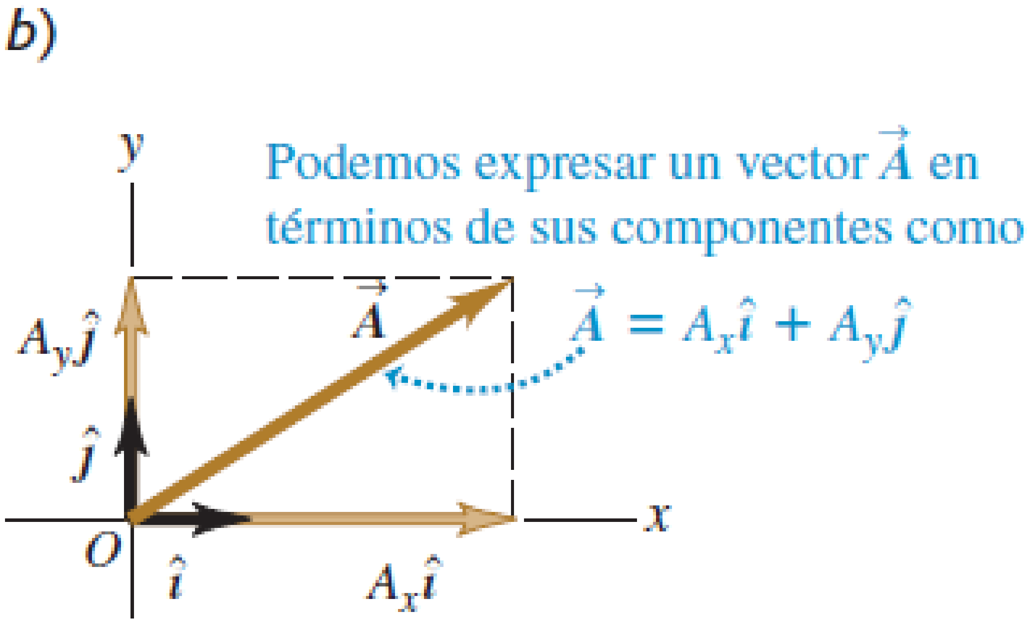
$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$



Vectores unitarios





$$\vec{A}_x = A_x\hat{\imath}$$

$$\vec{A}_y = A_y\hat{\jmath}$$

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$$

Vectores unitarios

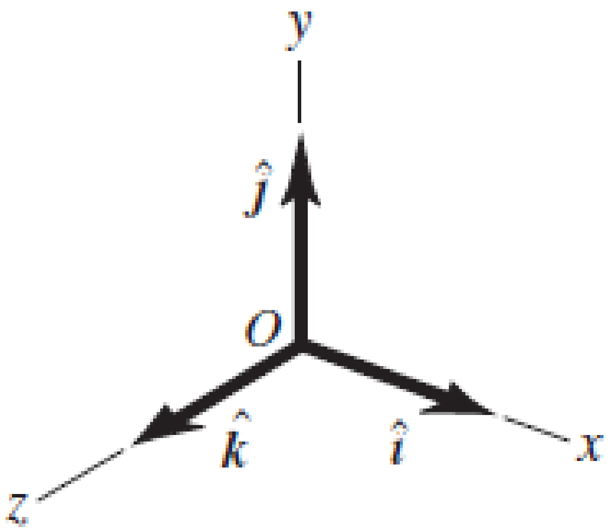
$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}) \\ &= (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} \\ &= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Vectores unitarios

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$



$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$
$$= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} + R_z\hat{k}$$

Vectores unitarios

Dados los dos desplazamientos

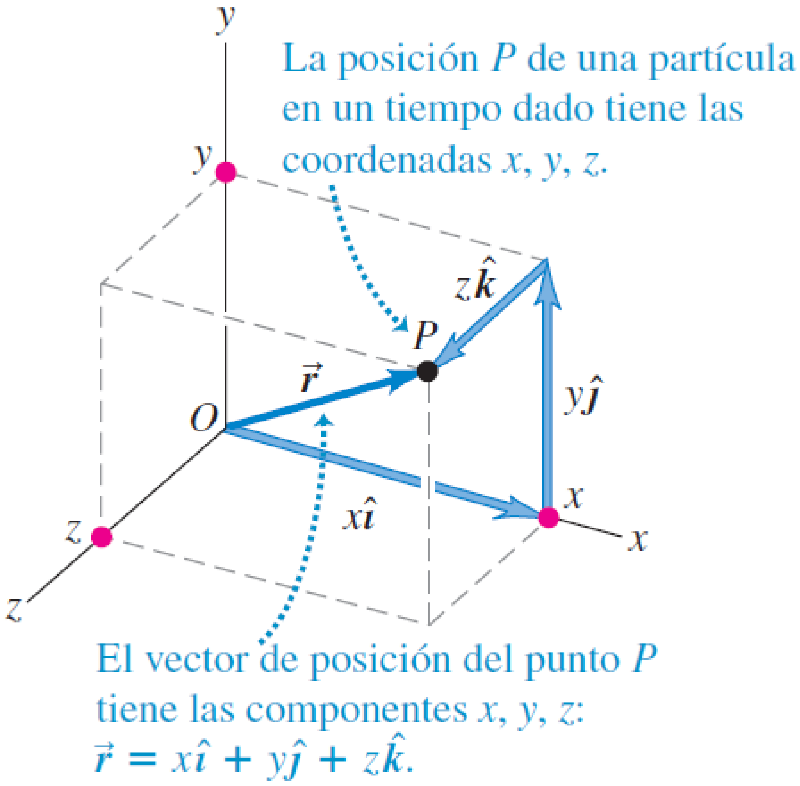
$$\vec{D} = (6.00\,\hat{\imath} + 3.00\,\hat{\jmath} - 1.00\hat{k})\ \text{m} \quad \text{y}$$

$$\vec{E} = (4.00\,\hat{\imath} - 5.00\,\hat{\jmath} + 8.00\hat{k})\ \text{m}$$

obtenga la magnitud del desplazamiento $2\vec{D} - \vec{E}$.

Vectores de posición y velocidad

3.1 El vector de posición $\vec{r}$ del origen al punto P tiene componentes x, y y z. La trayectoria que sigue la partícula en el espacio es, en general, una curva (figura 3.2).

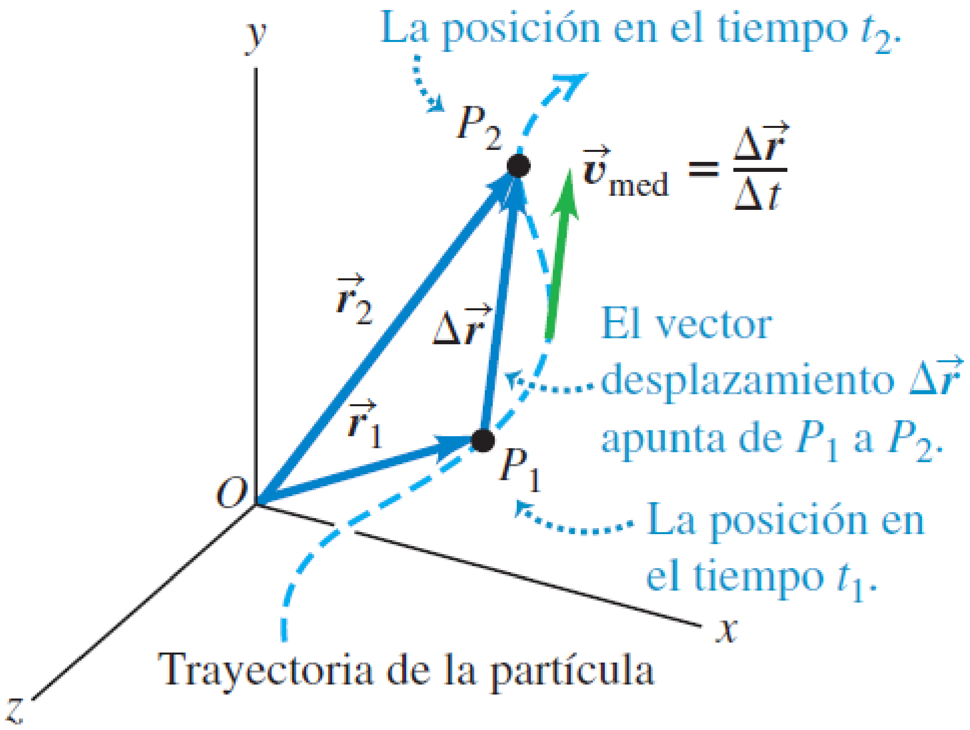


$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{j} + z\hat{k} \qquad \text{(vector de posición)}$$

$$\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad \text{(vector velocidad media)}$$

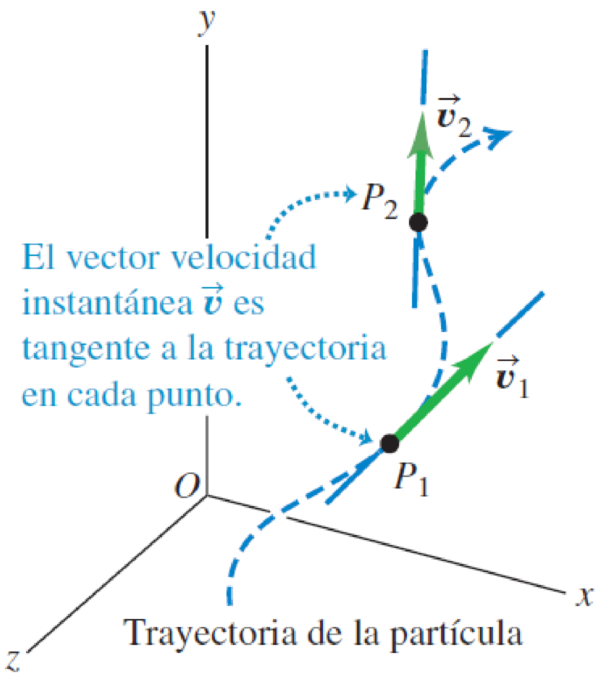
Vectores de posición y velocidad

3.2 La velocidad media $\vec{v}_{med}$ entre los puntos P_1 y P_2 tiene la misma dirección que el desplazamiento $\Delta\vec{r}$.



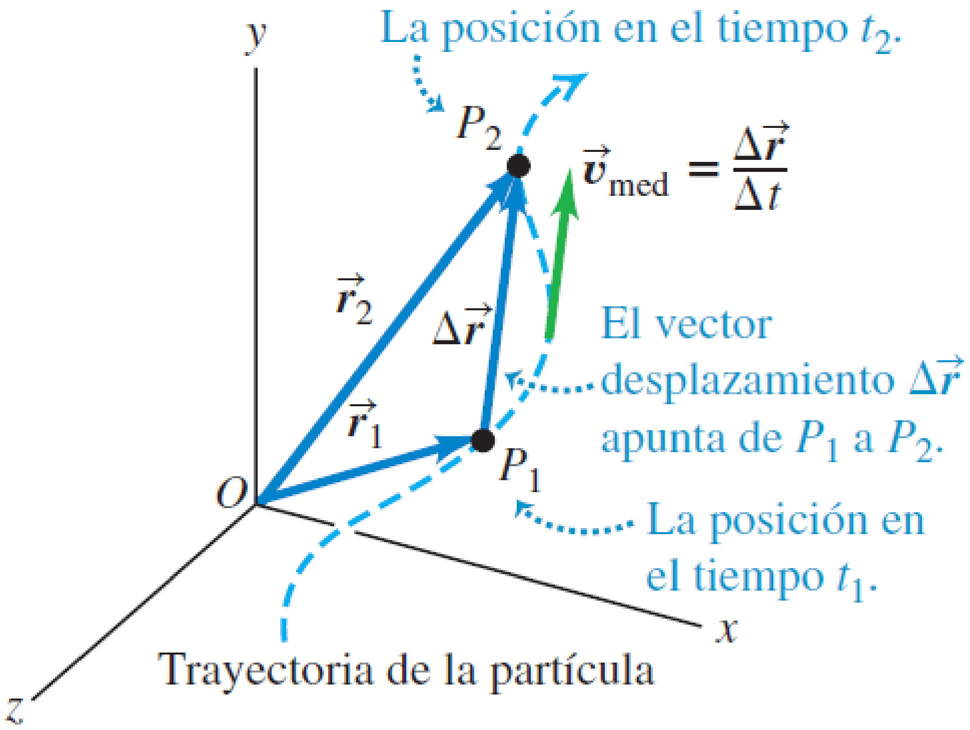
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \text{(vector velocidad instantánea)}$$

3.3 Los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son las velocidades instantáneas en los puntos P_1 y P_2, como se muestra en la figura 3.2.



Vectores de posición y velocidad

3.2 La velocidad media $\vec{v}_{med}$ entre los puntos P_1 y P_2 tiene la misma dirección que el desplazamiento $\Delta\vec{r}$.

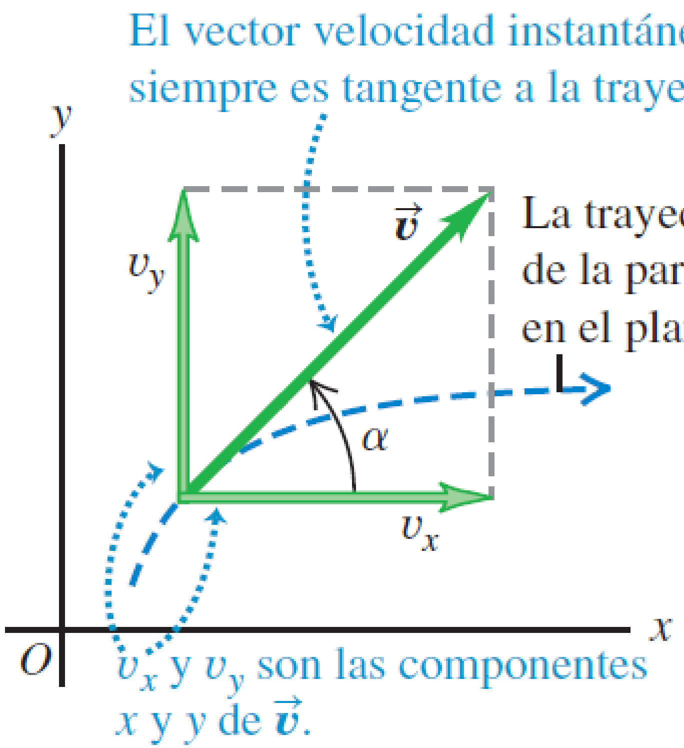


$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad \text{(componentes de la velocidad instantánea)}$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Vectores de posición y velocidad

3.4 Las dos componentes de velocidad para movimiento en el plano *xy*.



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

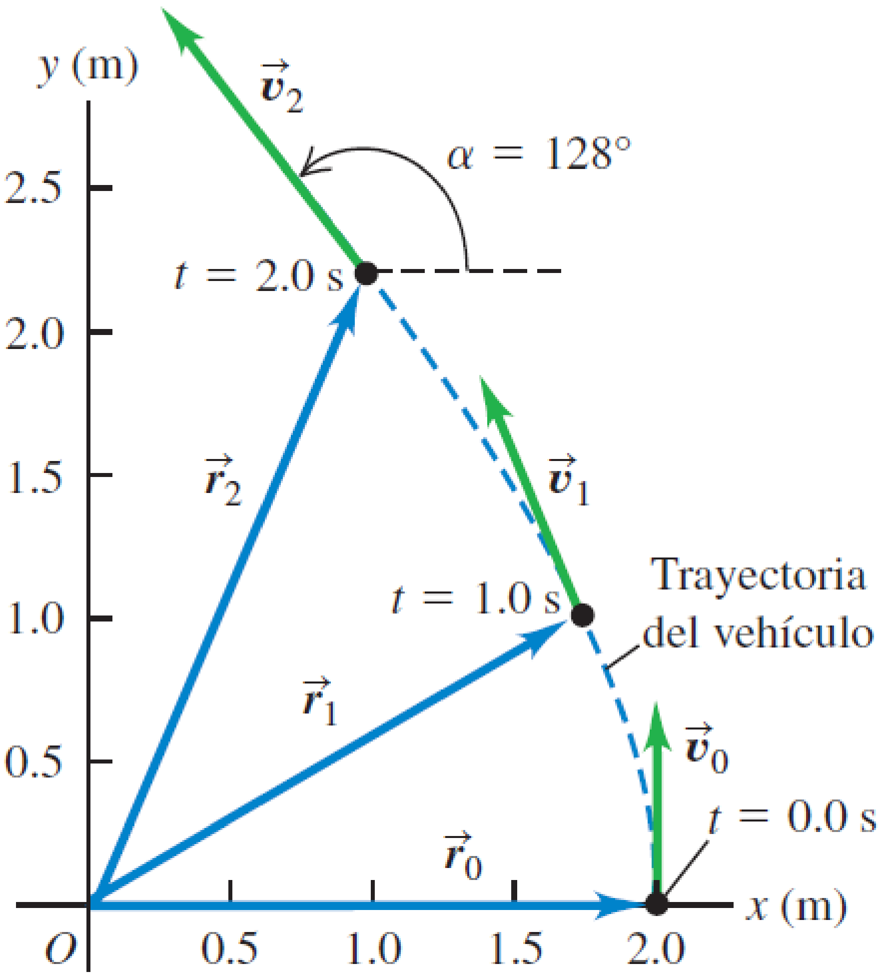
$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Vectores de posición y velocidad

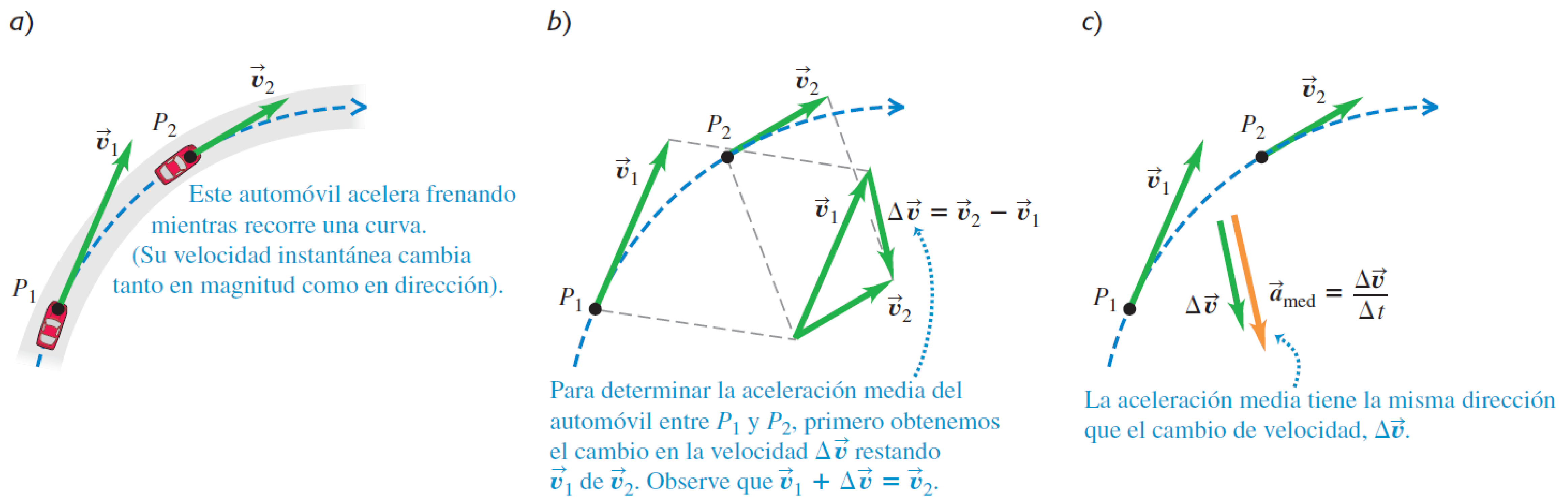
Un vehículo robot está explorando la superficie de Marte. El módulo de descenso estacionario es el origen de las coordenadas; y la superficie marciana circundante está en el plano *xy*. El vehículo, que representamos como un punto, tiene coordenadas *x* y *y* que varían con el tiempo:

$$x = 2.0\ \text{m} - (0.25\ \text{m/s}^2)t^2$$
$$y = (1.0\ \text{m/s})t + (0.025\ \text{m/s}^3)t^3$$

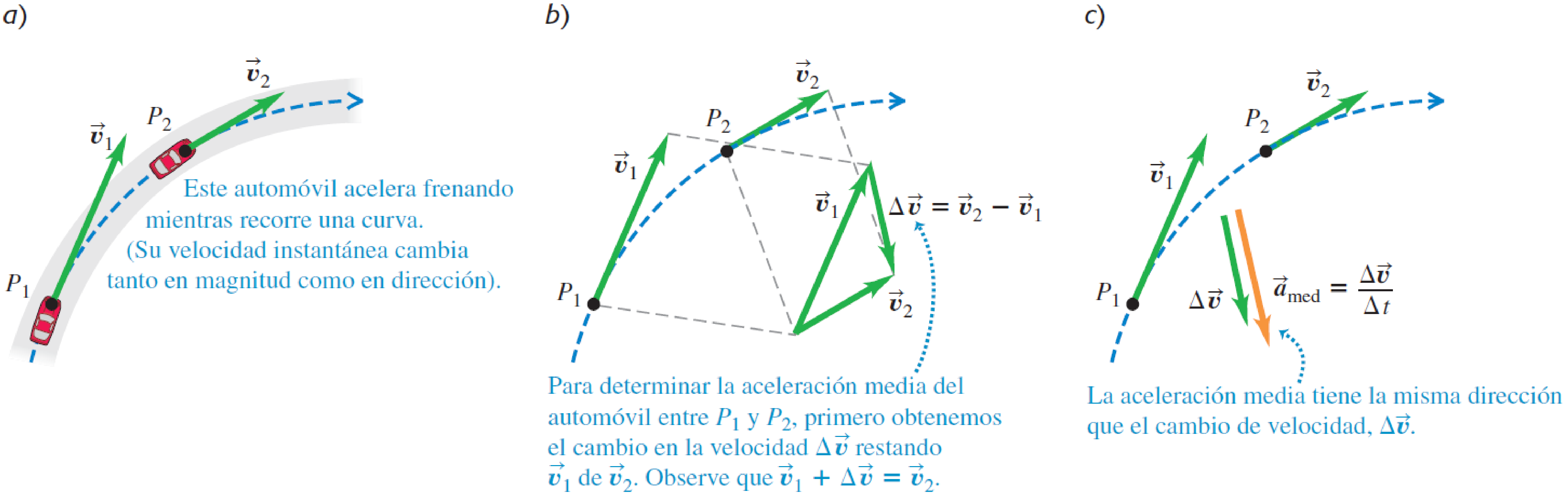
a) Obtenga las coordenadas del vehículo y su distancia con respecto al módulo en $t = 2.0$ s. *b*) Obtenga los vectores desplazamiento y velocidad media del vehículo entre $t = 0.0$ s y $t = 2.0$ s. *c*) Deduzca una expresión general para el vector velocidad instantánea $\vec{v}$ del vehículo. Exprese $\vec{v}$ en $t = 2.0$ s en forma de componentes y en términos de magnitud y dirección.



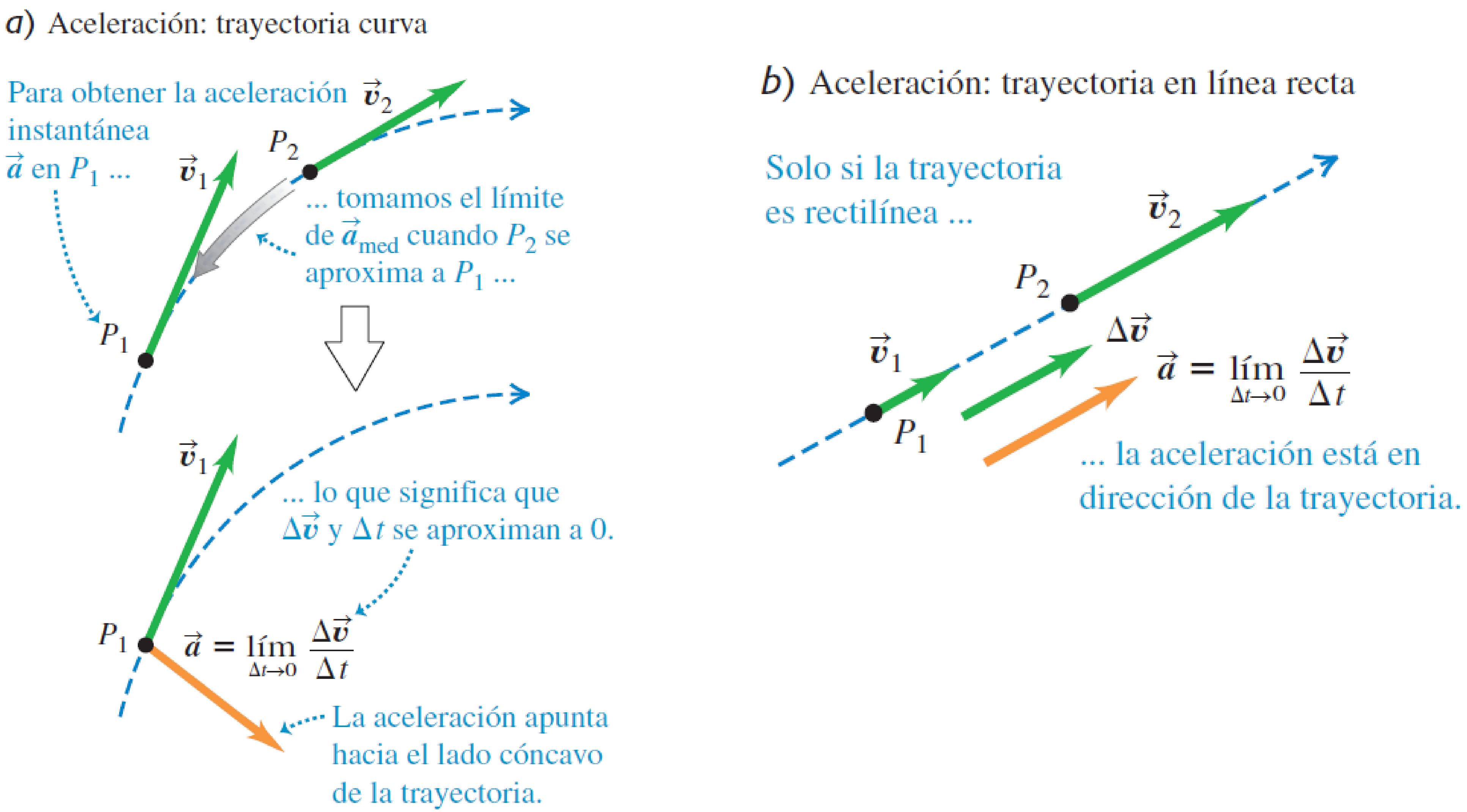
Vectores de aceleración



Vectores de aceleración



Aceleración instantánea en trayectoria curva



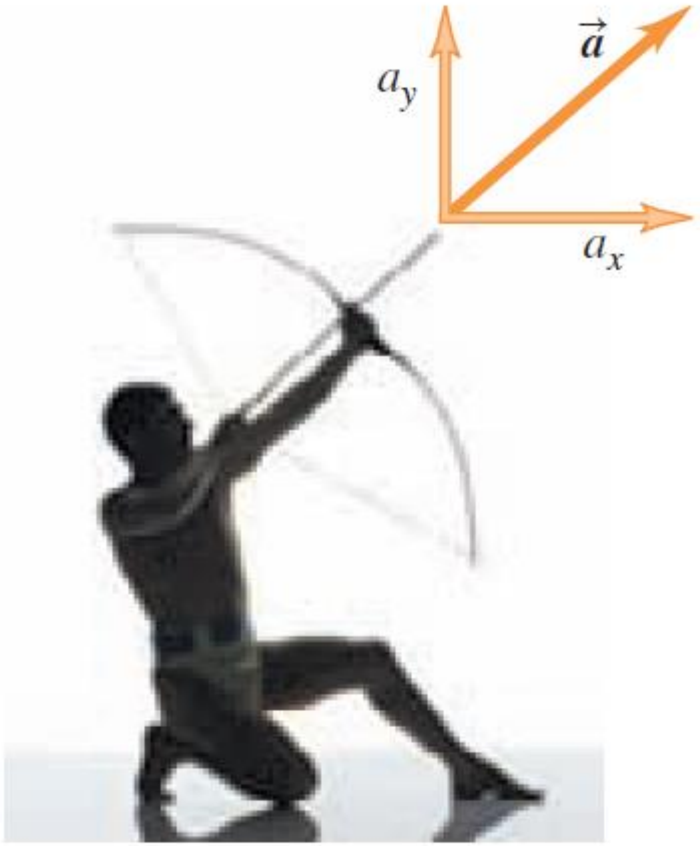
Aceleración instantánea en trayectoria curva

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\imath} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

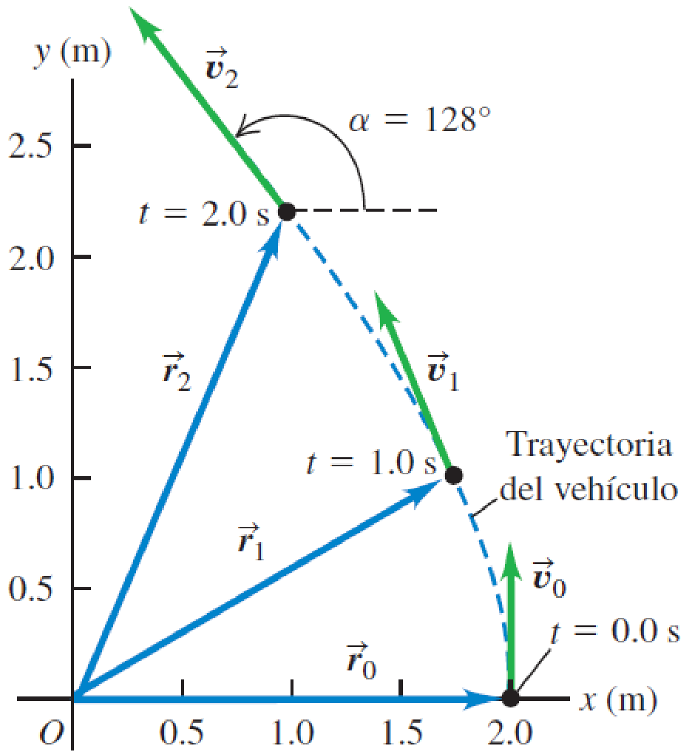
$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{\jmath} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$



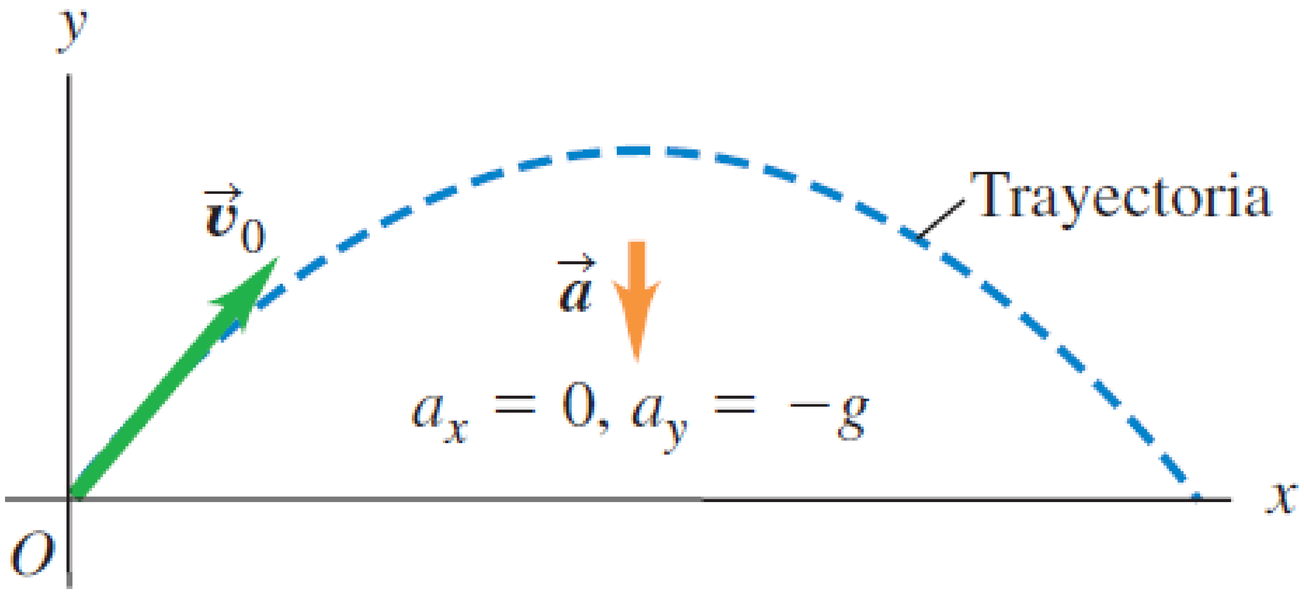
Aceleración instantánea en trayectoria curva

Veamos otra vez los movimientos del vehículo robot del ejemplo 3.1. *a*) Obtenga las componentes de la aceleración media de $t = 0.0$ s a $t = 2.0$ s. *b*) Determine la aceleración instantánea en $t = 2.0$ s.

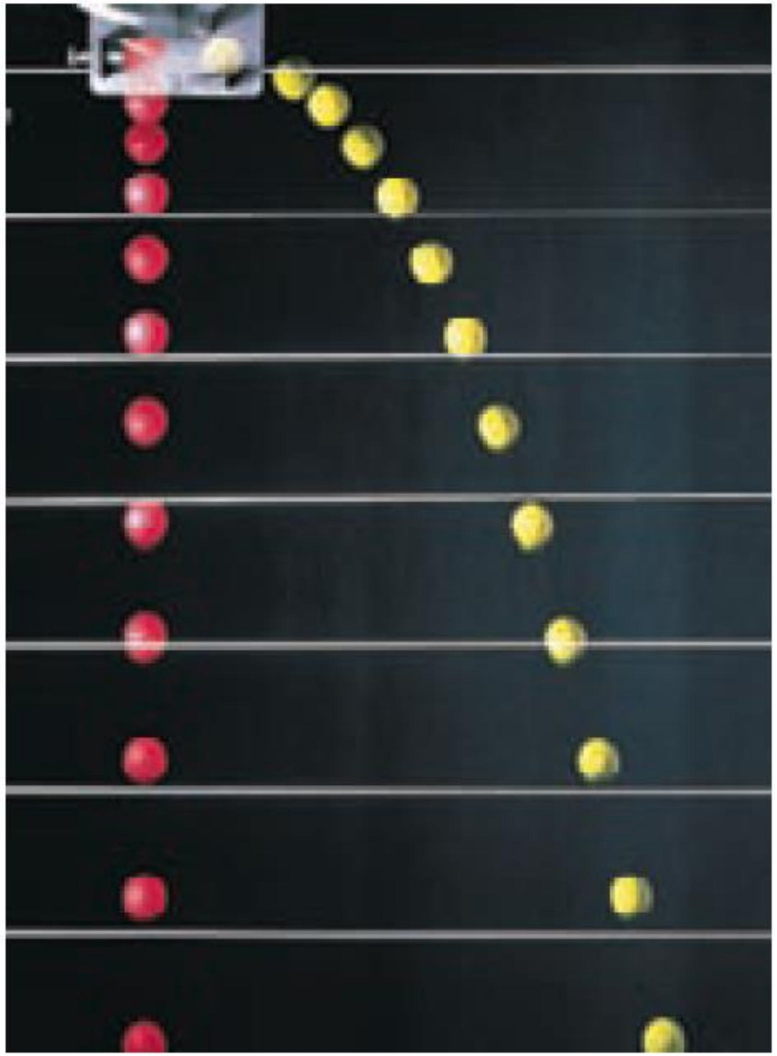


Movimiento de proyectiles

- Un proyectil se mueve en un plano vertical que tiene un vector velocidad inicial $\vec{v}_0$.
- Su trayectoria depende solo de $\vec{v}_0$ y de la aceleración hacia abajo debida a la gravedad.



Movimiento de proyectiles



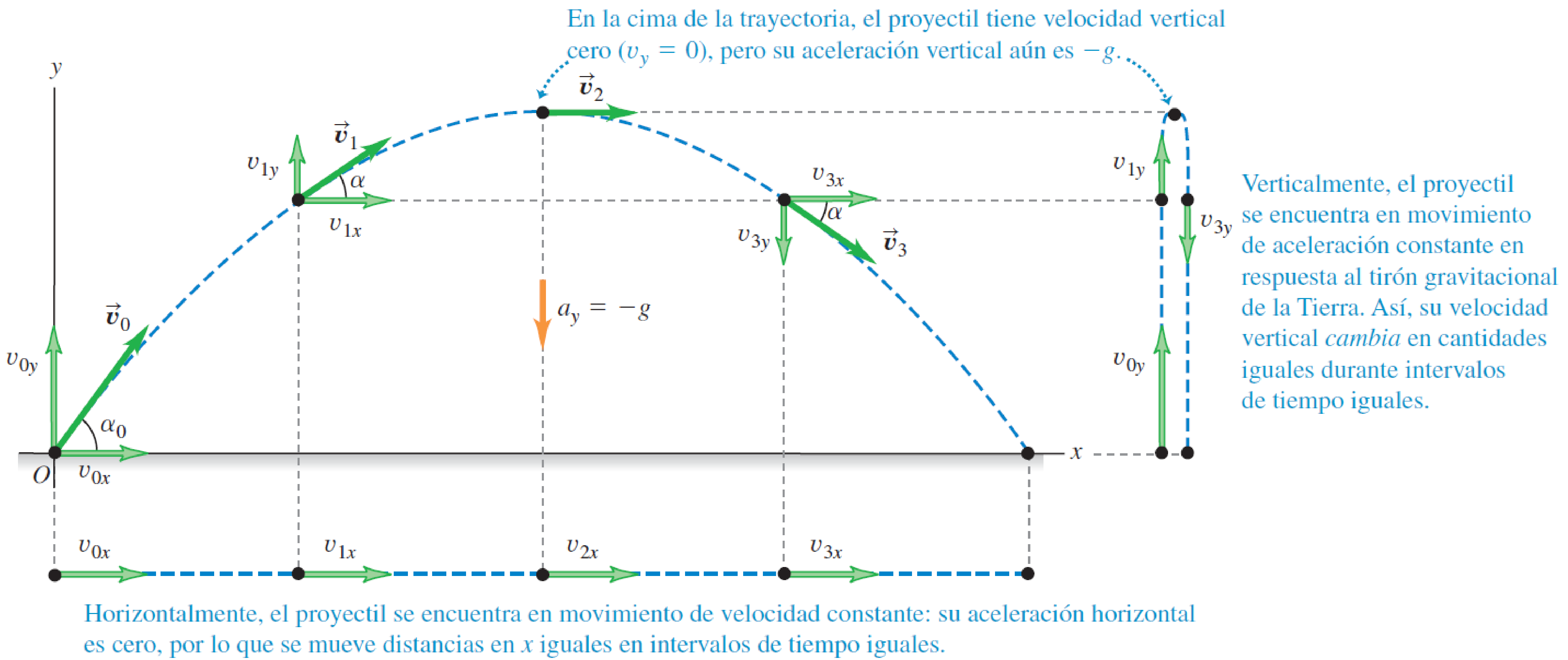
$$v_x = v_{0x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

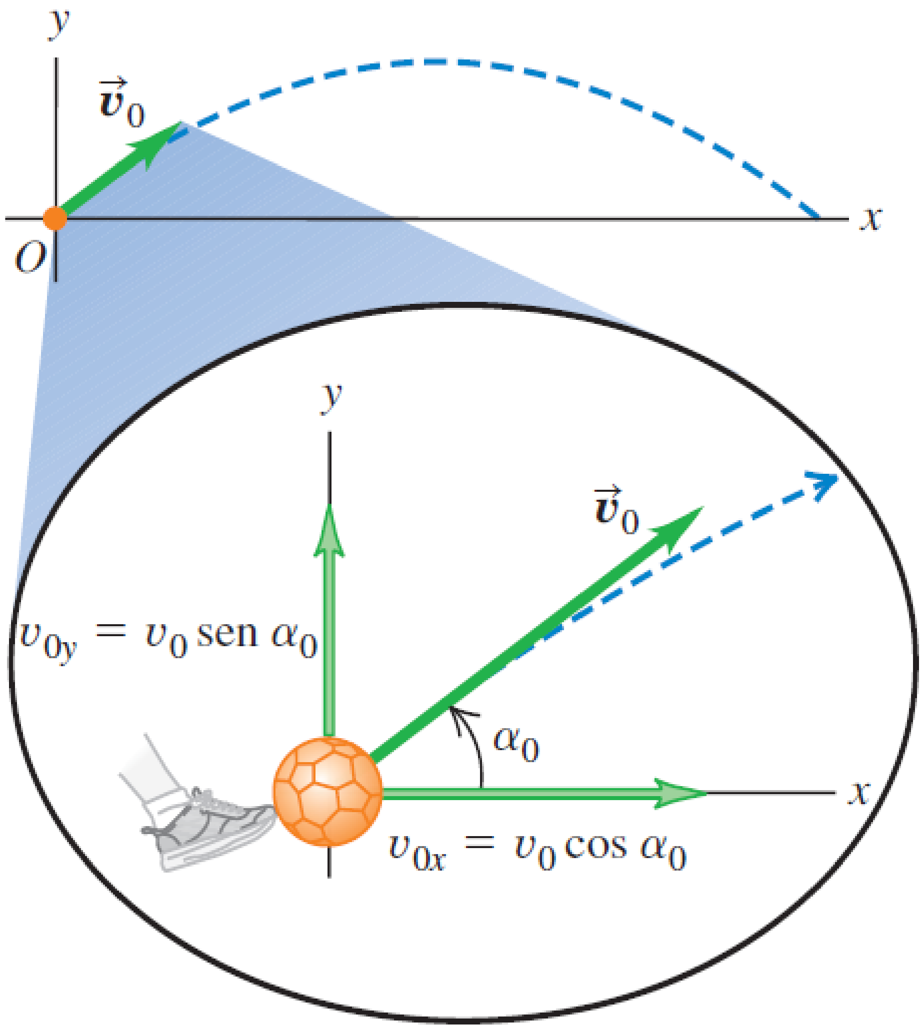
$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Movimiento de proyectiles



Movimiento de proyectiles



$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t \qquad \text{(movimiento de un proyectil)}$$

$$y = (v_0 \operatorname{sen} \alpha_0)t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad \text{(movimiento de un proyectil)}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0 \qquad \text{(movimiento de un proyectil)}$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \alpha_0 - g t \qquad \text{(movimiento de un proyectil)}$$